2009 개정 교육과정
인천광역시교육감 인정
중교-04-034-04-12

중학교

수학 3

신항균 · 황혜정 · 이광연 · 김화영 · 조준모 · 최화정 · 윤기원

(주)지학사

교과서 물려주기 기록표

연도					상태
	학년	반	번호	이름	

※ 상태 표기 예시: 매우 좋음, 좋음, 보통, 나쁨

중 학 교

수학 ③

㈜지학사

머/리/말

수학은 오랜 옛날부터 문명의 발달에 핵심적인 역할을 해왔으며 앞으로도 이와 같은 수학의 역할은 더욱 확대될 것입니다. 특히 현재의 지식 정보화 사회에서의 신기술은 수학의 뒷받침 없이는 얻어질 수 없습니다. 따라서 수학을 열심히 공부하는 일은 개인의 발전뿐만 아니라 나아가 국가 경쟁력을 높이는 일이 됩니다.

이 책은 전인적 성장의 기반 위에 개성의 발달과 진로를 개척하는 사람, 기초 능력의 바탕 위에 새로운 발상과 도전으로 창의성을 발휘하는 사람, 문화적 소양과 다원적 가치에 대한 이해를 바탕으로 품격 있는 삶을 영위하는 사람, 세계와 소통하는 시민으로서 배려와 나눔의 정신으로 공동체 발전에 참여하는 사람을 육성하려는 마음가짐으로 새롭게 개정된 교육과정에 맞게 만들었습니다.

특히 학생들이 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 현상을 수학적으로 생각하고, 주어진 문제를 창의적이고 합리적으로 해결하는 능력을 기를 수 있도록 하기 위하여 다음과 같은 사항에 중점을 두고 엮었습니다.

첫째, 수학적 개념과 원리를 이해하고 기초 계산을 숙달하게 할 뿐만 아니라 학생의 추론 능력, 문제 해결 능력 그리고 의사소통 능력을 발달시킬 수 있도록 하였습니다.

둘째, 창의력 기르기를 통하여 자신을 둘러싼 세계에 대한 경험을 토대로 다양한 문화와 가치에 대한 이해를 넓히고, 탐구 활동을 통하여 스스로 수학을 체험함으로써 학생들이 자연스럽게 수학적 내용을 이해할 수 있도록 하였습니다.

셋째, 심신의 건강하고 조화로운 발달을 추구하며, 다양한 분야의 경험과 지식을 익혀 적극적으로 진로를 탐색할 수 있도록 하였으며, 흥미와 더불어 수학의 아름다움을 발견하고 수학의 유용성을 느낄 수 있도록 하였습니다.

고대 그리스의 수학자였던 유클리드는 '수학에는 왕도가 없다.' 라고 하였습니다. 이는 수학이 한순간에 이룩되는 것이 아니고 기초 개념과 기본 원리를 터득하고 지속적으로 공부해 나가야 하는 학문이라는 뜻입니다.

이 교과서를 통하여 학생들이 수학에 흥미를 가지고 실력을 키워 정보화와 세계화 시대에 걸맞은 창조적이고 지혜로운 사람으로 성장하기 바랍니다.

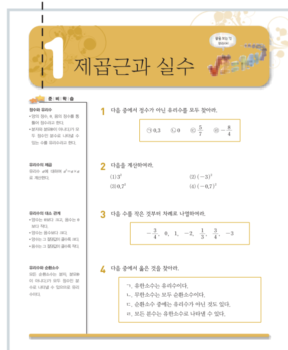
지은이 씀

이 책의 / 구성과 특징

단원 소개 단원과 관련된 사진과 이야기를 소개함으로써 흥미를 불러일으키도록 하였습니다.

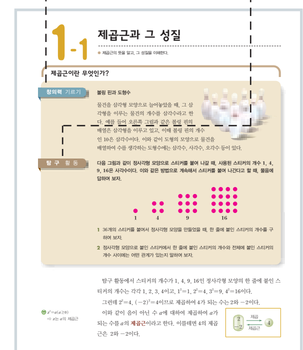
대단원 학습 목표 단원에서 배울 학습의 방향을 이해하고, 자기 주도적인 학습을 해 나갈 수 있게 하였습니다.

단원의 연계성 단원에서 공부할 내용과 관련하여 이전에 학습한 내용, 이후에 학습할 내용을 제시함으로써 내용의 흐름을 알 수 있게 하였습니다.



준비 학습 학습에 필요한 선행 지식을 상기하고, 학습의 위계를 알 수 있도록 문제를 제시하였습니다.

창의력 기르기 실생활이나 타 교과와 관련된 내용을 소개하여 흥미를 유발하고 내용 전개의 실마리를 제공하였습니다. 또 스토리텔링 형식을 통하여 수학의 가치와 유용성을 느끼고 창의적인 생각을 키울 수 있도록 하였습니다.

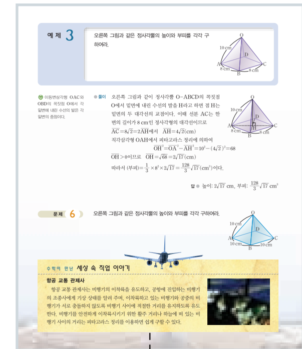


탐구 활동 창의력 기르기와 관련되거나 수학적 사고를 유발할 수 있는 물음과 활동을 통하여 새로 도입할 수학의 원리나 개념을 탐구할 수 있도록 하였습니다.

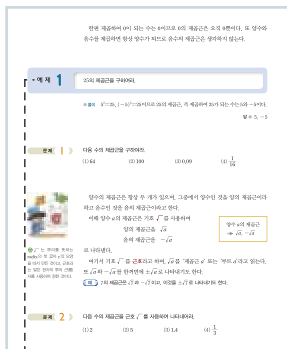
예제 학습 내용과 관련된 대표적인 문제와 풀이를 함께 제시함으로써 개념 이해를 탄탄히 하고, 유사 문제를 해결할 수 있도록 하였습니다.

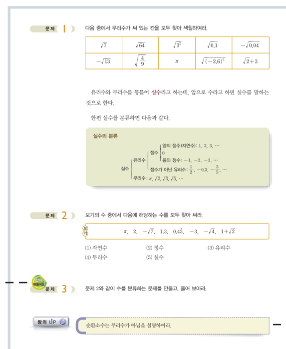
함께 만들어요 학생들 스스로 문제를 만들어 보게 함으로써 학생들이 학습한 내용에 대한 문제 해결 방법과 과정을 보다 잘 이해할 수 있도록 하였습니다.

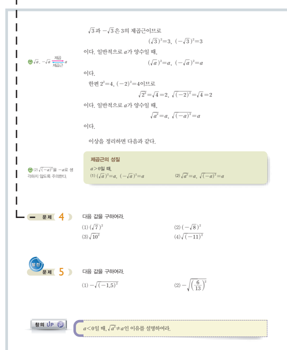
창의 UP 수학적 원리와 법칙을 탐구하고, 수학의 개념을 깊이 생각하여 표현해 봄으로써 창의적인 생각을 기를 수 있도록 하였습니다.

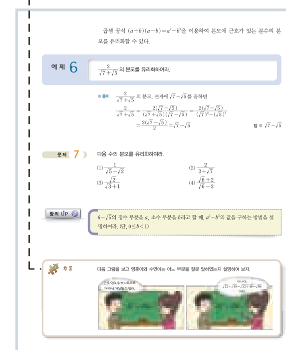


수학이 만난 세상 속 직업 이야기
단원과 관련된 직업을 소개함으로써 수학의 유용성을 일깨워 주고, 학생들이 진로를 선택하는 데 도움이 될 수 있도록 하였습니다.







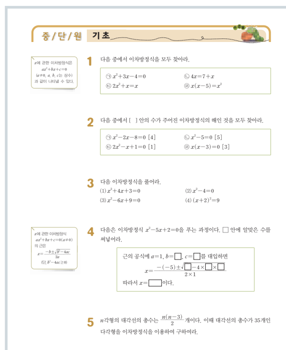


수학적 능력 관련(문제 해결, 추론, 의사소통)
창의적인 문제 해결 능력, 수학적 사실을 분석하고 정당화하는 문제를 통하여 수학적으로 사고하고 추론하는 능력, 수학적 개념을 말로 표현하고 토의하는 과정을 통하여 효율적으로 의사소통하는 능력을 기를 수 있도록 하였습니다.

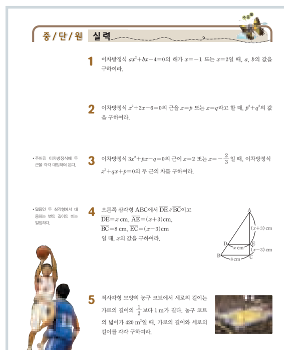
문제, 발전 문제, 실생활 문제
학생들이 공부한 내용을 스스로 점검할 수 있도록 학습 내용을 확인하는 다양한 문제를 제시하였습니다.

이 책의 / 구성과 특징

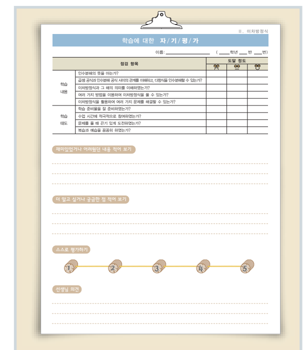
중단원 기초 중단원 학습 내용 중 최소 필수 내용을 확인하는 문제를 제공함으로써 수준별 학습에 도움이 될 수 있도록 하였습니다.



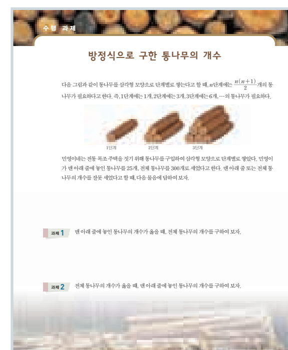
중단원 실력 중단원 학습 내용 중 난이도 높은 문제를 제공함으로써 수준별 학습에 도움이 될 수 있도록 하였습니다.



학습에 대한 자기 평가 대단원 학습을 마친 후 학습 목표에 도달하였는지 스스로 점검해 보고, 자신이 이 단원의 수업에 얼마나 열심히 참여했는지를 반성하게 하여 보다 나은 학습 태도를 유도함으로써 자기 주도 학습이 가능하도록 하였습니다.

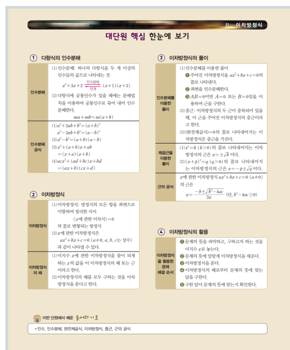


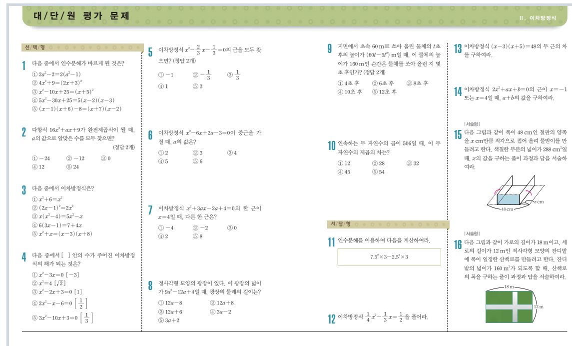
중단원 기본 중단원 학습 내용 중 기본 개념을 확인하는 문제를 제공함으로써 수준별 학습에 도움이 될 수 있도록 하였습니다.



수행 과제 단원에서 학습한 내용 중 탐구 소재를 선정하여 실험 · 분석 · 조사 · 관찰한 후 그 결과를 조직하고 표현함으로써 종합적인 문제 해결 능력을 기를 수 있도록 하였습니다.

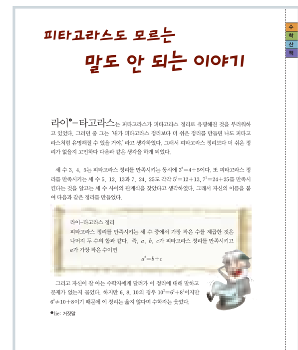
대단원 핵심 한눈에 보기 대단원 학습을 마친 후 그 단원에서 배운 내용을 요약 · 정리하고, 새로 배운 용어와 기호를 제시함으로써 학습 내용을 상기할 수 있도록 하였습니다.



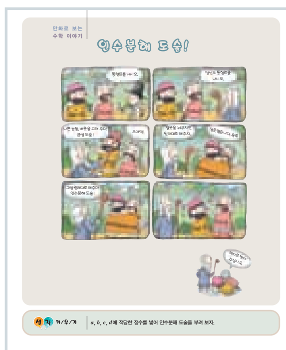


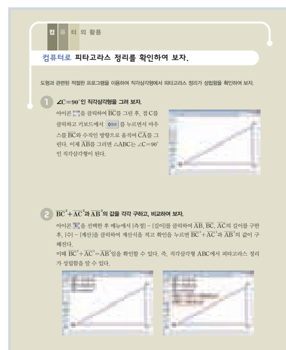
대단원 평가 문제 대단원 학습 내용을 총망라한 다양한 평가 문항들을 제시하였습니다. 또 서술형 문제를 통해 수학적 표현 능력을 기를 수 있도록 하였습니다.

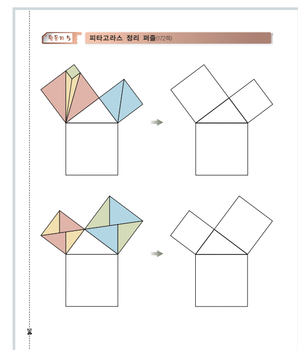
수학 산책 실생활에서 수학이 활용되는 예, 그 내용이 등장하게 된 계기 등 이 단원과 연관이 있는 이야기를 소개하여 수학에 흥미를 불러일으킬 수 있도록 하였습니다.



만화로 보는 수학 이야기 단원과 관련된 내용을 만화로 보여 줌으로써 친근하게 학습 내용의 필요성을 느낄 수 있도록 하였고, 생각 키우기에서 다양한 아이디어를 산출할 수 있도록 열린 반응을 요구하는 수학적 과제를 제시하였습니다.







공학적 도구(컴퓨터, 계산기)의 활용 단원의 내용 중에서 공학적 도구를 의미 있게 활용할 수 있는 학습 주제를 선정하여 컴퓨터, 계산기 등을 활용하는 방법을 제시함으로써 학습자의 흥미를 높이고, 효과적인 수업이 될 수 있도록 하였습니다.

활동지 수업에서 직접 활용할 수 있는 활동지를 제공하여 학생 스스로 조작해 봄으로써 활동적인 수학 수업이 가능하도록 하였습니다.

차례

Ⅰ. 실수와 그 계산

Ⅱ. 이차방정식

Ⅲ. 이차함수

Ⅳ. 통계

V. 피타고라스 정리

VI. 삼각비

VII. 원의 성질

부록

I 실수와 그 계산

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
2. 무리수의 개념을 이해한다.
3. 실수의 대소 관계를 이해한다.
4. 근호를 포함한 식의 사칙계산을 할 수 있다.

1. 제곱근과 실수

2. 근호를 포함한 식의 계산

아주 옛날부터 사람들은 자연 속에 내재된 아름다움을 칭송하면서 그 아름다움을 객관적으로 밝혀내기 위해 노력하였다. 이와 같은 노력으로 가장 아름답고 안정적인 비율을 발견하였는데, 고대 그리스의 에우독소스(Eudoxos : ?B.C. 400 ~ ?B.C. 350)는 이 비를 황금비(黃金比)라고 칭하였다.

8 ~ 9월경에 피는 해바라기의 꽃 머리 한가운데에 있는 씨들이 그리는 나선의 하나는 시계 방향으로 돌고, 다른 하나는 시계 반대 방향으로 돈다. 일반적으로 해바라기 꽃 머리에 있는 시계 방향의 나선 수와 시계 반대 방향의 나선 수의 비율은 황금비이다. 오늘날 명함, 교통카드, 텔레비전 화면 등에도 활용되고 있는 황금비 1 : 1.61803398874⋯의 1.61803398874⋯는 순환하지 않는 무한소수임이 알려져 있다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용

[초5~6학년군]
분수와 소수의 곱셈과 나눗셈

[중1~3학년군]
정수와 유리수
문자의 사용과 식의 계산
유리수와 순환소수
단항식의 계산
다항식의 계산

이 단원에서 공부할 내용

1. 제곱근과 실수
제곱근과 그 성질
무리수
실수의 대소 관계

2. 근호를 포함한 식의 계산
제곱근의 곱셈과 나눗셈
제곱근의 덧셈과 뺄셈

이후에 배울 내용

[중1~3학년군]
이차방정식
피타고라스 정리
삼각비

[수학 I]
복소수와 이차방정식

[수학 II]
유리함수와 무리함수

1 제곱근과 실수

준 | 비 | 학 | 습

정수와 유리수

- 양의 정수, 0, 음의 정수를 통틀어 정수라고 한다.
- 분자와 분모(0이 아니다.)가 모두 정수인 분수로 나타낼 수 있는 수를 유리수라고 한다.

유리수의 제곱

유리수 a에 대하여 $a^2=a\times a$로 계산한다.

유리수의 대소 관계

- 양수는 0보다 크고, 음수는 0보다 작다.
- 양수는 음수보다 크다.
- 양수는 그 절댓값이 클수록 크다.
- 음수는 그 절댓값이 클수록 작다.

유리수와 순환소수

모든 순환소수는 분자, 분모(0이 아니다.)가 모두 정수인 분수로 나타낼 수 있으므로 유리수이다.

1 다음 중에서 정수가 아닌 유리수를 모두 찾아라.

㉠ 0.3	㉡ 0	㉢ $\frac{5}{7}$	㉣ $-\frac{8}{4}$

2 다음을 계산하여라.

(1) 3^2 (2) $(-3)^2$

(3) 0.7^2 (4) $(-0.7)^2$

3 다음 수를 작은 것부터 차례로 나열하여라.

$$-\frac{3}{4},\quad 0,\quad 1,\quad -2,\quad \frac{1}{3},\quad \frac{3}{4},\quad -3$$

4 다음 중에서 옳은 것을 찾아라.

ㄱ. 유한소수는 유리수이다.
ㄴ. 무한소수는 모두 순환소수이다.
ㄷ. 순환소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
ㄹ. 모든 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

1-1 제곱근과 그 성질

● 제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

제곱근이란 무엇인가?

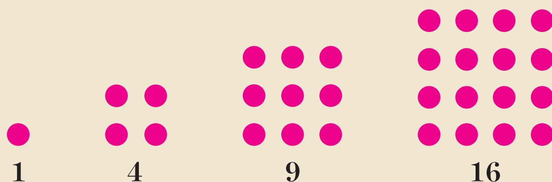
창의력 기르기

볼링 핀과 도형수

물건을 삼각형 모양으로 늘어놓았을 때, 그 삼각형을 이루는 물건의 개수를 삼각수라고 한다. 예를 들어 오른쪽 그림과 같은 볼링 핀의 배열은 삼각형을 이루고 있고, 이때 볼링 핀의 개수인 10은 삼각수이다. 이와 같이 도형의 모양으로 물건을 배열하여 수를 생각하는 도형수에는 삼각수, 사각수, 오각수 등이 있다.

탐구 활동

다음 그림과 같이 정사각형 모양으로 스티커를 붙여 나갈 때, 사용된 스티커의 개수 1, 4, 9, 16은 사각수이다. 이와 같은 방법으로 계속해서 스티커를 붙여 나간다고 할 때, 물음에 답하여 보자.



1 36개의 스티커를 붙여서 정사각형 모양을 만들었을 때, 한 줄에 붙인 스티커의 개수를 구하여 보자.

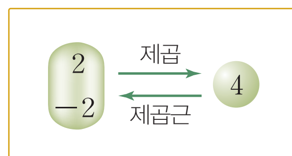
2 정사각형 모양으로 붙인 스티커에서 한 줄에 붙인 스티커의 개수와 전체에 붙인 스티커의 개수 사이에는 어떤 관계가 있는지 말하여 보자.

탐구 활동에서 스티커의 개수가 1, 4, 9, 16인 정사각형 모양의 한 줄에 붙인 스티커의 개수는 각각 1, 2, 3, 4이고, $1^2=1$, $2^2=4$, $3^2=9$, $4^2=16$이다.

그런데 $2^2=4$, $(-2)^2=4$이므로 제곱하여 4가 되는 수는 2와 -2이다.

이와 같이 음이 아닌 수 a에 대하여 제곱하여 a가 되는 수를 a의 **제곱근**이라고 한다. 이를테면 4의 제곱근은 2와 -2이다.

$x^2=a(a\geq 0)$
⇨ x는 a의 제곱근



한편 제곱하여 0이 되는 수는 0이므로 0의 제곱근은 오직 0뿐이다. 또 양수와 음수를 제곱하면 항상 양수가 되므로 음수의 제곱근은 생각하지 않는다.

예 제 1

25의 제곱근을 구하여라.

풀이 $5^2=25$, $(-5)^2=25$이므로 25의 제곱근, 즉 제곱하여 25가 되는 수는 5와 -5이다.

답 5, -5

문 제 1

다음 수의 제곱근을 구하여라.

(1) 64 (2) 100 (3) 0.09 (4) $\frac{1}{16}$

$\sqrt{}$ 는 뿌리를 뜻하는 radix의 첫 글자 r의 모양을 따서 만든 것이고, 근호라는 말은 한자의 뿌리 근(根) 자를 사용하여 정한 것이다.

양수의 제곱근은 항상 두 개가 있으며, 그중에서 양수인 것을 양의 제곱근이라 하고 음수인 것을 음의 제곱근이라고 한다.

이때 양수 a의 제곱근은 기호 $\sqrt{}$ 를 사용하여

양의 제곱근을 $\sqrt{a}$

음의 제곱근을 $-\sqrt{a}$

로 나타낸다.

> 양수 a의 제곱근
> ➔ $\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$

여기서 기호 $\sqrt{}$ 를 **근호**라고 하며, $\sqrt{a}$를 '제곱근 a' 또는 '루트 a'라고 읽는다. 또 $\sqrt{a}$와 $-\sqrt{a}$를 한꺼번에 $\pm\sqrt{a}$로 나타내기도 한다.

예 7의 제곱근은 $\sqrt{7}$과 $-\sqrt{7}$이고, 이것을 $\pm\sqrt{7}$로 나타내기도 한다.

문 제 2

다음 수의 제곱근을 근호 $\sqrt{}$ 를 사용하여 나타내어라.

(1) 2 (2) 5 (3) 1.4 (4) $\frac{1}{3}$

한편 근호 $\sqrt{\ }$ 를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수도 있다.

이를테면 $3^2=9$, $(-3)^2=9$이므로 9의 제곱근은 3과 -3이다. 즉,

$$9\text{의 양의 제곱근은 } \sqrt{9}=3, \ \text{음의 제곱근은 } -\sqrt{9}=-3$$

이다.

예제 2

다음 수를 근호 $\sqrt{\ }$ 를 사용하지 않고 나타내어라.

(1) $\sqrt{64}$　　(2) $-\sqrt{\frac{1}{4}}$

풀이 (1) $8^2=64$, $(-8)^2=64$이므로 64의 제곱근은 ± 8이다. 그런데 $\sqrt{64}$는 64의 양의 제곱근이므로 $\sqrt{64}=8$이다.

(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$, $\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$이므로 $\frac{1}{4}$의 제곱근은 $\pm\frac{1}{2}$이다. 그런데 $-\sqrt{\frac{1}{4}}$은 $\frac{1}{4}$의 음의 제곱근이므로 $-\sqrt{\frac{1}{4}}=-\frac{1}{2}$이다.

답 (1) 8　(2) $-\frac{1}{2}$

문제 3 다음 수를 근호 $\sqrt{\ }$ 를 사용하지 않고 나타내어라.

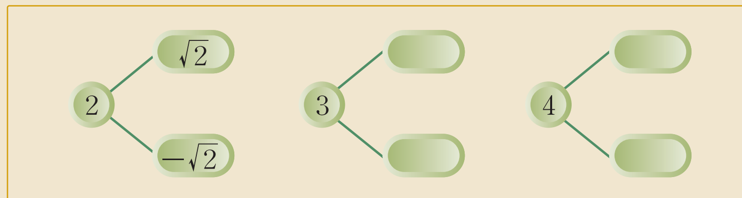
(1) $\sqrt{16}$　　(2) $-\sqrt{81}$　　(3) $\sqrt{\frac{25}{64}}$　　(4) $-\sqrt{0.49}$

제곱근에는 어떤 성질이 있는가?

탐구 활동

다음 물음에 답하여 보자.

1 빈칸에 주어진 수의 제곱근을 써넣어 보자.

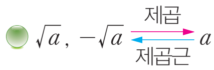


2 **1**에서 구한 제곱근을 각각 제곱하면 어떤 수가 되는지 말하여 보자.

$\sqrt{3}$과 $-\sqrt{3}$은 3의 제곱근이므로

$$(\sqrt{3})^2=3,\ (-\sqrt{3})^2=3$$

이다. 일반적으로 a가 양수일 때,



$\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$ ⇄ a

$$(\sqrt{a})^2=a,\ (-\sqrt{a})^2=a$$

이다.

한편 $2^2=4$, $(-2)^2=4$이므로

$$\sqrt{2^2}=\sqrt{4}=2,\ \sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$$

이다. 일반적으로 a가 양수일 때,

$$\sqrt{a^2}=a,\ \sqrt{(-a)^2}=a$$

이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

제곱근의 성질

$a>0$일 때,

(1) $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$ (2) $\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{(-a)^2}=a$

(2) $\sqrt{(-a)^2}$을 $-a$로 생각하지 않도록 주의한다.

문제 4 다음 값을 구하여라.

(1) $(\sqrt{7})^2$ (2) $(-\sqrt{8})^2$

(3) $\sqrt{10^2}$ (4) $\sqrt{(-11)^2}$

문제 5 다음 값을 구하여라.

(1) $-\sqrt{(-1.5)^2}$ (2) $-\sqrt{\left(\dfrac{6}{13}\right)^2}$

창의 UP

$a<0$일 때, $\sqrt{a^2}\neq a$인 이유를 설명하여라.

예제 3

다음을 계산하여라.

(1) $(\sqrt{6})^2+\sqrt{(-3)^2}$ (2) $(-\sqrt{2})^2-\sqrt{25}$

● 풀이 (1) $(\sqrt{6})^2=6$, $\sqrt{(-3)^2}=3$이므로

$(\sqrt{6})^2+\sqrt{(-3)^2}=6+3=9$

(2) $(-\sqrt{2})^2=2$, $\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$이므로

$(-\sqrt{2})^2-\sqrt{25}=2-5=-3$

답 ● (1) 9 (2) -3

문제 6

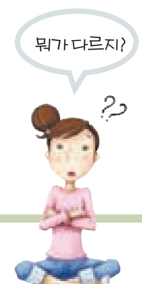
다음을 계산하여라.

(1) $(-\sqrt{7})^2+\sqrt{2^2}$ (2) $(\sqrt{11})^2-(-\sqrt{5})^2$

(3) $(\sqrt{10})^2-\sqrt{36}$ (4) $-\sqrt{64}+\sqrt{(-3)^2}$

문제 7

$a>0$일 때, $\sqrt{a^2}+\sqrt{(-3a)^2}$을 간단히 하여라.



의사소통 '9의 제곱근'과 '제곱근 9'의 차이점을 말하여 보자.

제곱근의 대소 관계는 어떻게 알 수 있는가?

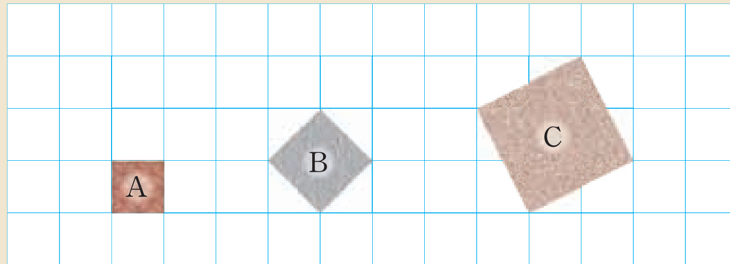
창의력 기르기

타일

건물의 바닥이나 벽면의 장식용 소재로 많이 사용되는 타일은 그 활용 범위가 넓다. 특히 아줄레주는 포르투갈의 독특한 타일 장식이다. 아줄레주는 유명한 건축물과 미술관뿐만 아니라 일반 가정집 등에서도 다양하게 쓰이고 있다.

탐 구 활 동

다음 그림과 같이 모눈의 간격이 1인 모눈종이 위에 크기가 다른 정사각형 모양의 타일 세 개가 있다. 타일 A의 넓이가 1일 때, 물음에 답하여 보자.



1 타일 B와 C의 넓이를 구한 후, 한 변의 길이를 각각 구하여 보자.

2 타일 B와 C의 넓이를 비교하여 보자. 또 두 타일의 한 변의 길이를 비교하여 보자.

3 **1**, **2**에서 제곱근의 대소 관계는 어떻게 알 수 있는지 말하여 보자.

오른쪽 그림과 같이 넓이가 $2\,\text{cm}^2$, $3\,\text{cm}^2$인 두 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{2}\,\text{cm}$, $\sqrt{3}\,\text{cm}$이다. 그리고 두 정사각형에서 넓이가 큰 정사각형의 한 변의 길이가 더 길다. 즉,

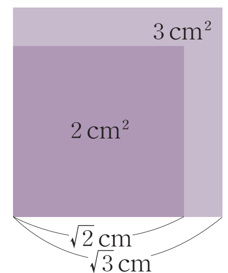
$$2<3\text{이면}\quad \sqrt{2}<\sqrt{3}$$

이다.

또 한 변의 길이가 긴 것이 넓이도 더 크므로

$$\sqrt{2}<\sqrt{3}\text{이면}\quad 2<3$$

이다.



● 한 변의 길이가 x cm인 정사각형의 넓이는 $x^2\,\text{cm}^2$이다.

일반적으로 넓이가 a, b인 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$이므로 정사각형의 넓이와 한 변의 길이 사이의 관계에 의하여 다음과 같은 사실을 알 수 있다.

제곱근의 대소 관계

$a>0$, $b>0$일 때,

(1) $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$　　(2) $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 $a<b$

예제 4

다음 두 수의 대소를 비교하여라.

(1) $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$　　(2) 3, $\sqrt{10}$

근호가 있는 수와 없는 수의 대소 비교는 근호가 없는 수를 근호가 있는 수로 고친 뒤에 한다.

풀이 (1) $5<7$이므로 $\sqrt{5}<\sqrt{7}$

(2) $3=\sqrt{9}$이고 $9<10$이므로 $\sqrt{9}<\sqrt{10}$

따라서 $3<\sqrt{10}$이다.

답 (1) $\sqrt{5}<\sqrt{7}$ (2) $3<\sqrt{10}$

문제 8 다음 두 수의 대소를 비교하여라.

(1) $\sqrt{7}$, $\sqrt{6}$　　(2) $\sqrt{11}$, $\sqrt{13}$

(3) 5, $\sqrt{5}$　　(4) $\sqrt{8}$, 4

발전 문제 9 다음 두 수의 대소를 비교하여라.

(1) 0.6, $\sqrt{0.7}$　　(2) $\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\frac{1}{2}$

추론 $0<a<1$일 때, a와 $\sqrt{a}$의 대소 관계를 설명하여 보자.

1-2 무리수

● 무리수의 개념을 이해한다.

무리수는 어떤 수인가?

창의력 기르기

원형 육교

번잡한 도로나 철로 위를 사람들이 안전하게 횡단할 수 있도록 공중으로 건너질러 놓은 다리를 육교라고 한다. 육교는 여러 가지 모양으로 건설되고 있는데 오른쪽 그림과 같은 원형 육교도 있다. 이와 같은 원형 육교를 설계하려면 원주율 π의 값이 필요하다.

탐구 활동

3세기경 중국의 수학자 유휘는 원주율 π의 값으로 $3\frac{7}{50}$을 사용하였고, 13세기 이탈리아의 수학자 피보나치는 π의 값으로 $\frac{864}{275}$를 사용하였다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 두 수학자 중 누가 사용한 값이 π의 값 3.141592653⋯에 더 가까운지 말하여 보자.

2 두 수학자가 사용한 값을 소수로 나타내었을 때, 숫자의 배열이 3.141592653⋯과 다른 점을 말하여 보자.

우리는 "수학 ②"에서 유한소수와 순환소수는 유리수이고, 정수가 아닌 유리수는 유한소수나 순환소수로 나타낼 수 있음을 배웠다.

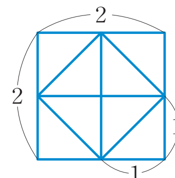
이제 $\sqrt{2}$가 유리수인지 알아보자.

● $a>0$, $b>0$일 때, $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이다.

오른쪽 그림에서 정사각형의 넓이를 비교하면 $1<2<4$이므로

$$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4},\ 1<\sqrt{2}<2$$

이다. 따라서 $\sqrt{2}$는 정수가 아니다.



한편 정수가 아닌 유리수는 모두 기약분수로 나타낼 수 있고, 이 기약분수를 제곱하면 그 결과는 정수가 될 수 없다.

예를 들면

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16},\ \left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{4},\ \left(\frac{2}{7}\right)^2=\frac{4}{49},\ \cdots$$

는 모두 정수가 아니다.

그런데 $\sqrt{2}$를 기약분수로 나타낼 수 있다면 $(\sqrt{2})^2$은 정수가 될 수 없다. 그러나 $(\sqrt{2})^2=2$이므로 정수가 된다. 즉, $\sqrt{2}$는 기약분수로 나타낼 수 없다.

따라서 $\sqrt{2}$는 정수도 아니고 기약분수로 나타낼 수도 없으므로 유리수가 아니다.

이와 같이 유리수가 아닌 수를 **무리수**라고 한다.

이제 무리수 $\sqrt{2}$를 다음과 같이 소수로 나타내어 보자.

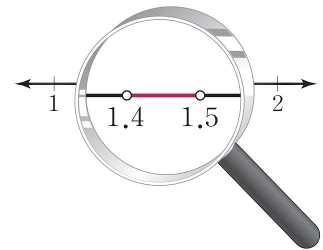
(1) $1<2<4$이므로

$$1<\sqrt{2}<2$$

(2) $1.4^2=1.96,\ 1.5^2=2.25$이므로

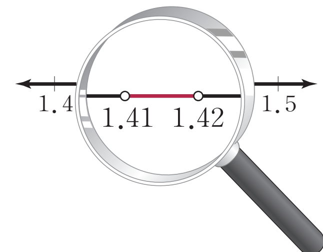
$$1.4^2<2<1.5^2$$

$$1.4<\sqrt{2}<1.5$$



(3) $1.41^2=1.9881,\ 1.42^2=2.0164$이므로

$$1.41<\sqrt{2}<1.42$$



(4) $1.414^2=1.999396$,

$1.415^2=2.002225$이므로

$$1.414<\sqrt{2}<1.415$$

같은 방법으로 계속하면 $\sqrt{2}$는 다음과 같이 순환하지 않는 무한소수로 나타난다.

$$\sqrt{2}=1.41421356237309504880\cdots$$

또 $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, π 등도 모두 무리수임이 알려져 있고, 다음과 같이 순환하지 않는 무한소수로 나타난다.

$$\sqrt{3}=1.73205080756\cdots,\ \sqrt{5}=2.23606797749\cdots,\ \pi=3.14159265358\cdots$$

한편 $\sqrt{2}+1$, $\sqrt{3}-1$ 등도 무리수이며 이들을 소수로 나타내면 다음과 같다.

$$\sqrt{2}+1=2.41421356237\cdots,\ \sqrt{3}-1=0.73205080756\cdots$$

주의 $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{0.49}$ 등은 각각 2, 3, $\frac{1}{2}$, 0.7 등과 같으므로 유리수이다.

문제 1 다음 중에서 무리수가 써 있는 칸을 모두 찾아 색칠하여라.

$\sqrt{7}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{3^2}$	$\sqrt{0.1}$	$-\sqrt{0.04}$
$-\sqrt{13}$	$\sqrt{\frac{4}{9}}$	π	$\sqrt{(-2.6)^2}$	$\sqrt{2}+3$

유리수와 무리수를 통틀어 **실수**라고 하는데, 앞으로 수라고 하면 실수를 말하는 것으로 한다.

한편 실수를 분류하면 다음과 같다.

실수의 분류

- 실수
  - 유리수
    - 정수
      - 양의 정수(자연수): $1,\ 2,\ 3,\ \cdots$
      - 0
      - 음의 정수: $-1,\ -2,\ -3,\ \cdots$
    - 정수가 아닌 유리수: $\frac{1}{2},\ -0.3,\ -\frac{3}{5},\ \cdots$
  - 무리수: $\pi,\ \sqrt{2},\ \sqrt{3},\ \sqrt{5},\ \cdots$

문제 2 보기의 수 중에서 다음에 해당하는 수를 모두 찾아 써라.

보기: $\pi,\quad 2,\quad -\sqrt{7},\quad 1.3,\quad 0.4\dot{3},\quad -3,\quad -\sqrt{4},\quad 1+\sqrt{2}$

(1) 자연수 (2) 정수 (3) 유리수
(4) 무리수 (5) 실수

문제 3 문제 2와 같이 수를 분류하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

창의 UP 순환소수는 무리수가 아님을 설명하여라.

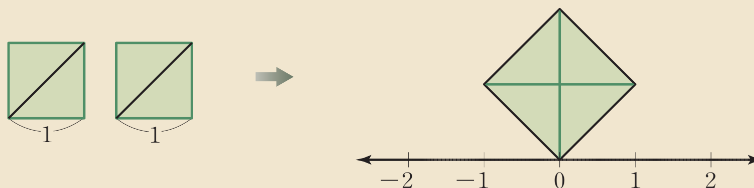
1-3 실수의 대소 관계

● 실수의 대소 관계를 이해한다.

무리수는 수직선 위에 어떻게 나타낼 수 있는가?

탐 구 활 동

다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 두 정사각형으로 큰 정사각형을 만들어 수직선 위에 놓고, 물음에 답하여 보자.



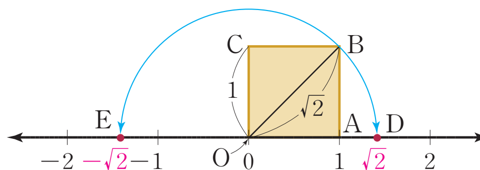
1 처음 정사각형의 넓이를 이용하여 큰 정사각형의 넓이를 구하여 보자.

2 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여 보자.

3 큰 정사각형의 한 변의 길이를 수직선 위에 나타낼 수 있는 방법을 말하여 보자.

우리는 모든 유리수에 대응하는 점을 수직선 위에 나타낼 수 있음을 "수학 ①"에서 배웠다. 이제 무리수 $\sqrt{2}$에 대응하는 점을 수직선 위에 나타내어 보자.

다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형 OABC를 그리면 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$가 된다. 따라서 원점 O를 중심으로 하고 대각선 OB를 반지름으로 하는 원을 그릴 때, 수직선과 만나는 점 D, E는 각각 무리수 $\sqrt{2}$와 $-\sqrt{2}$를 나타낸다.

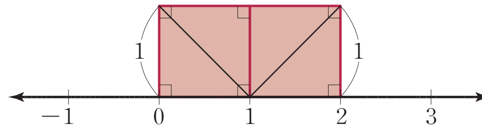


이와 같이 수직선 위에는 유리수에 대응하는 점뿐만 아니라 무리수에 대응하는 점도 있음을 알 수 있다.

실제로 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있음이 알려져 있다.

따라서 한 실수는 수직선 위의 한 점에 대응하고, 거꾸로 수직선 위의 한 점에는 한 실수가 대응한다.

문 제 다음 수직선 위에 무리수 $1+\sqrt{2}$와 $1-\sqrt{2}$를 나타내어라.



실수의 대소 관계는 어떻게 알 수 있는가?

탐 구 활 동 다음 실수를 아래의 수직선 위에 나타내고, 물음에 답하여 보자.

$$\frac{1}{2},\ -3.5,\ \sqrt{2},\ -\sqrt{2},\ 2+\sqrt{2}$$

1 수직선 위에서 1보다 오른쪽에 나타낼 수 있는 수는 어느 것인가?

2 수직선 위에서 왼쪽에 나타낼 수 있는 수부터 차례로 말하여 보자.

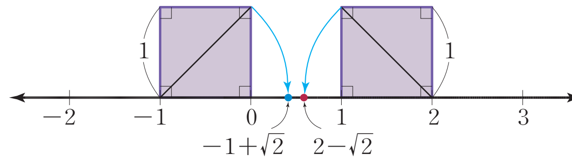
유리수에서와 마찬가지로 실수를 수직선 위에 나타내었을 때, 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크다.

원점 O를 기준으로 오른쪽에 있는 수를 양의 실수(양수), 왼쪽에 있는 수를 음의 실수(음수)라고 한다.

예를 들어 두 실수 $-1+\sqrt{2}$와 $2-\sqrt{2}$를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같이 $-1+\sqrt{2}$보다 $2-\sqrt{2}$가 오른쪽에 있으므로

$$-1+\sqrt{2}<2-\sqrt{2}$$

이다.



이제 수직선을 이용하지 않고 실수의 대소를 비교하는 방법을 알아보자.

실수에서도 유리수에서와 같이 부등식의 성질이 성립한다.

즉, 임의의 두 실수 a, b에 대하여

$a-b>0$이면 $a-b+b>0+b$이므로 $a>b$이다.

$a-b<0$이면 $a-b+b<0+b$이므로 $a<b$이다.

따라서 두 실수 a, b의 대소 관계는 $a-b$의 값의 부호에 따라 정할 수 있다.

일반적으로 다음이 성립한다.

실수의 대소 관계

두 실수 a, b에 대하여

(1) $a-b>0$이면 $a>b$ (2) $a-b=0$이면 $a=b$ (3) $a-b<0$이면 $a<b$

예제 1 두 실수 $\sqrt{7}-2$와 1의 대소를 비교하여라.

두 실수 a, b에 대하여 $a-b<0$이면 $a<b$이다.

풀이 $(\sqrt{7}-2)-1=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}$

$7<9$이므로 $\sqrt{7}<\sqrt{9}$에서 $\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$

따라서 $(\sqrt{7}-2)-1<0$이므로 $\sqrt{7}-2<1$

답 $\sqrt{7}-2<1$

문제 2 다음 두 실수의 대소를 비교하여라.

(1) $\sqrt{3}+4$, 5

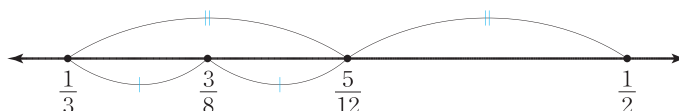
(2) 2, $\sqrt{11}-1$

(3) $\sqrt{5}-2$, 1

(4) $4-\sqrt{2}$, 2

수직선 위에서 두 유리수 $\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{2}$에 대응하는 두 점을 이은 선분의 중점은 $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)\div 2=\frac{5}{12}$인 유리수에 대응하는 점이다. 이것은 각각 유리수 $\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{2}$에 대응하는 두 점 사이에 있다. 즉, 두 유리수 $\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{2}$ 사이에는 유리수 $\frac{5}{12}$가 있음을 알 수 있다.

마찬가지로 $\frac{1}{3}$과 $\frac{5}{12}$ 사이에는 $\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{12}\right)\div 2=\frac{3}{8}$이 있다.



이와 같은 방법으로 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있음을 알 수 있다.

한편 두 무리수

$$\sqrt{2}=1.41421356237\cdots,\quad \sqrt{3}=1.73205080756\cdots$$

에 대하여

$$\sqrt{2}+0.1,\ \sqrt{2}+0.01,\ \sqrt{2}+0.001,\ \cdots$$

등은 모두 순환하지 않는 무한소수이고, 이들은 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수이다.

$\sqrt{2}+0.1=1.51421\cdots$
$\sqrt{2}+0.01=1.42421\cdots$
$\sqrt{2}+0.001=1.41521\cdots$

따라서 두 무리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있음을 알 수 있다.

일반적으로 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.

문제 3 두 무리수 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{10}$의 값이 다음과 같을 때, 두 무리수 사이에 있는 무리수를 3개 찾아라.

$$\sqrt{5}=2.23606797\cdots,\quad \sqrt{10}=3.16227766\cdots$$

문제해결 수직선을 이용하여 $-1-\sqrt{2}<n<3+\sqrt{2}$를 만족시키는 정수 n을 모두 구하여 보자.

중/단/원 기초

> a의 제곱근
> ⇨ $x^2=a$ $(a\ge0)$를 만족시키는 수 x

1 다음 수의 제곱근을 구하여라.

(1) 6　　(2) 13　　(3) 0.25　　(4) $\dfrac{25}{81}$

> $a>0$일 때,
> ① $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$
> ② $\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{(-a)^2}=a$

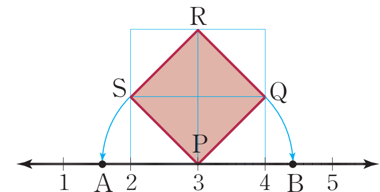
2 다음을 계산하여라.

(1) $(\sqrt{3})^2+(-\sqrt{5})^2$　　(2) $\sqrt{144}-\sqrt{9}$

3 다음 중에서 무리수를 모두 찾아라.

$\sqrt{3}$,　$\sqrt{9}$,　-5,　$\sqrt{5}$,　$-\dfrac{2}{7}$

4 오른쪽 그림은 한 변의 길이가 2인 정사각형의 각 변의 중점을 연결하여 정사각형 PQRS를 그린 것이다. 수직선 위의 두 점 A, B에 대응하는 수를 각각 구하여라.



> 두 실수 a, b에 대하여
> ① $a-b>0$이면 $a>b$
> ② $a-b=0$이면 $a=b$
> ③ $a-b<0$이면 $a<b$

5 다음 두 실수의 대소를 비교하여라.

(1) $2+\sqrt{6}$, 5　　(2) $\sqrt{3}-2$, $\sqrt{3}-\sqrt{7}$

중 / 단 / 원 기 본

제곱근

1 다음 수의 제곱근을 구하여라.

(1) 169 (2) $\frac{2}{3}$ (3) 5^2

(4) 0 (5) $\sqrt{81}$ (6) $(-\sqrt{7})^2$

제곱근

2 가로, 세로의 길이가 각각 3 cm, 5 cm인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

실수

3 다음 중에서 옳은 것을 모두 찾아라.

ㄱ. 무한소수는 유리수이다.
ㄴ. 모든 유리수와 무리수는 실수이다.
ㄷ. 2는 유리수이고, $\sqrt{2}$는 무리수이다.
ㄹ. $\sqrt{7}$은 순환하지 않는 무한소수이다.

실수의 대소 관계

4 다음 수를 작은 것부터 차례로 나열하여라.

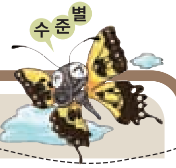
$\sqrt{8}$, $\sqrt{2}$, 1.5, 3, $\sqrt{3}$

실수의 대소 관계

5 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) 1 □ $\sqrt{5}-1$ (2) 2 □ $3-\sqrt{3}$

(3) $2+\sqrt{6}$ □ $\sqrt{6}+\sqrt{3}$ (4) $\sqrt{7}-\sqrt{5}$ □ $\sqrt{11}-\sqrt{5}$



1 $\sqrt{16}$의 양의 제곱근을 a, $(-\sqrt{5})^2$의 양의 제곱근을 b라고 할 때, a, b의 대소를 비교하여라.

• 근호 안이 a^2의 꼴이 되도록 하는 x의 값을 생각해 본다.

2 $\sqrt{135x}$가 자연수가 되도록 하는 x의 값 중에서 가장 작은 자연수를 구하여라.

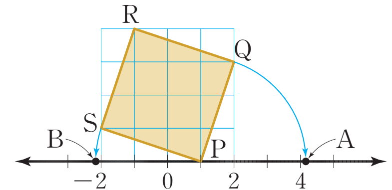
3 $4<\sqrt{3x}<5$를 만족시키는 자연수 x의 값을 모두 구하여라.

• 정사각형의 넓이가 10임을 이용한다.

4 오른쪽 그림에서 □PQRS가 정사각형일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 두 점 A, B에 대응하는 수를 각각 구하여라.

(2) 두 점 A, B 사이에 있는 점에 대응하는 무리수를 3개 구하여라.



5 다음 중에서 두 무리수 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 실수에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 찾아라.

ㄱ. 3은 두 수 사이에 있다.
ㄴ. 두 수 사이에는 한 개의 정수가 있다.
ㄷ. $\sqrt{2}-0.01$은 두 수 사이에 있는 무리수이다.
ㄹ. 두 수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

2 근호를 포함한 식의 계산

준 | 비 | 학 | 습

소수의 계산

- 소수에 10, 100, 1000, …을 곱하면 곱하는 수의 0의 개수만큼 소수점을 오른쪽으로 옮긴다.
- 소수에 0.1, 0.01, 0.001, …을 곱하면 곱하는 수의 소수점 아래 자릿수만큼 소수점을 왼쪽으로 옮긴다.

1 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) $3000=3\times\square=30\times\square$

(2) $0.003=3\times\square=30\times\square$

(3) $0.652\times100=\square$

(4) $0.652\times0.01=\square$

유리수의 계산

유리수의 나눗셈은 나누는 수의 역수를 곱하여 계산한다.

2 다음을 계산하여라.

(1) $(-2)\times(-7)$

(2) $15\div(-3)$

(3) $(-6)\times\frac{1}{3}$

(4) $\left(-\frac{4}{7}\right)\div\left(-\frac{2}{21}\right)$

다항식의 계산

다항식의 덧셈과 뺄셈은 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

3 다음을 계산하여라.

(1) $(a+2b)+(3a-b)$

(2) $(6a+b)+2(a-3b)$

(3) $(3a+b)-(4a-3b)$

(4) $2(4a+b)-3(a+5b)$

곱셈 공식

- $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
- $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
- $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
- $(x+a)(x+b)$
  $=x^2+(a+b)x+ab$

4 다음 식을 전개하여라.

(1) $(x+8)^2$

(2) $(x-3)^2$

(3) $(x+1)(x-1)$

(4) $(x+2)(x+5)$

2-1 제곱근의 곱셈과 나눗셈

● 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있다.

제곱근의 곱셈은 어떻게 하는가?

창의력 기르기

등산

전 국토의 70 %가 산인 우리나라에서 등산은 건강을 지키기 위하여 손쉽게 할 수 있는 여가 활동 중 하나이다.

특히 높은 산의 정상에 오르면 매우 먼 곳까지 볼 수 있다. 맑은 날 높은 산에 올랐을 때, 눈으로 볼 수 있는 거리인 가시거리 $d\,(\mathrm{m})$와 산의 높이 $h\,(\mathrm{m})$는 $d=\sqrt{12800}\times\sqrt{h}$의 관계가 있다고 한다.

탐구 활동

다음 물음에 답하여 보자.

1 높이가 $h=100\,(\mathrm{m})$인 산에 올랐을 때의 가시거리를 구하는 식을 세워 보자.

2 높이가 $h=400\,(\mathrm{m})$인 산에 올랐을 때의 가시거리를 구하는 식을 세워 보자.

$a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\times\sqrt{b}$의 계산에 대하여 알아보자.

예를 들어 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$은 양수이고, 이를 제곱하면

$$(\sqrt{2}\times\sqrt{3})^2=(\sqrt{2}\times\sqrt{3})\times(\sqrt{2}\times\sqrt{3})$$
$$=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{3})^2=2\times3$$

이므로 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$은 2×3의 양의 제곱근이다.

그런데 2×3의 양의 제곱근은 $\sqrt{2\times3}$이므로

$$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{2\times3}=\sqrt{6}$$

이다.

실수의 곱셈에서 다음과 같은 계산 법칙이 성립한다.
- 교환법칙: $ab=ba$
- 결합법칙: $(ab)c=a(bc)$

일반적으로 두 양수 a, b에 대하여 $\sqrt{a}\times\sqrt{b}$를 제곱하면 ab가 되므로 $\sqrt{a}\times\sqrt{b}$는 ab의 양의 제곱근인 $\sqrt{ab}$와 같다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

$\sqrt{a}\times\sqrt{b}$는 곱셈 기호 $\times$를 생략하여 $\sqrt{a}\sqrt{b}$와 같이 나타내기도 한다.

제곱근의 곱셈 [1]

$a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

보기 (1) $\sqrt{3}\sqrt{5}=\sqrt{3\times5}=\sqrt{15}$ (2) $\sqrt{2}\sqrt{8}=\sqrt{2\times8}=\sqrt{16}=4$

문제 1

다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{2}\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{3}\sqrt{12}$

(3) $\sqrt{2}\sqrt{3}\sqrt{7}$ (4) $\sqrt{2}\sqrt{5}\sqrt{10}$

$\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times3}$과 같이 근호 안의 수에 제곱인 인수가 있으면 이것을 근호 밖으로 꺼내어 근호 안을 간단한 수로 나타낼 수 있다. 즉,

$$\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times3}=\sqrt{2^2}\sqrt{3}=2\sqrt{3}$$

이다. 또 $3\sqrt{5}$와 같은 무리수는 근호 밖의 양수를 제곱하여 근호 안에 넣어 나타낼 수도 있다. 즉,

$$3\sqrt{5}=\sqrt{3^2}\sqrt{5}=\sqrt{3^2\times5}=\sqrt{45}$$

이다.

$a\times\sqrt{b}$는 곱셈 기호 $\times$를 생략하여 $a\sqrt{b}$와 같이 나타내기도 한다.

$2\sqrt{3}$과 같이 근호가 없는 수를 항상 앞에 쓴다.

일반적으로 다음이 성립한다.

제곱근의 곱셈 [2]

$a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

예 제 1

다음 물음에 답하여라.

(1) $\sqrt{18}$을 $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타내어라.

(2) $4\sqrt{7}$을 $\sqrt{a}$의 꼴로 나타내어라.

● 풀이 (1) $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타낼 때, 보통 근호 안의 수는 가장 작은 자연수가 되도록 한다.

$\sqrt{18}=\sqrt{3^2\times 2}$

$=3\sqrt{2}$

(2) $4\sqrt{7}=\sqrt{4^2\times 7}$

$=\sqrt{16\times 7}=\sqrt{112}$

답 ● (1) $3\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{112}$

문 제 2

다음을 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타내어라.

(1) $\sqrt{2^2\times 5}$ (2) $\sqrt{3\times 7^2}$

(3) $\sqrt{24}$ (4) $\sqrt{63}$

문 제 3

문제 2와 같이 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타내는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

예 제 2

다음을 $\sqrt{a}$ 또는 $-\sqrt{a}$의 꼴로 나타내어라.

(1) $5\sqrt{3}$ (2) $-3\sqrt{6}$

● 풀이 (1) $5\sqrt{3}=\sqrt{5^2\times 3}$

$=\sqrt{25\times 3}=\sqrt{75}$

(2) $-3\sqrt{6}=-\sqrt{3^2\times 6}$

$=-\sqrt{9\times 6}=-\sqrt{54}$

답 ● (1) $\sqrt{75}$ (2) $-\sqrt{54}$

문제 4 다음을 $\sqrt{a}$ 또는 $-\sqrt{a}$의 꼴로 나타내어라.

(1) $3\sqrt{3}$　　(2) $-7\sqrt{2}$

(3) $10\sqrt{7}$　　(4) $-6\sqrt{5}$

창의 UP $-3\sqrt{6}$은 $\sqrt{(-3)^2 \times 6}$과 같이 계산하면 안 되는 이유를 설명하여라.

제곱근의 나눗셈은 어떻게 하는가?

창의력 기르기 붉은 악마

우리나라 축구 국가 대표 팀의 응원단인 붉은 악마는 1998년 프랑스 월드컵 아시아 지역 예선을 앞두고 국가 대표 팀을 조직적으로 응원하기 위하여 창설되었다. 그 후 붉은 악마는 2002년 한일 월드컵을 통하여 전 세계에 널리 알려지게 되었다. 현재 붉은 악마는 치우천왕이 그려진 응원기를 사용하고 있다.

탐구 활동 오른쪽 그림과 같이 폭이 $\sqrt{2}$ m인 천으로 넓이가 $\sqrt{3}$ m²인 직사각형 모양의 응원기를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 응원기의 넓이를 구하는 식을 세워 보자.

2 **1**에서 세운 식을 이용하여 응원기의 높이 x m를 구하는 식을 세워 보자.

$a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\div\sqrt{b}$의 계산에 대하여 알아보자.

$\sqrt{3}\div\sqrt{2}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

예를 들어 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$은 양수이고, 이를 제곱하면

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$
$$=\frac{(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2})^2}$$
$$=\frac{3}{2}$$

이므로 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$은 $\frac{3}{2}$의 양의 제곱근이다.

그런데 $\frac{3}{2}$의 양의 제곱근은 $\sqrt{\frac{3}{2}}$이므로

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$$

이다.

$a>0$, $b>0$일 때, $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2=\frac{a}{b}$

일반적으로 두 양수 a, b에 대하여 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$를 제곱하면 $\frac{a}{b}$가 되므로 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$는 $\frac{a}{b}$의 양의 제곱근인 $\sqrt{\frac{a}{b}}$와 같다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

제곱근의 나눗셈

$a>0$, $b>0$일 때, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

보기 (1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{3}{5}}$ (2) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{8}{2}}=\sqrt{4}=2$

문제 5 다음을 계산하여라.

(1) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ (2) $\sqrt{\frac{8}{49}}$

(3) $\sqrt{3}\div\sqrt{27}$ (4) $\sqrt{45}\div\sqrt{3}$

근호를 포함한 식의 계산에서 곱셈과 나눗셈이 섞여 있을 때에는 앞에서부터 차례로 계산한다.

예제 3

다음을 계산하여라.

(1) $3\sqrt{6}\times2\sqrt{2}\div\sqrt{6}$ (2) $\sqrt{24}\div\sqrt{2}\times\sqrt{3}$

● 풀이 (1) $3\sqrt{6}\times2\sqrt{2}\div\sqrt{6}=6\sqrt{12}\div\sqrt{6}=\dfrac{6\sqrt{12}}{\sqrt{6}}$

$=6\sqrt{\dfrac{12}{6}}=6\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{24}\div\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}}\times\sqrt{3}=\sqrt{\dfrac{24}{2}}\times\sqrt{3}$

$=\sqrt{12}\times\sqrt{3}=\sqrt{36}=6$

(2)의 계산에서
$\sqrt{12}\times\sqrt{3}$
$=(\sqrt{3}\times\sqrt{4})\times\sqrt{3}$
$=(\sqrt{3})^2\times\sqrt{4}$
$=3\times2=6$
과 같이 계산할 수도 있다.

답 ● (1) $6\sqrt{2}$ (2) 6

문제 6

다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{8}\times3\sqrt{6}\div12$ (2) $\dfrac{4}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{15}}{2}\times\sqrt{5}$

(3) $2\sqrt{7}\div\sqrt{2}\times\sqrt{6}$ (4) $\sqrt{27}\div6\sqrt{3}\times4\sqrt{2}$

문제 7

다음을 계산하여라.

(1) $(-3\sqrt{7})\times\sqrt{7}\times\sqrt{12}$ (2) $\sqrt{18}\div\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\div(-\sqrt{20})$

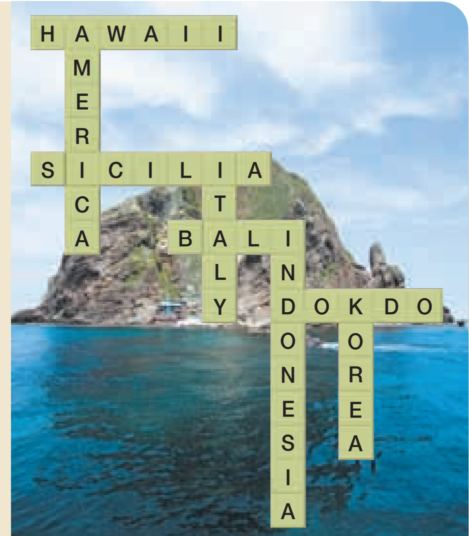
의사소통 근호를 포함한 식의 계산에서 곱셈과 나눗셈이 섞여 있을 때에는 앞에서부터 차례로 계산하는 이유에 대하여 토의하여 보자.

분모의 유리화란 무엇인가?

창의력 기르기

광고판

2010년 3월 1일 삼일절을 맞아 미국 뉴욕 맨해튼의 한복판인 타임스 스퀘어의 대형 광고판에 낱말 퍼즐의 형식을 빌려 “하와이는 미국 땅, 시칠리아는 이탈리아 땅, 발리는 인도네시아 땅, 독도는 한국 땅”이라고 말한 뒤 ‘동해(East Sea)’가 표기된 한국과 일본 인근의 지도를 보여주면서 ‘이것들은 매우 분명한 사실’이라고 지적하는 광고가 상영되었다. 광고는 이어 “한국의 아름다운 섬, 독도를 방문하세요.”라는 메시지로 끝을 맺는다.



탐구 활동

가로의 길이가 $\sqrt{2}$ m이고 넓이가 1 m^2인 직사각형 모양의 광고판을 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 $\sqrt{2}$를 소수 넷째 자리에서 반올림하여 1.414라고 할 때, 나눗셈을 이용하여 빈칸에 알맞은 소수를 써넣어 보자.

$\frac{1}{\sqrt{2}} = 1 \div \sqrt{2} = \square$, $\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \div 2 = \square$

2 **1**로부터 광고판의 세로의 길이를 구하기 위하여 어떤 나눗셈의 계산이 더 편리한지 말하여 보자.

탐구 활동에서 $\frac{1}{\sqrt{2}}$의 분모, 분자에 각각 $\sqrt{2}$를 곱하면

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

이므로 $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$이다.

한편 $\sqrt{2}$는 순환하지 않는 무한소수 1.41421356⋯이다. 따라서 $\sqrt{2}$를 소수 넷째 자리에서 반올림하여 1.414라 하고 $1 \div \sqrt{2}$와 $\sqrt{2} \div 2$를 직접 계산해 보면, $1 \div \sqrt{2} = 1 \div 1.414$보다 $\sqrt{2} \div 2 = 1.414 \div 2$가 더욱 편리하다는 것을 알 수 있다.

일반적으로 분수의 분모가 근호를 포함한 무리수일 때, 이를 유리수로 바꾼 후에 계산하면 편리하다.

이와 같이 분수의 분모가 근호를 포함한 무리수일 때, 분모, 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하여 분모를 유리수로 고치는 것을 **분모의 유리화**라고 한다.

분모의 유리화

$a>0$, $b>0$일 때, $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{\sqrt{b}\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{ab}}{b}$

예제 4

다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\dfrac{6}{\sqrt{3}}$ (2) $\dfrac{5}{3\sqrt{5}}$

분모에 있는 무리수를 분모, 분자에 각각 곱하여 준다.

풀이 (1) $\dfrac{6}{\sqrt{3}}$의 분모, 분자에 $\sqrt{3}$을 곱하면

$$\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$$

(2) $\dfrac{5}{3\sqrt{5}}$의 분모, 분자에 $\sqrt{5}$를 곱하면

$$\frac{5}{3\sqrt{5}}=\frac{5\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{5}}{3\times5}=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

답 (1) $2\sqrt{3}$ (2) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

문제 8

다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\dfrac{3}{\sqrt{3}}$ (2) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

(3) $\dfrac{\sqrt{6}}{2\sqrt{7}}$ (4) $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

문제 9

문제 8과 같이 분모를 유리화하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

2-2 제곱근의 덧셈과 뺄셈

● 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.

제곱근의 덧셈과 뺄셈은 어떻게 하는가?

창의력 기르기

꽃담

담을 쌓을 때 기와 조각이나 돌 등으로 무늬를 넣어 만든 담을 꽃담이라고 한다. 꽃담에는 여러 가지 무늬와 상징적인 문양이 들어간다. 우리의 멋스러운 디자인 감각을 뽐낸 담이라 할 수 있다. 고궁 중에서도 경복궁에 있는 자경전 서쪽 꽃담은 화려하면서도 세련된 아름다움으로 유명하다.

탐구 활동

다음 그림은 어느 꽃담의 일부분이다. 물음에 답하여 보자.

1 직사각형 ABFE와 직사각형 EFCD의 넓이를 각각 구하고, 두 직사각형의 넓이의 합을 식으로 나타내어 보자.

2 변 BC의 길이를 구하고, 이것을 이용하여 직사각형 ABCD의 넓이를 구하여 보자.

탐구 활동의 그림에서 전체 직사각형의 가로의 길이는 5 m이고, 세로의 길이는 $\sqrt{2}$ m이므로 넓이는

$$5\times\sqrt{2}=5\sqrt{2}\,(\mathrm{m}^2)$$

이다. 이것은 직사각형 각각의 넓이의 합과 같으므로

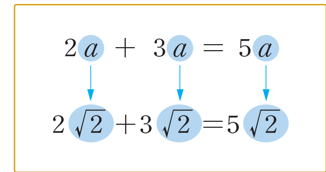
$$2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}\,(\mathrm{m}^2)$$

임을 알 수 있다.

$2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

한편 $2\sqrt{2}+3\sqrt{2}$에서 $\sqrt{2}$를 문자 a로 생각하면

$$2a+3a=(2+3)a=5a$$



이므로

$$2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=(2+3)\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

임을 알 수 있다.

마찬가지로

$$2\sqrt{2}-3\sqrt{2}=(2-3)\sqrt{2}=-\sqrt{2}$$

임을 알 수 있다.

근호 안의 수가 같은 것을 다항식의 동류항과 같이 생각한다.

따라서 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈은 근호가 있는 수를 문자로 생각하여 다항식의 덧셈과 뺄셈에서 동류항끼리 계산하는 것과 같은 방법으로 한다.

또 근호를 포함한 식이 복잡할 경우에는 a, b가 양수일 때 $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$임을 이용하여 간단히 한다.

예제 1

다음을 계산하여라.

(1) $6\sqrt{5}-7\sqrt{5}$　　(2) $\sqrt{3}+7\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

풀이 (1) $6\sqrt{5}-7\sqrt{5}=(6-7)\sqrt{5}=-\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{3}+7\sqrt{3}-2\sqrt{3}=(1+7-2)\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

답 (1) $-\sqrt{5}$　(2) $6\sqrt{3}$

문제 1

다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{2}+3\sqrt{2}$　　(2) $-5\sqrt{6}-4\sqrt{6}$

(3) $-\sqrt{3}+9\sqrt{3}-4\sqrt{3}$　　(4) $-4\sqrt{7}-\sqrt{7}+3\sqrt{7}$

발전 문제 2

다음을 계산하여라.

(1) $5\sqrt{3}-\dfrac{6}{\sqrt{3}}$　　(2) $3\sqrt{7}-\dfrac{14}{\sqrt{7}}$

예 제 2

다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{2}+5\sqrt{3}+7\sqrt{2}-\sqrt{3}$　　(2) $\sqrt{6}-\sqrt{20}+\sqrt{54}-\sqrt{45}$

(1) $8\sqrt{2}+4\sqrt{3}$은 근호 안의 수를 같게 할 수 없으므로 더 이상 간단히 할 수 없다.
(2) $\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$ 임을 이용한다.

풀이 (1) $\sqrt{2}+5\sqrt{3}+7\sqrt{2}-\sqrt{3}=\sqrt{2}+7\sqrt{2}+5\sqrt{3}-\sqrt{3}$
$=(1+7)\sqrt{2}+(5-1)\sqrt{3}=8\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{6}-\sqrt{20}+\sqrt{54}-\sqrt{45}=\sqrt{6}-2\sqrt{5}+3\sqrt{6}-3\sqrt{5}$
$=\sqrt{6}+3\sqrt{6}-2\sqrt{5}-3\sqrt{5}$
$=(1+3)\sqrt{6}-(2+3)\sqrt{5}=4\sqrt{6}-5\sqrt{5}$

답 (1) $8\sqrt{2}+4\sqrt{3}$　(2) $4\sqrt{6}-5\sqrt{5}$

문 제 3

다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{2}-5\sqrt{7}-6\sqrt{2}-\sqrt{7}$　　(2) $\sqrt{6}+\sqrt{32}-\sqrt{24}-\sqrt{18}$

근호를 포함한 식에 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있을 때에는 곱셈과 나눗셈을 먼저 계산한다.

예 제 3

$2\times\sqrt{6}-\sqrt{2}\div\sqrt{12}$를 계산하여라.

분모에 근호가 있을 때에는 분모를 유리화하여 계산하는 것이 편리한 경우도 있다.

풀이 $2\times\sqrt{6}-\sqrt{2}\div\sqrt{12}=2\sqrt{6}-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{12}}=2\sqrt{6}-\dfrac{1}{\sqrt{6}}$
$=2\sqrt{6}-\dfrac{\sqrt{6}}{6}=\left(2-\dfrac{1}{6}\right)\sqrt{6}=\dfrac{11}{6}\sqrt{6}$

답 $\dfrac{11}{6}\sqrt{6}$

문 제 4

다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{28}\div2+\sqrt{7}\times3$　　(2) $\sqrt{2}\times\sqrt{6}-\sqrt{5}\div\sqrt{15}$

근호를 포함한 식에 괄호가 있을 때에는 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀어 계산한다.

예제 4 $\sqrt{6}(\sqrt{3}+2\sqrt{2})$를 계산하여라.

$a(b+c)=ab+ac$

풀이 $\sqrt{6}(\sqrt{3}+2\sqrt{2})=\sqrt{6}\times\sqrt{3}+\sqrt{6}\times2\sqrt{2}=\sqrt{18}+2\sqrt{12}$
$=3\sqrt{2}+2\times2\sqrt{3}=3\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

답 $3\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

문제 5 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{5}(\sqrt{3}+2\sqrt{5})$ (2) $-2\sqrt{6}(\sqrt{2}+4\sqrt{3})$

"수학 ②"에서 배운 곱셈 공식을 이용하여 근호를 포함한 식의 혼합 계산을 할 수 있다.

예제 5 다음을 계산하여라.

(1) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$ (2) $(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})$

곱셈 공식
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
$(ax+b)(cx+d)$
$=acx^2+(ad+bc)x+bd$

풀이 (1) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2=(\sqrt{2})^2+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$
$=2+2\sqrt{6}+3=5+2\sqrt{6}$
(2) $(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=3^2-(\sqrt{2})^2=9-2=7$

답 (1) $5+2\sqrt{6}$ (2) 7

문제 6 다음을 계산하여라.

(1) $(\sqrt{2}+\sqrt{7})^2$ (2) $(\sqrt{6}-3)^2$
(3) $(\sqrt{5}-4)(\sqrt{5}+4)$ (4) $(3\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+4)$

곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 분모에 근호가 있는 분수의 분모를 유리화할 수 있다.

예제 6

$\dfrac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$의 분모를 유리화하여라.

● 풀이 $\dfrac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$의 분모, 분자에 $\sqrt{7}-\sqrt{5}$를 곱하면

$$\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}=\frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}=\frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2}$$
$$=\frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{2}=\sqrt{7}-\sqrt{5}$$

답 ● $\sqrt{7}-\sqrt{5}$

문제 7

다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ (2) $\dfrac{2}{3+\sqrt{7}}$

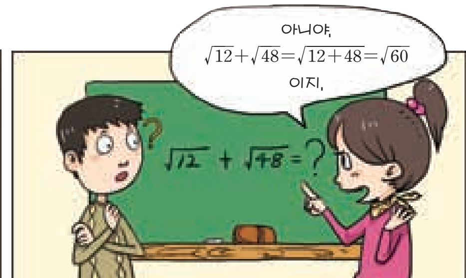
(3) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}$ (4) $\dfrac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}-2}$

창의 UP

$6-\sqrt{5}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라고 할 때, a^2-b^2의 값을 구하는 방법을 설명하여라. (단, $0\le b<1$)

추론

다음 그림을 보고 영훈이와 수연이는 어느 부분을 잘못 말하였는지 설명하여 보자.

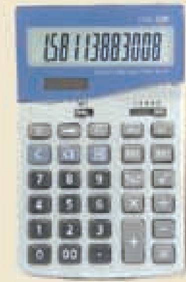


무리수는 소수로 어떻게 나타내는가?

탐 구 활 동

● 준비물
계산기

다음은 계산기를 이용하여 $\sqrt{2.5}$를 소수로 나타내는 과정이다. 물음에 답하여 보자.



❶ [2], [.], [5]를 차례로 누른다.

❷ [√]를 누른다.

❸ 계산기의 창에 표시된 값을 읽는다.

1 위에서 구한 소수를 반올림하여 소수 셋째 자리까지 구하여 보자.

2 다음 수를 **1**과 같은 방법으로 구하여 보자.

$\sqrt{6.23}$ $\sqrt{0.63}$ $\sqrt{62.3}$

위의 그림은 바빌로니아의 점토판으로 가운데 숫자가 $\sqrt{2}$를 나타낸다.

무리수는 순환하지 않는 무한소수이므로 실제의 값을 소수로 나타낼 때에는 반올림한 값으로 나타낼 수 있다. 무리수를 반올림한 값은 계산기나 제곱근표를 이용하여 구할 수 있다.

먼저 탐구 활동에서 계산기를 이용하여 $\sqrt{2.5}$를 반올림한 값으로 표현한 것을 살펴보자. $\sqrt{2.5}$를 계산기를 이용하여 구해 보면 $\sqrt{2.5}=1.58113883008\cdots$을 반올림한 값이 나타난다. 즉, 계산기가 나타내는 자리가 소수 둘째 자리라면 1.58, 소수 셋째 자리라면 1.581이 나타나는 것이다.

한편 이 책의 부록에 있는 제곱근표에는 1.00부터 99.9까지의 수에 대한 양의 제곱근을 반올림한 값이 나와 있다. 이 제곱근표에는 1.00부터 9.99까지 0.01 간격으로, 10.0부터 99.9까지 0.1 간격으로 되어 있다.

다음 표는 부록에 있는 제곱근표의 일부를 나타낸 것이다.

제곱근표는 양의 제곱근을 소수 넷째 자리에서 반올림하여 구한 것이다.

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	1.020	1.025	1.030	1.034	1.039	1.044
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	1.068	1.072	1.077	1.082	1.086	1.091
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	1.114	1.118	1.122	1.127	1.131	1.136
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	1.158	1.162	1.166	1.170	1.175	1.179
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	1.200	1.204	1.208	1.212	1.217	1.221
1.5	1.225	1.229	1.233	1.237	1.241	1.245	1.249	1.253	1.257	1.261

제곱근표에서 $\sqrt{1.25}$를 반올림한 값은 왼쪽의 수 1.2의 가로줄과 위쪽의 수 5의 세로줄이 만나는 곳의 수 1.118이다. 즉,

$$\sqrt{1.25}=1.118$$

이다.

문제 8 다음 수를 제곱근표를 이용하여 구하여라.

(1) $\sqrt{1.32}$ (2) $\sqrt{4.51}$

(3) $\sqrt{27.6}$ (4) $\sqrt{84.3}$

한편 제곱근표에는 0과 1 사이의 수와 99.9보다 큰 수의 제곱근을 반올림한 값은 나와 있지 않다. 그러나 이들의 제곱근을 반올림한 값은

$$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b} \ (a>0,\ b>0)$$

와 제곱근표를 이용하여 구할 수 있다.

예제 7

다음 수를 제곱근표를 이용하여 구하여라.

(1) $\sqrt{340}$ (2) $\sqrt{0.34}$

● 풀이 (1) 제곱근표에서 $\sqrt{3.4}=1.844$이므로

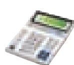
$$\sqrt{340}=\sqrt{3.4\times10^2}=10\sqrt{3.4}$$
$$=10\times1.844=18.44$$

(2) 제곱근표에서 $\sqrt{34}=5.831$이므로

$$\sqrt{0.34}=\sqrt{\frac{34}{100}}=\frac{\sqrt{34}}{10}$$
$$=\frac{5.831}{10}=0.5831$$

답 ● (1) 18.44 (2) 0.5831

문제 9 제곱근표를 이용하여 다음 수의 값을 구하고, 계산기로 확인하여라.



(1) $\sqrt{167}$ (2) $\sqrt{2300}$

(3) $\sqrt{0.052}$ (4) $\sqrt{0.841}$

발전 문제 10 제곱근표에서 $\sqrt{7}=2.646$, $\sqrt{70}=8.367$일 때, 다음 수의 값을 구하여라.

(1) $\sqrt{700}$ (2) $\sqrt{7000}$

(3) $\sqrt{0.7}$ (4) $\sqrt{0.07}$

컴퓨터의 활용 양의 제곱근을 구하여 보자.

컴퓨터 프로그램을 이용하여 양의 제곱근을 구할 수 있다.

5의 양의 제곱근을 구하여 보자.

1. A2 셀에 숫자 '5' 를 입력한다.

2. C2 셀에 '=INT(POWER(A2, 0.5))', B2 셀에 '=(POWER(A2, 0.5)−C2) * 10' 을 입력한다. '=INT(POWER(A2, 0.5))' 는 $\sqrt{5}$의 정수 부분을, '=(POWER(A2, 0.5)−C2) * 10' 은 $\sqrt{5}$의 소수 부분에 10을 곱한 값을 나타낸다.

3. C3 셀에 '=INT(B2)', B3 셀에 '=(B2−C3) * 10' 을 입력한다.

4. C1 셀에 '.' 을 입력한다.

5. D2 셀에 '=C2&TEXT(C1, 0)', D3 셀에 '=D2&TEXT(C3, 0)' 을 입력한다.

6. B3 셀부터 D3 셀까지 블록으로 잡고 아래로 드래그한다.

7. 5의 양의 제곱근은 2.2360679774…임을 알 수 있다.

	A	B	C	D
1				
2	5	2.36068	2	2.
3		3.606798	2	2.2
4		6.067977	3	2.23
5		0.679775	6	2.236
6		6.79775	0	2.2360
7		7.9775	6	2.23606
8		9.774998	7	2.236067
9		7.749979	9	2.2360679
10		7.49979	7	2.23606797
11		4.997898	7	2.236067977
12		9.978981	4	2.2360679774
13		9.789805	9	2.23606797749
14		7.898051	9	2.236067977499
15		8.980505	7	2.2360679774997
16		9.805051	8	2.23606797749978
17		8.050515	9	2.236067977499789
18		0.505148	8	2.2360679774997898
19		5.051478	0	2.23606797749978980
20		0.514777	5	2.236067977499789805
21		5.147774	0	2.2360679774997898050
22		1.477742	5	2.23606797749978980505
23		4.777424	1	2.236067977499789805051
24		7.774238	4	2.2360679774997898050514
25		7.742381	7	2.23606797749978980505147
26		7.423814	7	2.236067977499789805051477
27		4.238139	7	2.2360679774997898050514777
28		2.381394	4	2.23606797749978980505147774
29		3.813939	2	2.236067977499789805051477742
30		8.139391	3	2.2360679774997898050514777423

> $a>0$, $b>0$일 때,
> ① $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$
> ② $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

1 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{3}\sqrt{7}$　　(2) $\sqrt{2}\sqrt{11}$

(3) $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{24}}$　　(4) $\sqrt{\dfrac{3}{16}}$

> $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타낼 때, 보통 근호 안의 수는 가장 작은 자연수가 되도록 한다.

2 다음을 $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타내어라.

(1) $\sqrt{7^2\times5}$　　(2) $\sqrt{2^2\times3^2\times7}$

> 분수의 분모가 근호를 포함한 무리수일 때, 분모, 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하여 분모를 유리수로 고치는 것을 분모의 유리화라고 한다.

3 다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$　　(2) $\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

(3) $\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$　　(4) $\dfrac{4}{\sqrt{12}}$

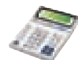
> 근호를 포함한 식에 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있을 때에는 곱셈과 나눗셈을 먼저 계산한다.

4 다음을 계산하여라.

(1) $2\sqrt{7}+\sqrt{7}$　　(2) $\sqrt{18}-\sqrt{32}+\sqrt{2}$

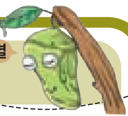
(3) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$　　(4) $\sqrt{2}\times5-2\div\sqrt{2}$

5 다음 수의 반올림한 값을 제곱근표를 이용하는 방법과 계산기를 이용하는 방법으로 각각 구하여라.



(1) $\sqrt{1700}$　　(2) $\sqrt{0.017}$

중/단/원 기본



제곱근의 곱셈

1 다음을 $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타내어라.

(1) $\sqrt{2\times11^2}$ (2) $\sqrt{3^2\times5\times7^2}$

(3) $\sqrt{45}$ (4) $\sqrt{75}$

분모의 유리화

2 다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\dfrac{\sqrt{2}-3}{\sqrt{3}}$ (2) $\dfrac{2-\sqrt{6}}{\sqrt{48}}$

(3) $\dfrac{5}{\sqrt{6}-1}$ (4) $\dfrac{3-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$

제곱근의 곱셈과 나눗셈

3 다음을 계산하여라.

(1) $3\sqrt{2}\times\sqrt{12}\times\sqrt{\dfrac{5}{8}}$ (2) $\sqrt{8}\div\sqrt{\dfrac{2}{5}}\div\sqrt{20}$

(3) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\div\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}}$ (4) $(-4\sqrt{7})\div(-\sqrt{28})\times\sqrt{21}$

제곱근의 덧셈과 뺄셈

4 다음을 계산하여라.

(1) $4\sqrt{3}+\sqrt{3}+2\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{8}+\sqrt{5}-\sqrt{50}+\sqrt{20}$

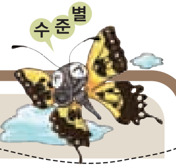
(3) $\sqrt{6}(\sqrt{3}-2)+\sqrt{24}$ (4) $\sqrt{54}-\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

근호를 포함한 식의 혼합 계산

5 다음을 계산하여라.

(1) $(2\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$ (2) $(\sqrt{7}-2\sqrt{2})^2$

(3) $\dfrac{1+2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (4) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$



중/단/원 실력

1 $\dfrac{\sqrt{396}}{\sqrt{x}}$의 값이 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값 중에서 가장 작은 짝수를 구하여라.

• 175를 소인수분해하여 본다.

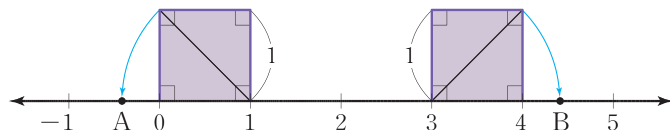
2 $a=\sqrt{5}$, $b=\sqrt{7}$일 때, $\sqrt{175}$를 a, b를 사용하여 나타내어라.

3 $x=\sqrt{7}$일 때, $2x$는 $\dfrac{1}{x}$의 몇 배인지 구하여라.

4 $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$을 계산하여라.

• 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이다.

5 다음 수직선에서 두 점 A, B에 대응하는 수를 각각 a, b라고 할 때, $\dfrac{b}{a}$의 값을 구하여라.



황금 분할기 만들기

●**준비물** 하드보드지, 가위, 자, 핀

사람들이 안정적이고 아름답다고 느끼는 자연물이나 건축물에는 황금비가 숨어 있는데, 황금비는 $1 : \frac{1+\sqrt{5}}{2}$이다. 여기서 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$는 무리수이고 그 값은 $1.6180339\cdots$이다. 실제 정확한 무리수는 측정하기 어렵기 때문에 $1.6180339\cdots$와 비슷한 1.6을 사용하여 황금 분할기를 만들어 보자.

과제 1 황금비를 찾을 수 있는 황금 분할기를 다음과 같은 방법으로 만들어 보자.

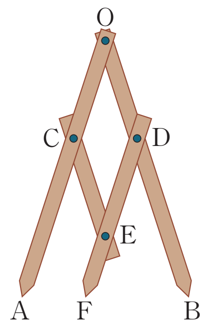
❶ 하드보드지를 잘라 4개의 막대를 준비한 다음 길이를 정확하게 측정할 수 있도록 끝을 뾰족하게 잘라 낸다.

❷ 네 개의 막대 위에 다음 조건에 맞게 구멍을 뚫는다.

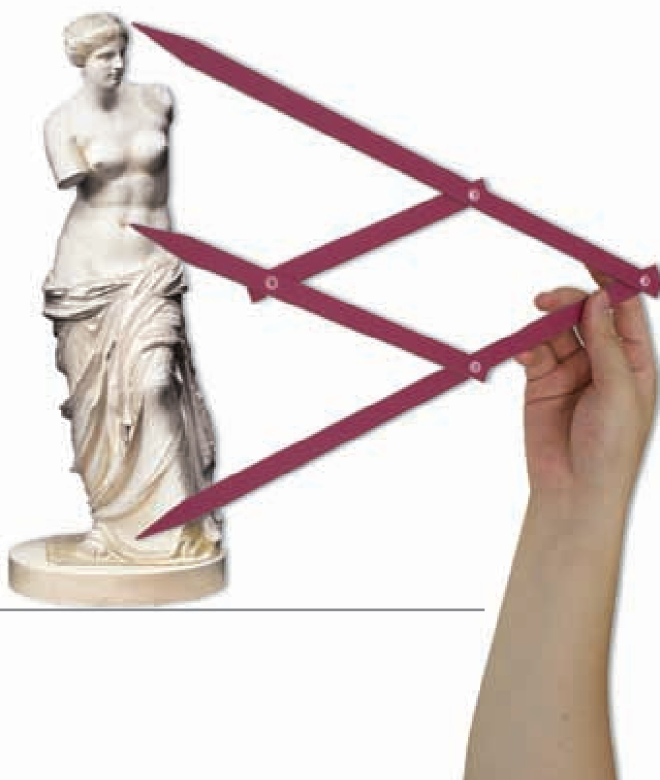
$$\overline{OB} /\!/ \overline{CE},\ \overline{OA} /\!/ \overline{DF}$$

$$\overline{OC} : \overline{CA} = \overline{OD} : \overline{DB} = 1 : 1.6$$

❸ 네 개의 막대를 오른쪽 그림과 같이 핀으로 연결한다. 이때 A, F, B는 일직선이 되어야 한다.



과제 2 오른쪽 그림과 같이 여러 곳에서 황금비를 찾아보자.



학습에 대한 자/기/평/가

이름: ____________________ (_____학년 ____반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		😞	😐	🙂
학습 내용	제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하였는가?			
	무리수의 개념을 이해하였는가?			
	실수의 대소 관계를 이해하였는가?			
	근호를 포함한 식의 사칙계산을 할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기

선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

① 제곱근과 그 성질

제곱근	(1) 음이 아닌 수 a에 대하여 제곱하여 a가 되는 수를 a의 제곱근이라고 한다. (2) 양수 a의 양의 제곱근은 $\sqrt{a}$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{a}$로 나타낸다. $\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$ —제곱→ a, a —제곱근→ $\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$
제곱근의 성질	$a>0$일 때, (1) $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$ (2) $\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{(-a)^2}=a$
제곱근의 대소 관계	$a>0$, $b>0$일 때, (1) $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$ (2) $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 $a<b$

② 무리수

무리수	(1) 무리수: 유리수가 아닌 수 (2) 무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한소수가 된다. 예 $\sqrt{2}=1.41421356237\cdots$ $\sqrt{3}=1.73205080756\cdots$ $\pi=3.14159265358\cdots$
실수	유리수와 무리수를 통틀어 실수라고 한다. 실수 ─ 유리수 ─ 정수 ─ 양의 정수(자연수): 1, 2, 3, $\cdots$ 　　　　　　　　　　　　─ 0 　　　　　　　　　　　　─ 음의 정수: -1, -2, -3, $\cdots$ 　　　　　　─ 정수가 아닌 유리수: $\frac{1}{2}$, -0.3, $-\frac{3}{5}$, $\cdots$ 　　─ 무리수: π, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\cdots$

③ 수직선과 실수의 대소 관계

실수와 수직선	(1) 무리수를 수직선 위에 나타낼 수 있다. (2) 수직선은 실수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있음이 알려져 있다.
실수의 대소 관계	두 실수 a, b에 대하여 (1) $a-b>0$이면 $a>b$ (2) $a-b=0$이면 $a=b$ (3) $a-b<0$이면 $a<b$

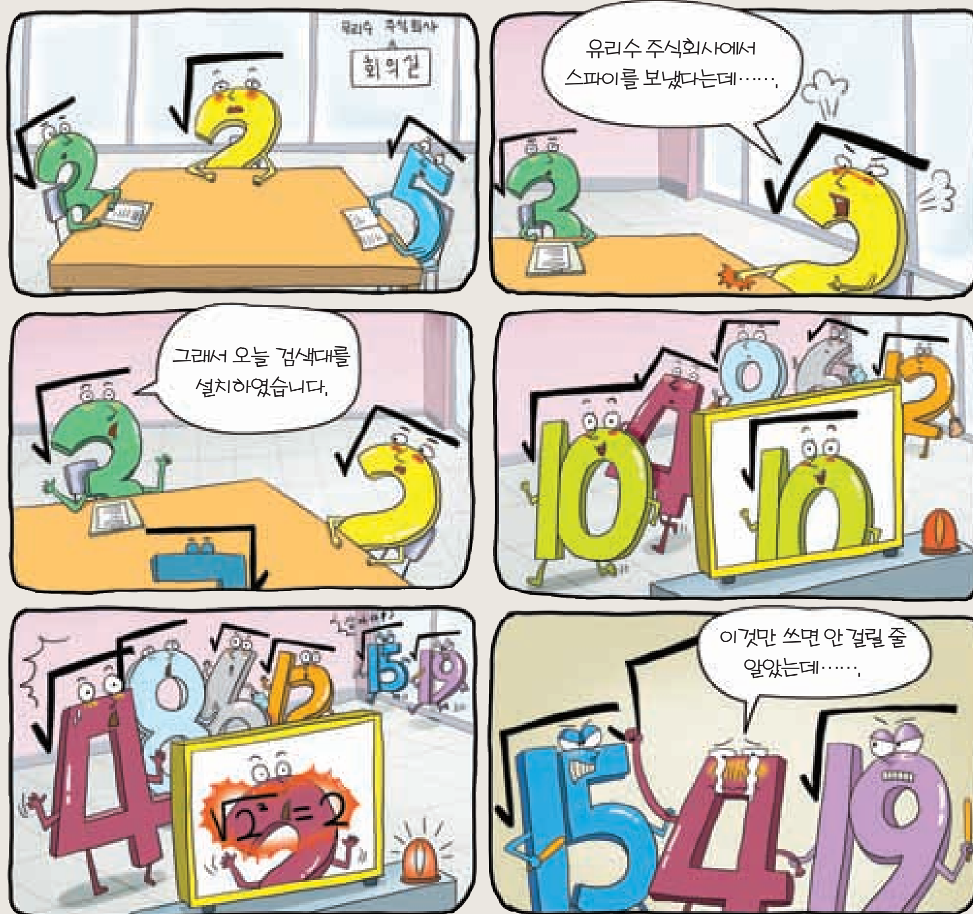
④ 근호를 포함한 식의 계산

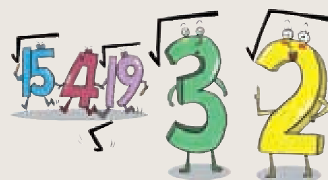
제곱근의 곱셈과 나눗셈	$a>0$, $b>0$일 때, (1) $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ (2) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$
분모의 유리화	분수의 분모가 근호를 포함한 무리수일 때, 분모, 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하여 분모를 유리수로 고치는 것을 분모의 유리화라고 한다. 예 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$
제곱근의 덧셈과 뺄셈	근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈은 근호가 있는 수를 문자로 생각하여 다항식의 덧셈과 뺄셈에서 동류항끼리 계산하는 것과 같은 방법으로 한다.
제곱근을 반올림한 값	제곱근을 반올림한 값은 계산기나 제곱근표를 이용하여 구할 수 있다.

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 제곱근, 근호, 무리수, 실수, 분모의 유리화
- $\sqrt{\ }$

무리수 주식회사





생각 키/우/기 | $\sqrt{4}$가 무리수 주식회사 검색대에서 걸린 이유를 설명하여 보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 중에서 옳은 것은?

① $\sqrt{4}$의 값은 ± 2이다.
② -4의 제곱근은 -2이다.
③ 4의 제곱근은 $\pm\sqrt{2}$이다.
④ $(-2)^2$의 제곱근은 ± 2이다.
⑤ 2의 양의 제곱근은 4이다.

2 다음 수 중에서 무리수는 모두 몇 개인가?

$$\sqrt{0.01},\quad -\sqrt{3},\quad \sqrt{\frac{1}{2}},\quad \sqrt{8},\quad \sqrt{25}$$

① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

3 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① 무한소수는 무리수이다.
② 유리수이면서 무리수인 수는 없다.
③ 유리수와 무리수는 모두 실수이다.
④ 모든 실수는 수직선 위의 점에 대응된다.
⑤ 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.

4 $a>0$, $b>0$일 때, 다음 중에서 옳은 것은?

① $\sqrt{ab^2}=a\sqrt{b}$
② $(-\sqrt{ab})^2=-ab$
③ $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b}$
④ $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{b}\times\sqrt{a}$
⑤ $\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\sqrt{b\div a}$

5 다음 중에서 옳은 것을 모두 찾으면? (정답 2개)

① $5\sqrt{2}<7$ ② $\sqrt{8}<2\sqrt{2}$
③ $0.6<\sqrt{0.6}$ ④ $\frac{1}{\sqrt{3}}<\frac{2}{3}$
⑤ $-2\sqrt{3}<-\sqrt{14}$

6 $(3+2\sqrt{2})(1-\sqrt{2})$를 계산하면?

① $-1-\sqrt{2}$ ② $1-\sqrt{2}$
③ $-7+5\sqrt{2}$ ④ $7-5\sqrt{2}$
⑤ $4\sqrt{2}$

7 다음 중에서 옳은 것은?

① $\frac{8}{\sqrt{2}}=2$ ② $\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$
③ $\sqrt{\frac{6}{2}}=3$ ④ $\sqrt{0.2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$
⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$

8 $\frac{6}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\frac{\sqrt{27}-\sqrt{72}}{\sqrt{3}}$ 를 계산하면?

① $3+\sqrt{6}$ ② $3+5\sqrt{6}$
③ $-3+5\sqrt{6}$ ④ $3-5\sqrt{6}$
⑤ $3+\sqrt{3}-2\sqrt{6}$

9 $a=2+\sqrt{2}$, $b=\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $c=\sqrt{3}+1$일 때, 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $a<b<c$
② $a<c<b$
③ $b<c<a$
④ $c<b<a$
⑤ $c<a<b$

10 제곱근표에서 $\sqrt{8.57}=2.927$, $\sqrt{a}=29.27$일 때, 다음 중에서 a의 값은?

① 85.7
② 857
③ 8570
④ 85700
⑤ 857000

서/답/형

11 x는 자연수일 때, $6<\sqrt{x}<7$을 만족시키는 x의 개수를 구하여라.

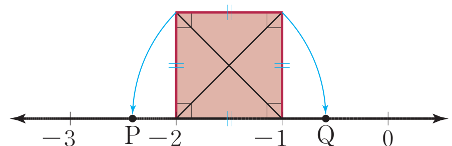
12 $\dfrac{1}{\sqrt{75}}=k\sqrt{3}$일 때, k의 값을 구하여라.

13 $1<a<2$일 때, $\sqrt{(1-a)^2}-\sqrt{(2-a)^2}$을 간단히 하여라.

14 $3\sqrt{20}+\sqrt{80}-\sqrt{48}-2\sqrt{27}$을 계산하여라.

|서술형|

15 다음 그림에서 두 점 P, Q에 대응하는 수를 각각 p, q라고 할 때, $2p+q$의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



|서술형|

16 $\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라고 할 때, b^2+ab의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. (단, $0\leq b<1$)

수학산책

제곱근과 행성의 일 년

태양계는 태양을 비롯하여 태양을 중심으로 공전하는 천체의 모임으로 8개의 행성과 그 행성 주위를 도는 위성, 그리고 수많은 소행성과 혜성, 유성 등을 포함한다. 태양계의 행성은 1930년부터 70여 년간 수성, 금성, 지구, 화성, 목성, 토성, 천왕성, 해왕성, 명왕성의 9개로 인식되어 왔다. 그러나 2006년에 이들 중에서 맨 바깥쪽에 있던 명왕성이 왜행성으로 분류되면서 행성의 수는 8개가 되었다.

태양계의 중심에 있는 태양은 지름의 길이가 약 1392000 km이고, 질량은 약 1.99×10^{33} g으로 지구 질량의 33만 배 정도인 거대한 불덩어리이다. 태양계의 전체 질량 중에서 태양은 99.86 %에 해당하며 목성과 토성이 나머지 질량의 90 %를 차지하고 있다. 따라서 그 외의 천체들의 질량은 태양계 내에서 매우 작은 값에 해당한다.

태양은 우리 은하의 중심으로부터 약 3만 광년 거리에서 많은 항성과 더불어 은하계의 중심 주위를 돌고 있으며, 이렇게 한 바퀴를 도는 데 약 2억 2600만 년이 걸린다. 태양계의 행성이 태양을 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간을 그 행성의 일 년이라고 하는데, 태양에서 행성까지의 평균 거리를 이용하면 행성의 일 년이 지구 시간으로 며칠에 해당하는지 계산할 수 있다.

즉, 태양에서 행성까지의 평균 거리를 R백만 km라 하고 행성의 일 년을 N일이라고 하면 N을 구하는 식은 다음과 같다.

$$N=0.2\times(\sqrt{R})^3$$

이 식에서 알 수 있듯이 행성의 일 년을 계산하려면 제곱근을 계산할 수 있어야 한다.

한편 태양에서 지구까지의 평균 거리가 149.6백만 km이므로 지구의 일 년은 $0.2\times(\sqrt{149.6})^3$으로 약 365일로 계산된다. 또 태양에서 가장 가까운 수성은 태양으로부터 평균 거리가 57.9백만 km이므로 수성의 일 년은 $0.2\times(\sqrt{57.9})^3$으로 약 88일로 계산된다. 이는 행성의 일 년 가운데 가장 짧은 날수이다.

실제로 수성이 태양을 도는 평균 속력은 초속 48 km로 가장 빠르다. 그래서 서양에서는 수성을 신들의 전령으로서 날개 달린 발을 가진 로마 신화의 머큐리 신(그리스 신화의 헤르메스)의 이름을 붙여 '머큐리'라고 부른다.

이와 같은 방법으로 행성의 일 년을 계산하여 표로 나타내면 오른쪽과 같다. 물론 태양에서 행성까지의 평균 거리는 실제로 측정할 수 없으므로 며칠 정도의 오차는 생긴다. 하지만 제곱근이 이렇게 실생활에서 유용하게 쓰인다는 사실 만큼은 기억해 두어야 할 것이다.

행성	평균 거리 (백만 km)	행성의 일 년 (일)
수성	57.9	88
금성	108.2	225
지구	149.6	365
화성	227.9	688
목성	778.3	4342
토성	1427.0	10781
천왕성	2871.0	30766
해왕성	4497.1	60315

II 이차방정식

이 단원의 | 학 | 습 | 목 | 표

1. 인수분해의 뜻을 알고, 인수분해를 할 수 있다.
2. 이차방정식과 그 해의 의미를 이해하고, 이를 풀 수 있다.
3. 이차방정식을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

1. 다항식의 인수분해
2. 이차방정식

자전거는 사람의 힘을 추진력으로 전환하도록 고안된 것이다. 현대의 자전거와 같은 것을 최초로 만든 사람은 프랑스의 피에르 미쇼와 그의 아들 에르네스트 미쇼이다. 1861년 미쇼 부자는 앞바퀴에 2개의 크랭크를 장착하고 페달을 부착하여 페달의 회전하는 힘을 직접 앞바퀴에 전달하여 자전거가 굴러가도록 하였다.

오늘날 자전거는 환경친화적인 교통수단으로 많은 사람들이 이용하고 있으며 자전거를 타고 이동한 거리는 시간에 관한 식으로 나타낼 수 있다.

예를 들어 자전거가 내리막길에서 t초 동안 달린 거리를 $(0.2t^2+4t)$ m라고 하자. 이때 내리막길의 길이가 300 m라고 하면 내리막길을 벗어나는 데 걸리는 시간은 방정식으로 나타내어 풀면 알 수 있다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용	이 단원에서 공부할 내용	이후에 배울 내용
[중1~3학년군] 자연수의 성질 문자와 식 일차방정식 단항식의 계산 다항식의 계산 제곱근과 실수	**1. 다항식의 인수분해** 인수분해 인수분해 공식 **2. 이차방정식** 이차방정식과 그 해 이차방정식의 풀이 이차방정식의 활용	[**수학 Ⅰ**] 다항식의 연산 나머지정리 인수분해 복소수와 이차방정식 이차방정식과 이차함수 여러 가지 방정식

1 다항식의 인수분해

준 | 비 | 학 | 습

소인수분해
자연수를 소인수들만의 곱으로 나타내는 것을 소인수분해한다고 한다.

1 다음 수를 소인수분해하여라.

(1) 27 (2) 80

(3) 121 (4) 196

전개
다항식의 곱셈에서 괄호를 풀어 하나의 다항식으로 나타내는 것을 전개라고 한다.

2 다음 식을 전개하여라.

(1) $2a(x+3)$ (2) $5x(x-2)$

(3) $(a+4)(b-5)$ (4) $(2x-1)(y-6)$

곱셈 공식
- $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
- $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
- $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
- $(x+a)(x+b)$
  $=x^2+(a+b)x+ab$
- $(ax+b)(cx+d)$
  $=acx^2+(ad+bc)x+bd$

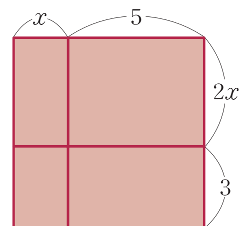
3 다음 식을 전개하여라.

(1) $(x+3)^2$ (2) $(x-4)^2$

(3) $(x+7)(x-7)$ (4) $(x+2)(x+6)$

4 오른쪽 그림을 보고, 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$(x+5)(2x+3)=\square x^2+\square x+15$$



1-1 인수분해

● 인수분해의 뜻을 안다.

인수분해란 무엇인가?

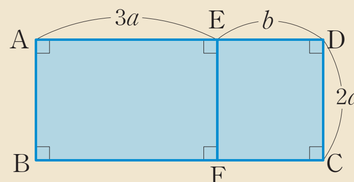
창의력 기르기

가두리 양식장

연안에 구획을 정하여 그물을 치고 그 안에서 수산물을 기르고 번식시키는 것을 가두리 양식이라고 하는데, 주로 사각형의 바둑판 모양으로 그물을 설치한다. 양식장 근처의 해안에는 어족 보호를 위하여 공장 건설과 유조선의 통행을 제한하기도 한다.

탐구 활동

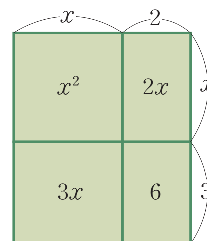
오른쪽 그림과 같은 직사각형 모양의 가두리 양식장을 만들려고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.



1 □ABCD의 넓이를 □ABFE와 □EFCD의 넓이의 합으로 나타내어 보자.

2 □ABCD의 넓이를 가로의 길이와 세로의 길이의 곱으로 나타내어 보자.

3 **1**과 **2**에서 나타낸 식의 차이점을 말하여 보자.



$(x+2)(x+3)$을 전개하면

$$(x+2)(x+3)=x^2+5x+6$$

이다. 이 등식의 좌변과 우변을 서로 바꾸면

$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$$

이 되므로 다항식 x^2+5x+6은 $x+2$와 $x+3$의 곱으로 나타낼 수 있다.

이와 같이 하나의 다항식을 두 개 이상의 다항식의 곱으로 나타낼 때, 각각의 식을 처음 식의 **인수**라고 한다.

$x+2$와 $x+3$은 x^2+5x+6의 인수이다.

또 하나의 다항식을 두 개 이상의 인수들의 곱으로 나타내는 것을 그 다항식을 **인수분해**한다고 한다.

$$x^2+5x+6 \underset{\text{전개}}{\overset{\text{인수분해}}{\rightleftarrows}} (x+2)(x+3)$$

인수

공통으로 들어 있는 인수를 공통인수라고 한다.

한편 다항식 $ma+mb$에서 m은 항 ma와 mb에 공통으로 들어 있는 인수이고, 분배법칙을 이용하여 공통인수 m으로 묶어 내면 다음과 같이 인수분해할 수 있다.

$$ma+mb=m(a+b)$$

예제 1

다음 식을 인수분해하여라.

(1) $ab+3ac$ (2) $2x^2-4xy$

(2) $2x^2=2\times x\times x$
$-4xy=-2\times 2\times x\times y$
식을 인수분해할 때에는 공통인수가 남지 않도록 모두 묶어 낸다.

풀이 (1) ab와 $3ac$의 공통인수는 a이므로

$$ab+3ac=a(b+3c)$$

(2) $2x^2$과 $-4xy$의 공통인수는 $2x$이므로

$$2x^2-4xy=2x\times x-2x\times 2y=2x(x-2y)$$

답 (1) $a(b+3c)$ (2) $2x(x-2y)$

문제 1

다음 식을 인수분해하여라.

(1) $ax+5ay$ (2) x^2-2ax

(3) $8x^2-4xy$ (4) $ax+ay-az$

의사소통

$2x^2+4x$를 $2(x^2+2x)$로 나타내었을 때, 이것을 인수분해한 것이라고 할 수 있는지 토의하여 보자.

1-2 인수분해 공식

● 곱셈 공식과 인수분해 공식 사이의 관계를 이해하고, 다항식을 인수분해할 수 있다.

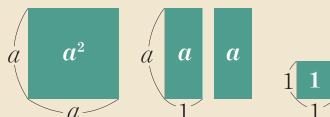
$a^2+2ab+b^2$, $a^2-2ab+b^2$은 어떻게 인수분해하는가?

탐구 활동

●준비물
대수 타일

활동지 1

다음 그림과 같이 넓이가 a^2, a, 1인 세 종류의 대수 타일 4개를 이용하여 물음에 답하여 보자.



1 대수 타일 4개의 넓이의 합을 구하여 보자.

2 대수 타일 4개를 모두 붙여서 정사각형으로 만들어 보자.

3 **2**에서 만든 정사각형의 한 변의 길이를 구하고, 이것을 이용하여 정사각형의 넓이를 식으로 나타내어 보자.

4 **1**과 **3**의 결과를 등식으로 나타내어 보자.

곱셈 공식

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2,\quad (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

에서 좌변과 우변을 서로 바꾸어 생각하면

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2,\quad a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

으로 인수분해됨을 알 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

인수분해 공식 [1]

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2,\quad a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

문제 1 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $a^2+10a+25$ (2) $a^2-14a+49$

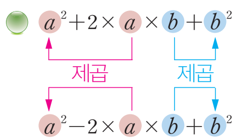
(3) $4x^2+12x+9$ (4) $9x^2-12x+4$

$(a+b)^2$, $2(3x-1)^2$과 같이 다항식의 제곱으로 된 식이나 이 식에 상수를 곱한 식을 **완전제곱식**이라고 한다.

예제 1

다음 식이 완전제곱식이 되도록 □ 안에 알맞은 양수를 써넣어라.

(1) $a^2+12a+\square$　　(2) $x^2-\square x+100$



풀이 (1) $a^2+12a+\square=a^2+2\times a\times 6+\square$이므로

$\square=6^2=36$

(2) $x^2-\square x+100=x^2-\square x+10^2$이므로

$\square=2\times 10=20$

답 (1) 36　(2) 20

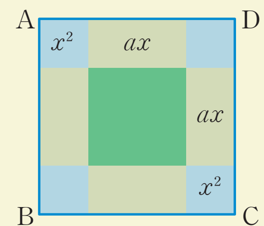
문제 2　다음 식이 완전제곱식이 되도록 □ 안에 알맞은 양수를 써넣어라.

(1) $a^2+6a+\square$　　(2) $a^2+\square a+64$

(3) $x^2-10x+\square$　　(4) $x^2-\square x+9$

창의 UP

오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD의 넓이를 직사각형들의 넓이의 합으로 나타내어라. 또 그림을 이용하여 정사각형 ABCD의 넓이를 완전제곱식으로 나타내어라.

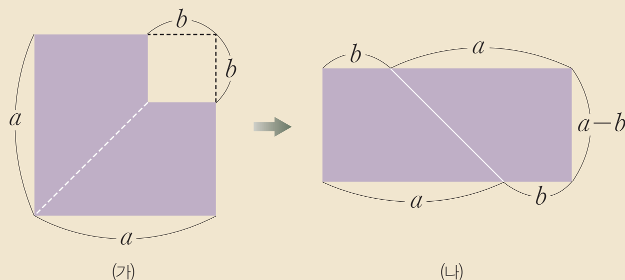


a^2-b^2은 어떻게 인수분해하는가?

탐 구 활 동

●준비물
색종이, 가위

다음 그림과 같이 한 변의 길이가 a인 정사각형 모양의 색종이에서 한 변의 길이가 b인 정사각형 모양을 잘라 내고 남은 도형으로 직사각형 모양을 만들었다. 물음에 답하여 보자.



(가)　　　　(나)

1 (가)에서 한 변의 길이가 b인 정사각형 모양을 잘라 내고 남은 도형의 넓이를 두 정사각형의 넓이의 차로 나타내어 보자.

2 (나)에서 직사각형의 넓이를 가로의 길이와 세로의 길이의 곱으로 나타내어 보자.

3 **1**과 **2**의 결과를 등식으로 나타내어 보자.

곱셈 공식

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

에서 좌변과 우변을 서로 바꾸어 생각하면

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

로 인수분해됨을 알 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

> $-a^2+b^2$
> $=b^2-a^2$
> $=(b+a)(b-a)$

인수분해 공식 [2]

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

보기 $4a^2-9=(2a)^2-3^2=(2a+3)(2a-3)$

문제 3 다음 식을 인수분해하여라.

(1) a^2-49　　(2) $16x^2-1$

(3) $9a^2-64$　　(4) $4x^2-81$

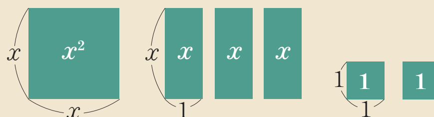
$x^2+(a+b)x+ab$는 어떻게 인수분해하는가?

탐 구 활 동

●준비물
대수 타일

활동지 2

다음 그림과 같이 넓이가 x^2, x, 1인 세 종류의 대수 타일 6개를 이용하여 물음에 답하여 보자.



1 대수 타일 6개의 넓이의 합을 구하여 보자.

2 대수 타일 6개를 모두 붙여서 직사각형으로 만들어 보자.

3 **2**에서 만든 직사각형의 넓이를 가로의 길이와 세로의 길이의 곱으로 나타내어 보자.

4 **1**과 **3**의 결과를 등식으로 나타내어 보자.

곱셈 공식

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

에서 좌변과 우변을 서로 바꾸어 생각하면

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

로 인수분해됨을 알 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

인수분해 공식 [3]

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

다항식 x^2+5x+6을 인수분해하여 보자.

인수분해 공식 [3]에서

$$a+b=5,\ ab=6$$

인 두 정수 a, b를 찾으면

$$x^2+5x+6=(x+a)(x+b)$$

로 인수분해할 수 있다.

곱이 6인 두 정수	합
1, 6	7
2, 3	5
−1, −6	−7
−2, −3	−5

따라서 곱이 6인 두 정수 중에서 합이 5가 되는 수는 2와 3이므로 x^2+5x+6을 인수분해하면 다음과 같다.

$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$$

예제 2

다음 식을 인수분해하여라.

(1) x^2-3x+2 (2) x^2-2x-8

$x^2+\underset{\text{합}}{(a+b)}x+\underset{\text{곱}}{ab}$
$=(x+a)(x+b)$

풀이 (1) 곱이 2인 두 정수 중에서 합이 -3이 되는 수는 -1과 -2이다.
따라서 주어진 식을 인수분해하면

$$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$$

곱이 2인 두 정수	합
1, 2	3
-1, -2	-3

(2) 곱이 -8인 두 정수 중에서 합이 -2가 되는 수는 2와 -4이다.
따라서 주어진 식을 인수분해하면

$$x^2-2x-8=(x+2)(x-4)$$

곱이 -8인 두 정수	합
1, -8	-7
2, -4	-2
-1, 8	7
-2, 4	2

답 (1) $(x-1)(x-2)$ (2) $(x+2)(x-4)$

문제 4 다음 □ 안에 알맞은 양수를 써넣어라.

(1) $x^2+\square x+6=(x+\square)(x+3)$

(2) $x^2-5x-\square=(x+\square)(x-6)$

문제 5 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $x^2+7x+10$ (2) x^2-4x+3

(3) x^2+x-12 (4) $x^2-2x-35$

문제 6 문제 5와 같이 인수분해 공식 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$를 이용하여 식을 인수분해하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

$acx^2+(ad+bc)x+bd$는 어떻게 인수분해하는가?

곱셈 공식

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

에서 다음과 같은 인수분해 공식을 얻는다.

인수분해 공식 [4]

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

다항식 $3x^2+16x+5$를 인수분해하여 보자.

$ac\,x^2+(\,ad+bc\,)x+bd$
$3\,x^2 \;+\; 16\,x \;+\; 5$

인수분해 공식 [4]에서

$$ac=3,\ ad+bc=16,\ bd=5$$

인 네 정수 a, b, c, d를 찾으면

$$3x^2+16x+5=(ax+b)(cx+d)$$

로 인수분해할 수 있다. 이때 보통 a, c는 양의 정수로 한다.

먼저 $ac=3$인 양의 정수 a, c와 $bd=5$인 정수 b, d를 구하여 오른쪽과 같이 나열한 후 대각선으로 곱하여 $ad+bc=16$이 되는 네 수를 찾는다.

a	b	→	bc
c	d	→	ad
			$ad+bc$

즉, 다음과 같이 계산하여 본다.

1	1	→	3
3	5	→	5
			8

1	5	→	15
3	1	→	1
			16

1	-1	→	-3
3	-5	→	-5
			-8

1	-5	→	-15
3	-1	→	-1
			-16

위의 계산에서 $a=1$, $b=5$, $c=3$, $d=1$이다. 따라서 $3x^2+16x+5$를 인수분해하면

$$3x^2+16x+5=(x+5)(3x+1)$$

이다.

$3x^2+16x+5$

1	5	→	15 ⋯	$x+5$
3	1	→	1 ⋯	$3x+1$
			16	

예 제 3

다음 식을 인수분해하여라.

(1) $2x^2+7x+3$ (2) $3x^2-10x-8$

● 풀이 (1) 주어진 식은 인수분해 공식 [4]에서

$$ac=2,\ ad+bc=7,\ bd=3$$

인 경우이므로 이를 만족시키는 정수를 오른쪽과 같이 찾아 인수분해하면

$$2x^2+7x+3=(x+3)(2x+1)$$

1	3 →	6
2	1 →	1
		7

(2) 주어진 식은 인수분해 공식 [4]에서

$$ac=3,\ ad+bc=-10,\ bd=-8$$

인 경우이므로 이를 만족시키는 정수를 오른쪽과 같이 찾아 인수분해하면

$$3x^2-10x-8=(x-4)(3x+2)$$

1	−4 →	−12
3	2 →	2
		−10

답 ● (1) $(x+3)(2x+1)$ (2) $(x-4)(3x+2)$

문 제 7 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $5x^2+13x+6$ (2) $4x^2-9x+2$

(3) $2x^2-x-21$ (4) $10x^2-7x-12$

인수분해할 때 다항식의 각 항에 공통인수가 있으면 먼저 공통인수로 묶어 낸 후 인수분해한다.

예 제 4

다음 식을 인수분해하여라.

(1) $4x^2+4x-48$ (2) $2ax^2-8ax+8a$

● 인수분해를 할 때에는 더 이상 인수분해가 되지 않는 인수들의 곱으로 나타내어야 한다.

● 풀이 (1) $4x^2+4x-48=4(x^2+x-12)=4(x+4)(x-3)$

(2) $2ax^2-8ax+8a=2a(x^2-4x+4)=2a(x-2)^2$

답 ● (1) $4(x+4)(x-3)$ (2) $2a(x-2)^2$

문제 8 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $3x^2-12x-15$　　(2) $5ax^2-45a$

(3) $9ax^2+6ax+a$　　(4) $10x^2-4x-6$

문제 9 $4x^2-5x+A=(x-2)(Bx+C)$일 때, $A+B+C$의 값을 구하여라.

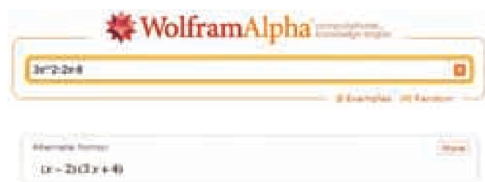
(단, A, B, C는 상수)

컴퓨터의 활용 다항식을 인수분해하여 보자.

인터넷의 검색 기능은 많은 정보 중 원하는 정보를 쉽게 찾아 주지만 수학 계산에는 적합하지 않다. 그래서 복잡한 수학 계산은 수학 전문 소프트웨어나 계산기를 이용하여 왔다.

영국의 스티븐 울프럼(Stephen Wolfram)은 그가 이미 개발한 수학 계산 프로그램과 검색 기능을 접목하여 새로운 수학 계산 검색 소프트웨어 울프럼알파(http://www.wolframalpha.com)를 개발하였다. 울프럼알파는 복잡한 방정식과 함수, 통계 등의 식을 검색창에 입력하는 것만으로도 수학 계산을 할 수 있다. 또 개인이 보유한 컴퓨터뿐 아니라 스마트폰에서도 매우 쉽고 편리하게 이용 가능하다.

1. 다항식 $3x^2-2x-8$의 인수분해 결과를 알고 싶다면 검색창에 '3x^2−2x−8' 이라고 입력한다. 그러면 오른쪽 그림과 같이 인수분해된 결과 $(x-2)(3x+4)$가 나온다.



2. 문제 8의 주어진 식을 울프럼알파를 이용하여 인수분해하여 보자.

기 초

1 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $ab-3a$ (2) $15ab+5a$

(3) $-x^2-6x$ (4) $2x^2+4xy$

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

2 다음 □ 안에 알맞은 양수를 써넣어라.

(1) $x^2+4x+4=(x+\square)^2$

(2) $x^2-8x+16=(x-\square)^2$

(3) $x^2-81=(x+\square)(x-\square)$

(4) $x^2-25=(x+\square)(x-\square)$

$x^2+(\underset{\text{합}}{a+b})x+\underset{\text{곱}}{ab}$
$=(x+a)(x+b)$

3 다음 □ 안에 알맞은 양수를 써넣어라.

(1) $x^2+5x+4=(x+\square)(x+\square)$

(2) $x^2-8x+15=(x-\square)(x-\square)$

(3) $x^2+x-12=(x+\square)(x-\square)$

(4) $x^2-3x-54=(x+\square)(x-\square)$

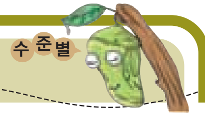
$acx^2+(ad+bc)x+bd$
$=(ax+b)(cx+d)$

4 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $5x^2+12x+4$ (2) $4x^2-4x-3$

(3) $3x^2-5x-2$ (4) $2x^2-5x+3$

중 / 단 / 원 기본



인수분해의 뜻

1 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $aby-bxy$ (2) $-2x^2-2xy$

(3) a^2b+ab^2+ab (4) $3ax-bx+2x$

인수분해 공식

2 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $x^2-12x+36$ (2) $4x^2+4x+1$

(3) a^2-36 (4) $-9a^2+4$

인수분해 공식

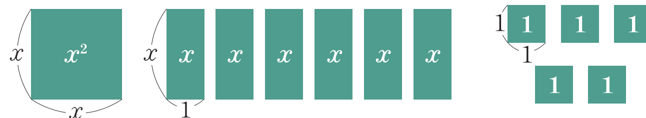
3 다음 식을 인수분해하여라.

(1) x^2+x-6 (2) $x^2+2x-35$

(3) $2x^2-x-10$ (4) $3x^2-5x-2$

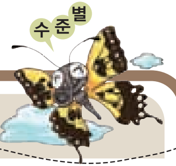
인수분해 공식

4 다음 그림의 직사각형 12개를 빈틈없이 겹치지 않게 붙여서 하나의 큰 직사각형을 만들 때, 큰 직사각형의 넓이를 나타내는 식을 인수분해하여라.



인수분해 공식

5 다항식 $9x^2+42x+8k+1$이 완전제곱식일 때, k의 값을 구하여라.



중/단/원 실력

1 $x-1$이 $8x^2-13x+a$의 인수일 때, a의 값을 구하여라.

• 인수분해를 이용하여 $2^{16}-1$을 곱의 형태로 나타내어 본다.

2 $2^{16}-1$은 10과 20 사이의 어떤 자연수로 나누어떨어진다. 이 수를 모두 구하여라.

• 인수분해를 이용하여 주어진 다항식을 정리하여 본다.

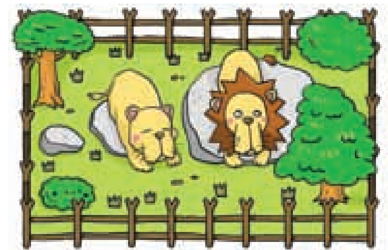
3 $a+b=5$일 때, $a^2+ab+b^2+(a-1)(b-1)$의 값을 구하여라.

4 인수분해를 이용하여 다음을 계산하여라.

$$1^2-2^2+3^2-4^2+5^2-6^2+7^2-8^2+9^2-10^2$$

• 넓이를 인수분해하여 가로의 길이를 찾는다.

5 오른쪽 그림과 같이 넓이가 $6a^2+11a-10$인 직사각형 모양의 동물원이 있다. 이 동물원의 세로의 길이가 $3a-2$일 때, 둘레의 길이를 구하여라.



6 윤수와 미영이는 어떤 이차식을 인수분해하는데 각각 일차항의 계수와 상수항을 잘못 보고 $(x-2)(x+3)$, $(x+2)(x+3)$으로 인수분해하였다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하여라.

2 이차방정식

준 | 비 | 학 | 습

일차방정식의 풀이
주어진 일차방정식을
$$ax=b$$
의 꼴로 만들어 해를 구한다.

1 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $x+7=4$　　(2) $4x-1=6x-7$

(3) $\frac{1}{3}x=-2$　　(4) $2x+3(x-2)=4$

제곱근
$x^2=a\ (a\geq 0)$일 때,
x를 a의 제곱근이라고 한다.

2 다음 수의 제곱근을 구하여라.

(1) 9　　(2) 10

(3) 15　　(4) 36

인수분해
$$x^2+5x+6$$
인수분해 ↓↑ 전개
$$(x+2)(x+3)$$
인수

3 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $x^2-10x+25$　　(2) $9x^2-25$

(3) x^2-x-6　　(4) $3x^2-x-2$

일차방정식
방정식의 모든 항을 좌변으로 이항한 식이
$$(\text{일차식})=0$$
의 꼴로 변형되는 방정식을 일차방정식이라고 한다.

4 다음에서 어떤 수를 x로 놓고, 방정식을 세워라.

(1) 어떤 수에 9를 더하면 그 수의 4배와 같다.

(2) 어떤 수를 3배 한 수는 그 수보다 8만큼 작다.

2-1 이차방정식과 그 해

- 이차방정식과 그 해의 의미를 이해한다.

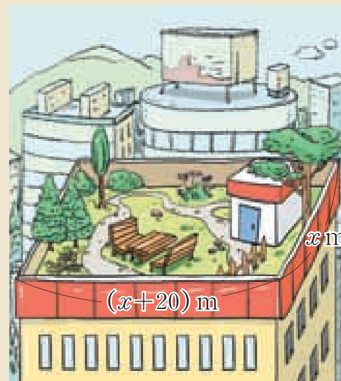
이차방정식이란 무엇인가?

탐 구 활 동

오른쪽 그림은 도심지 한가운데에 있는 직사각형 모양의 옥상 정원이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 옥상 정원의 넓이가 1800 m^2일 때, 이것을 등식으로 나타내어 보자.

2 **1**의 등식을 (x에 관한 식)$=0$의 꼴로 나타내어 보자. 이때 좌변은 x에 관한 몇 차식인가?



$x^2+5x=x+7$에서 우변의 $x+7$을 좌변으로 이항하여 정리하면

$$x^2+4x-7=0$$

이다.

이와 같이 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

$$(x\text{에 관한 이차식})=0$$

의 꼴로 변형되는 방정식을 x에 관한 **이차방정식**이라고 한다.

> $a\neq0$이고 a, b, c는 상수일 때
> - ax^2+bx+c
>   ⇨ 이차식
> - $ax^2+bx+c=0$
>   ⇨ 이차방정식

일반적으로 x에 관한 이차방정식은

$$ax^2+bx+c=0\ (a\neq0,\ a,\ b,\ c\text{는 상수})$$

과 같이 나타낼 수 있다.

문제 1 다음 중에서 이차방정식을 모두 찾아라.

㉠ $x^2-x=0$	㉡ $2x-6=3x$
㉢ $(x+3)^2=x^2+4x$	㉣ $x(x-5)=2x^2-1$

이차방정식의 해란 무엇인가?

탐구 활동 이차방정식 $x^2+x-2=0$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1 x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때, 다음 표를 완성하여 보자.

x	-2	-1	0	1	2
x^2+x-2					

2 **1**에서 이차방정식 $x^2+x-2=0$을 참이 되게 하는 x의 값을 모두 말하여 보자.

x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때, 이차방정식

$$x^2+x-2=0$$

을 참이 되게 하는 x의 값을 찾아보자.

이차식 x^2+x-2에서 x 대신에 -2, -1, 0, 1, 2를 대입하면 다음과 같은 표를 얻을 수 있다.

x의 값	x^2+x-2의 값	$x^2+x-2=0$
-2	$(-2)^2+(-2)-2=0$	참
-1	$(-1)^2+(-1)-2=-2$	거짓
0	$0^2+0-2=-2$	거짓
1	$1^2+1-2=0$	참
2	$2^2+2-2=4$	거짓

이 표에서 이차방정식 $x^2+x-2=0$은 $x=-2$ 또는 $x=1$일 때에만 참임을 알 수 있다.

이와 같이 미지수 x에 관한 이차방정식을 참이 되게 하는 x의 값을 이 이차방정식의 해 또는 근이라 하고, 해를 모두 구하는 것을 이차방정식을 푼다고 한다.

특별한 언급이 없을 경우 미지수 x값의 범위는 실수 전체로 생각한다.

문제 2 x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때, 다음 이차방정식의 해를 모두 구하여라.

(1) $x^2-2x=0$

(2) $x^2-x-2=0$

2-2 이차방정식의 풀이

● 여러 가지 방법을 이용하여 이차방정식을 풀 수 있다.

인수분해를 이용하여 이차방정식을 어떻게 푸는가?

탐구 활동

다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.

1 두 수 a, b에 대하여 $ab=0$이 되는 경우를 모두 말하여 보자.

2 $(x+3)(x-2)=0$이 되는 경우를 모두 말하여 보자.

두 수 또는 두 식 A, B에 대하여

$$A=0 \text{ 또는 } B=0\text{이면} \quad AB=0$$

이다. 또

$$AB=0\text{이면} \quad A=0 \text{ 또는 } B=0$$

이다.

이 사실을 이용하여 이차방정식을 풀어 보자.

예를 들어 이차방정식 $(x-3)(x-5)=0$에서

$$x-3=0 \text{ 또는 } x-5=0$$

이므로 주어진 이차방정식의 해는

$$x=3 \text{ 또는 } x=5$$

이다.

일반적으로 이차방정식 $(x-a)(x-b)=0$의 해는 $x=a$ 또는 $x=b$이다.

예 제 1

이차방정식 $(x+4)(2x-1)=0$을 풀어라.

● 풀이 $(x+4)(2x-1)=0$에서 $x+4=0$ 또는 $2x-1=0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-4$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

답 ● $x=-4$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

문 제 1

다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $(x+2)(x-3)=0$

(2) $x(x+6)=0$

(3) $(x-4)(5x+1)=0$

(4) $4(3x-2)(x-8)=0$

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 좌변을 인수분해할 수 있는 경우에는 그 식을 인수분해하여 이차방정식을 풀 수 있다.

예 제 2

다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2+2x-35=0$

(2) $x^2-36=0$

● 풀이 (1) $x^2+2x-35=0$에서 좌변을 인수분해하면 $(x+7)(x-5)=0$

$x+7=0$ 또는 $x-5=0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-7$ 또는 $x=5$

(2) $x^2-36=0$에서 좌변을 인수분해하면 $(x+6)(x-6)=0$

$x+6=0$ 또는 $x-6=0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-6$ 또는 $x=6$

답 ● (1) $x=-7$ 또는 $x=5$ (2) $x=-6$ 또는 $x=6$

문 제 2

다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2-5x-14=0$

(2) $x^2+4x=5$

(3) $x(x+3)=10$

(4) $x^2+7x=5(x+3)$

식을 정리하여 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 만들어 인수분해한다.

중근이란 무엇인가?

이차방정식 $x^2-6x+9=0$의 좌변을 인수분해하면

$$(x-3)^2=0$$

이다. 즉,

$$(x-3)(x-3)=0$$

이므로 주어진 이차방정식의 근은

$$x=3 \text{ 또는 } x=3$$

이다. 여기서 두 근은 서로 같으므로 이차방정식 $x^2-6x+9=0$의 근은

$$x=3$$

이다.

이와 같이 이차방정식의 두 근이 중복되어 있을 때, 이 근을 주어진 이차방정식의 **중근**이라고 한다.

예 제 3 이차방정식 $x^2+7x-1=3x-5$를 풀어라.

● **풀이** 우변의 항을 모두 좌변으로 이항하면

$$x^2+7x-1-3x+5=0$$

$$x^2+4x+4=0$$

$$(x+2)^2=0$$

따라서 주어진 이차방정식의 해는

$$x=-2(\text{중근})$$

답 ● $x=-2$(중근)

문 제 3 다음 이차방정식을 풀고, 중근을 가지는 것을 모두 찾아라.

(완전제곱식)$=0$의 꼴로 나타내어지면 그 이차방정식은 중근을 가진다.

(1) $x^2-14x+49=0$

(2) $x^2-3x+9=5x-7$

(3) $(x-2)^2=x$

(4) $2(3-2x)=2-x^2$

제곱근을 이용하여 이차방정식을 어떻게 푸는가?

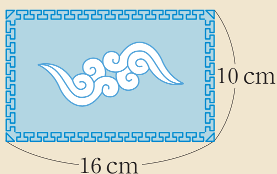
창의력 기르기

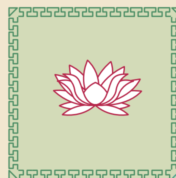
전통 문양

우리나라의 옛날 건축물이나 생활용품에서 용 문양이나 연꽃 문양, 도깨비 문양 등과 같이 다양하고 아름다운 전통 문양을 발견할 수 있는데, 이러한 문양은 오늘날에도 다양하게 활용되고 있다.

탐구 활동

다음 그림과 같이 문양을 그려 넣은 직사각형 모양과 정사각형 모양의 타일이 있다. 두 타일의 넓이가 같을 때, 물음에 답하여 보자.





1 직사각형 모양의 타일의 넓이를 구하여 보자.

2 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이를 x cm로 놓고, 넓이에 관한 방정식을 세운 후 x의 값을 구하여 보자.

제곱근을 이용하여 이차방정식 $x^2-5=0$을 풀어 보자.

이차방정식 $x^2-5=0$에서 -5를 우변으로 이항하면

$$x^2=5$$

이므로 이 식을 참이 되게 하는 x의 값은 5의 제곱근이다.

따라서 이차방정식 $x^2-5=0$의 근은

$$x=\sqrt{5} \text{ 또는 } x=-\sqrt{5}$$

이다.

$x=\sqrt{5}$ 또는 $x=-\sqrt{5}$를 간단히 $x=\pm\sqrt{5}$로 나타내기도 한다.

일반적으로 다음이 성립한다.

> $a>0$일 때, 이차방정식 $x^2=a$의 근은
> $x=\sqrt{a}$ 또는 $x=-\sqrt{a}$

예제 4

이차방정식 $4x^2-7=0$을 풀어라.

● 풀이 $4x^2-7=0$에서 -7을 우변으로 이항하면

$$4x^2=7$$

양변을 4로 나누면

$$x^2=\frac{7}{4}$$

$$x=\pm\sqrt{\frac{7}{4}}=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$$

답 ● $x=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

문제 4

다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $9x^2-2=0$ (2) $2x^2-10=0$

(3) $16x^2=4$ (4) $27x^2=9$

예제 5

제곱근을 이용하여 이차방정식 $(x-1)^2=5$를 풀어라.

$x=1\pm\sqrt{5}$는 $x=1+\sqrt{5}$ 또는 $x=1-\sqrt{5}$를 나타낸다.

● 풀이 $(x-1)^2=5$에서 $x-1$은 5의 제곱근이므로

$$x-1=\pm\sqrt{5}$$

좌변의 -1을 우변으로 이항하면

$$x=1\pm\sqrt{5}$$

답 ● $x=1\pm\sqrt{5}$

문제 5

제곱근을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

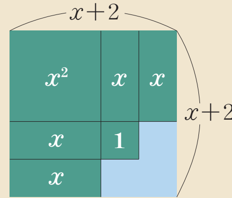
(1) $(x-3)^2=25$ (2) $(x+1)^2=12$

(3) $4(x+5)^2-8=0$ (4) $9(x-2)^2=7$

완전제곱식을 이용하여 이차방정식을 어떻게 푸는가?

탐구 활동

다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $x+2$인 정사각형 모양의 바닥을 넓이가 x^2, x, 1인 대수 타일로 덮으려고 한다. 물음에 답하여 보자.



1 정사각형을 모두 덮으려면 대수 타일 1 은 몇 개가 더 필요한가?

2 **1**의 결과를 다음과 같이 식으로 나타내었을 때, □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

$$x^2+4x+1+\square=(x+2)^2$$

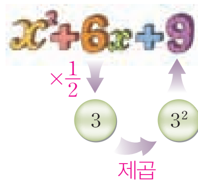
다항식의 제곱으로 된 식이나 이 식에 상수를 곱한 식을 완전제곱식이라고 한다.

완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2+6x+1=0$을 풀어 보자.

이차방정식 $x^2+6x+1=0$에서 1을 우변으로 이항하면

$$x^2+6x=-1$$

이다.



이제 좌변을 완전제곱식으로 만들기 위하여 x의 계수 6의 $\frac{1}{2}$인 3을 제곱한 값 9를 양변에 더하면

$$x^2+6x+9=-1+9$$

이므로 좌변을 완전제곱식으로 나타내면

$$(x+3)^2=8$$

이다. 따라서 제곱근을 이용하면

$$x+3=\pm2\sqrt{2}$$

이므로 구하는 이차방정식의 근은

$$x=-3\pm2\sqrt{2}$$

이다.

문제 6

다음은 주어진 이차방정식을 $(x+p)^2=q$의 꼴로 만드는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) $x^2+4x=2$

$x^2+4x+\square=2+\square$

$(x+\square)^2=\square$

(2) $x^2-x=1$

$x^2-x+\square=1+\square$

$(x-\square)^2=\square$

예제 6

완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2-8x+6=0$ (2) $x^2+3x+1=0$

좌변을 완전제곱식으로 만든다.

풀이 (1) $x^2-8x+6=0$

$x^2-8x=-6$ ← 상수항을 우변으로 이항한다.

$x^2-8x+16=-6+16$ ← $\left(-8\times\frac{1}{2}\right)^2=16$을 양변에 더한다.

$(x-4)^2=10$ ← 좌변을 완전제곱식으로 고친다.

$x-4=\pm\sqrt{10}$ ← 제곱근을 구한다.

$x=4\pm\sqrt{10}$ ← 이차방정식의 근을 구한다.

(2) $x^2+3x+1=0$

$x^2+3x=-1$ ← 상수항을 우변으로 이항한다.

$x^2+3x+\frac{9}{4}=-1+\frac{9}{4}$ ← $\left(3\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$를 양변에 더한다.

$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$ ← 좌변을 완전제곱식으로 고친다.

$x+\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$ ← 제곱근을 구한다.

$x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$ ← 이차방정식의 근을 구한다.

답 (1) $x=4\pm\sqrt{10}$ (2) $x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

문제 7

완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2+4x-3=0$ (2) $x^2-6x+1=0$

(3) $x^2-10x+20=0$ (4) $x^2+x-3=0$

이차방정식의 근의 공식이란 무엇인가?

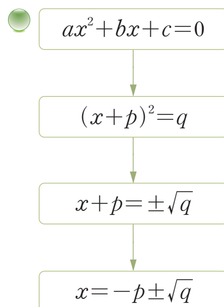
탐구 활동

이차방정식 $2x^2+5x+1=0$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1 방정식의 양변을 적당한 수로 나누어 x^2의 계수가 1이 되도록 고쳐 보자.

2 **1**에서 고친 방정식을 $(x+\square)^2=$(수)의 꼴로 고치는 방법을 말하여 보자.

이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$의 해는 완전제곱식을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.



❶ 양변을 x^2의 계수 a로 나눈다.

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

❷ 상수항을 우변으로 이항한다.

$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$

❸ x의 계수 $\frac{b}{a}$의 $\frac{1}{2}$의 제곱인 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$을 양변에 더하여 좌변을 완전제곱식으로 고친다.

$$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

❹ 제곱근을 구한다. (단, $b^2-4ac\geq0$)

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

❺ 이차방정식의 근을 구한다.

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

이상에서 다음과 같은 이차방정식의 **근의 공식**을 얻을 수 있다.

이차방정식의 근의 공식

x에 관한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$의 근은

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\quad(\text{단, } b^2-4ac\geq0)$$

근의 공식에서 $b^2-4ac<0$ 이면 제곱근을 구할 수 없으므로 근이 없게 된다.

예 제 7 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2+2x-5=0$을 풀어라.

● 풀이 근의 공식에 $a=1$, $b=2$, $c=-5$를 대입하면

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}$$
$$=\frac{-2\pm\sqrt{24}}{2}=\frac{-2\pm2\sqrt{6}}{2}$$
$$=-1\pm\sqrt{6}$$

답 ● $x=-1\pm\sqrt{6}$

문 제 8 근의 공식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2+3x-5=0$ (2) $5x^2-8x+1=0$

예 제 8 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{3}=0$을 풀어라.

계수가 분수나 소수인 이차방정식을 풀 때에는 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고친 후 근의 공식을 이용하면 편리하다.

● 풀이 $\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{3}=0$의 양변에 6을 곱하면

$$3x^2+6x-2=0$$

근의 공식에 $a=3$, $b=6$, $c=-2$를 대입하면

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}$$
$$=\frac{-6\pm\sqrt{60}}{6}=\frac{-6\pm2\sqrt{15}}{6}$$
$$=\frac{-3\pm\sqrt{15}}{3}$$

답 ● $x=\frac{-3\pm\sqrt{15}}{3}$

문 제 9 근의 공식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2+\frac{1}{2}x=\frac{3}{4}$ (2) $0.3x^2-x=-0.6$

2-3 이차방정식의 활용

● 이차방정식을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

이차방정식을 어떻게 활용하는가?

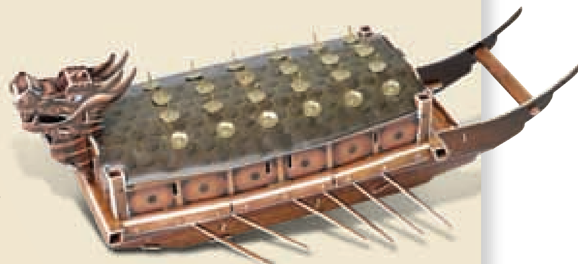
창의력 기르기

거북선

거북선은 고려 시대에 발달한 화포 기술과 조선 시대에 새로 완성된 판옥선 등을 더욱 발전시켜 만든 바다의 탱크라고 할 수 있다. 당시 해전은 배를 적의 전함에 접근시켜 수군이 그 안으로 뛰어들어 배를 장악하는 방식이었는데, 거북선의 윗부분은 송곳 같은 침이 촘촘히 박혀 있어서 적들이 배로 들어올 수가 없었다.

탐 구 활 동

오른쪽 그림과 같은 거북선 모형을 만들기 위하여 압정을 준비하였다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 압정 48개를 가로로 x줄, 세로로 $(x-2)$줄이 되도록 배열하려고 할 때, 이것을 방정식으로 나타내어 보자.

2 **1**의 방정식을 풀어서 얻은 값 중에서 문제의 뜻에 맞는 것은 어느 것인가?

일차방정식에서와 같이 이차방정식을 활용하면 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

예를 들어 연속한 두 홀수의 제곱의 합이 34일 때, 이 두 홀수를 구하는 문제를 다음과 같은 순서로 이차방정식을 세워서 풀어 보자.

먼저 작은 홀수를 x로 놓는다.

← ❶ 구하고자 하는 것을 미지수 x로 놓는다.

연속한 두 홀수는 x, $x+2$이고, 이 두 홀수의 제곱의 합이 34이므로

$$x^2+(x+2)^2=34$$

이다.

← ❷ 문제의 뜻에 알맞게 이차방정식을 세운다.

즉,

$$2x^2+4x-30=0$$

이므로 이 방정식을 풀면

$$x=-5 \text{ 또는 } x=3$$

이다.

이때 x는 홀수이므로 $x=3$이다.

따라서 연속한 두 홀수는 3, 5이다.

한편 $3^2+5^2=34$이므로 연속한 두 홀수 3, 5는 문제의 뜻에 맞는다.

❸ 이차방정식을 푼다.

❹ 답을 구한다.

❺ 구한 답이 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

$2x^2+4x-30=0$에서
$x^2+2x-15=0$
$(x+5)(x-3)=0$
$x=-5$ 또는 $x=3$

일반적으로 이차방정식을 활용하여 문제를 풀 때에는 다음과 같은 순서로 푼다.

이차방정식을 활용한 문제 해결 순서

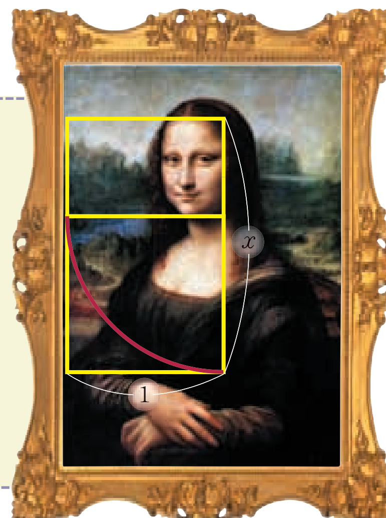
❶ 문제의 뜻을 파악하고, 구하고자 하는 것을 미지수 x로 놓는다.
❷ 문제의 뜻에 알맞게 이차방정식을 세운다.
❸ 이차방정식을 푼다.
❹ 이차방정식의 해로부터 문제의 뜻에 맞는 답을 구한다.
❺ 구한 답이 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

문 제 | 다음 내용에서 수학 책의 몇 쪽을 펼쳐야 읽을거리를 볼 수 있는지 구하여라.

"수학 책을 펼쳤을 때, 두 면의 쪽수의 곱이 156인 곳에 읽을거리가 있어."

창의 UP

가장 안정적이고 이상적인 비로 알려진 황금비는 레오나르도 다빈치의 작품인 모나리자에서도 찾아볼 수 있다. 오른쪽 그림의 직사각형에서 가장 크게 정사각형을 도려내고 남은 부분이 처음 직사각형과 닮은꼴이 되어 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 비가 황금비가 된다. 이를 이용하여 x의 값을 구하는 방법을 설명하여라.



예 제 1

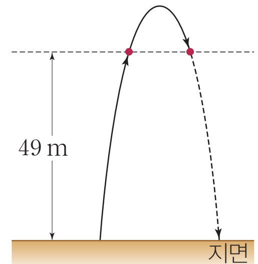
지면에서 초속 34.3 m로 쏘아 올린 물체의 t초 후의 높이가 $(34.3t-4.9t^2)$ m일 때, 이 물체가 처음으로 49 m의 높이에 이르는 시간은 몇 초 후인지 구하여라.

● **풀이** 쏘아 올린 지 t초 후의 높이가 49 m라고 하면

$$34.3t-4.9t^2=49$$

이므로 이 식을 정리하여 풀면

$$-49t^2+343t-490=0$$
$$t^2-7t+10=0$$
$$(t-2)(t-5)=0$$
$$t=2 \text{ 또는 } t=5$$



따라서 이 물체의 높이가 49 m인 순간은 물체를 쏘아 올린 지 2초 후와 5초 후이므로 처음으로 49 m의 높이에 이르는 시간은 2초 후이다.

쏘아 올린 물체의 2초 후의 높이는 $34.3\times2-4.9\times2^2=49$(m) 이므로 문제의 뜻에 맞는다.

답 ● 2초 후

문제 2

지면에서 초속 49 m로 쏘아 올린 물체의 t초 후의 높이가 $(49t-4.9t^2)$ m일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 이 물체의 높이가 102.9 m인 순간은 물체를 쏘아 올린 지 몇 초 후인가?

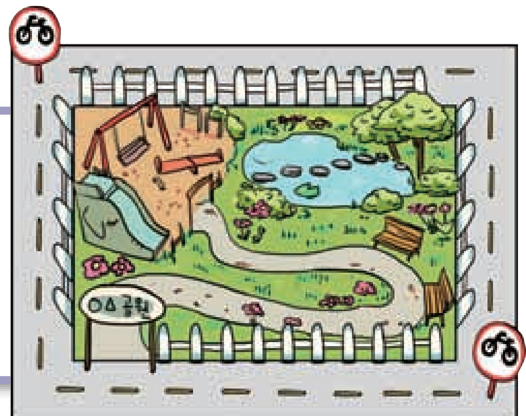
(2) 이 물체가 지면으로 떨어지는 순간은 물체를 쏘아 올린 지 몇 초 후인가?

발전 문제 3

지면으로부터 높이가 2500 m인 어느 화산이 폭발하여 초속 150 m로 용암이 분출되었다. 분출물의 t초 후의 높이가 $(-5t^2+150t+2500)$ m일 때, 분출물의 높이가 3500 m 이상인 것은 몇 초 동안인지 구하여라.

문제해결

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 세로의 길이보다 12 m만큼 긴 직사각형 모양의 공원의 주위에 폭이 6 m인 자전거 도로를 만들었다. 공원의 넓이와 자전거 도로의 넓이가 같을 때, 공원의 가로의 길이와 세로의 길이를 각각 구하여 보자.



x에 관한 이차방정식은
$ax^2+bx+c=0$
($a\neq0$, a, b, c는 상수)
과 같이 나타낼 수 있다.

1 다음 중에서 이차방정식을 모두 찾아라.

㉠ $x^2+3x-4=0$	㉡ $4x=7+x$
㉢ $2x^2+x=x$	㉣ $x(x-5)=x^2$

2 다음 중에서 [ ] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것을 모두 찾아라.

㉠ $x^2-2x-8=0$ [4]	㉡ $x^2-5=0$ [5]
㉢ $2x^2-x+1=0$ [1]	㉣ $x(x-3)=0$ [3]

3 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2+4x+3=0$　　(2) $x^2-4=0$

(3) $x^2-6x+9=0$　　(4) $(x+2)^2=9$

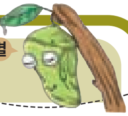
x에 관한 이차방정식
$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$
의 근은
$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
(단, $b^2-4ac\geq0$)

4 다음은 이차방정식 $x^2-5x+2=0$을 푸는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

> 근의 공식에 $a=1$, $b=\square$, $c=\square$를 대입하면
>
> $$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{\square-4\times\square\times\square}}{2\times1}$$
>
> 따라서 $x=\square$이다.

5 n각형의 대각선의 총수는 $\dfrac{n(n-3)}{2}$개이다. 이때 대각선의 총수가 35개인 다각형을 이차방정식을 이용하여 구하여라.

중/단/원 기본



이차방정식과 그 해

1 이차방정식 $x^2+ax-6=0$의 한 해가 $x=-2$일 때, a의 값을 구하여라.

이차방정식의 풀이

2 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $2x^2-x-3=0$　　(2) $x^2-6x=5-2x$

(3) $(2x+1)^2=8$　　(4) $2x^2-2x=3$

(5) $\frac{1}{2}x^2=3x-2$　　(6) $0.3x^2+0.1=x$

이차방정식의 풀이

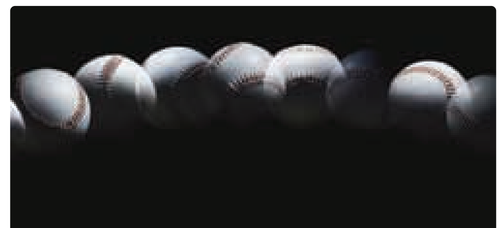
3 이차방정식 $x^2-8x+2a-3=0$이 중근을 가질 때, a의 값을 구하여라.

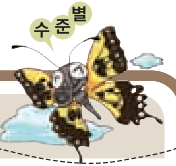
이차방정식의 활용

4 연속하는 세 자연수가 있다. 작은 두 수의 곱이 세 수의 합과 같을 때, 이 세 수를 구하여라.

이차방정식의 활용

5 야구 경기에서 어떤 타자가 친 야구공의 x초 후의 높이는 $(-4x^2+20x+1)$ m이다. 야구공의 높이가 25 m인 순간은 타자가 야구공을 친 지 몇 초 후인지 구하여라.





중 / 단 / 원 실 력

1 이차방정식 $ax^2+bx-4=0$의 해가 $x=-1$ 또는 $x=2$일 때, a, b의 값을 구하여라.

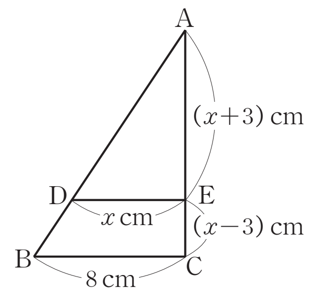
2 이차방정식 $x^2+2x-6=0$의 근을 $x=p$ 또는 $x=q$라고 할 때, p^2+q^2의 값을 구하여라.

• 주어진 이차방정식에 두 근을 각각 대입하여 본다.

3 이차방정식 $3x^2+px-q=0$의 근이 $x=2$ 또는 $x=-\frac{2}{3}$일 때, 이차방정식 $x^2+qx+p=0$의 두 근의 차를 구하여라.

• 닮음인 두 삼각형에서 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.

4 오른쪽 삼각형 ABC에서 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이고
$\overline{DE}=x$ cm, $\overline{AE}=(x+3)$cm,
$\overline{BC}=8$ cm, $\overline{EC}=(x-3)$cm
일 때, x의 값을 구하여라.



5 직사각형 모양의 농구 코트에서 세로의 길이는 가로의 길이의 $\frac{1}{2}$보다 1 m가 길다. 농구 코트의 넓이가 420 m^2일 때, 가로의 길이와 세로의 길이를 각각 구하여라.

수행 과제

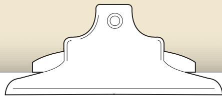
방정식으로 구한 통나무의 개수

다음 그림과 같이 통나무를 삼각형 모양으로 단계별로 쌓는다고 할 때, n단계에는 $\frac{n(n+1)}{2}$개의 통나무가 필요하다고 한다. 즉, 1단계에는 1개, 2단계에는 3개, 3단계에는 6개, …의 통나무가 필요하다.

민영이네는 전통 목조 주택을 짓기 위해 통나무를 구입하여 삼각형 모양으로 단계별로 쌓았다. 민영이가 맨 아래 줄에 놓인 통나무를 25개, 전체 통나무를 300개로 세었다고 한다. 맨 아래 줄 또는 전체 통나무의 개수를 잘못 세었다고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

과제 1 맨 아래 줄에 놓인 통나무의 개수가 옳을 때, 전체 통나무의 개수를 구하여 보자.

과제 2 전체 통나무의 개수가 옳을 때, 맨 아래 줄에 놓인 통나무의 개수를 구하여 보자.



학습에 대한 자/기/평/가

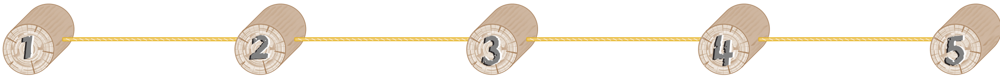
이름: ______________ (____학년 ____반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		(찡그린 얼굴)	(보통 얼굴)	(웃는 얼굴)
학습 내용	인수분해의 뜻을 아는가?			
	곱셈 공식과 인수분해 공식 사이의 관계를 이해하고, 다항식을 인수분해할 수 있는가?			
	이차방정식과 그 해의 의미를 이해하였는가?			
	여러 가지 방법을 이용하여 이차방정식을 풀 수 있는가?			
	이차방정식을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

1 다항식의 인수분해

인수분해	(1) 인수분해: 하나의 다항식을 두 개 이상의 인수들의 곱으로 나타내는 것 $x^2+3x+2 \underset{\text{전개}}{\overset{\text{인수분해}}{\rightleftarrows}} (x+1)(x+2)$ (2) 다항식에 공통인수가 있을 때에는 분배법칙을 이용하여 공통인수로 묶어 내어 인수분해한다. $ma+mb=m(a+b)$
인수분해 공식	(1) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ (2) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ (3) $x^2+(a+b)x+ab$ $=(x+a)(x+b)$ (4) $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=(ax+b)(cx+d)$

2 이차방정식

이차방정식	(1) 이차방정식: 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (x에 관한 이차식)$=0$ 의 꼴로 변형되는 방정식 (2) x에 관한 이차방정식은 $ax^2+bx+c=0$ ($a\neq0$, a, b, c는 상수) 과 같이 나타낼 수 있다.
이차방정식의 해	(1) 미지수 x에 관한 이차방정식을 참이 되게 하는 x의 값을 이 이차방정식의 해 또는 근이라고 한다. (2) 이차방정식의 해를 모두 구하는 것을 이차방정식을 푼다고 한다.

3 이차방정식의 풀이

인수분해를 이용한 풀이	(1) 인수분해를 이용한 풀이 ❶ 주어진 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 나타낸다. ❷ 좌변을 인수분해한다. ❸ $AB=0$이면 $A=0$ 또는 $B=0$임을 이용하여 근을 구한다. (2) 중근: 이차방정식의 두 근이 중복되어 있을 때, 이 근을 주어진 이차방정식의 중근이라고 한다. (3) (완전제곱식)$=0$의 꼴로 나타내어지는 이차방정식은 중근을 가진다.
제곱근을 이용한 풀이	(1) $x^2=k$ $(k>0)$의 꼴로 나타내어지는 이차방정식의 근은 $x=\pm\sqrt{k}$이다. (2) $(x+p)^2=q$ $(q>0)$의 꼴로 나타내어지는 이차방정식의 근은 $x=-p\pm\sqrt{q}$이다.
근의 공식	x에 관한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$의 근은 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ (단, $b^2-4ac\geq0$)

4 이차방정식의 활용

이차방정식을 활용한 문제 해결 순서	❶ 문제의 뜻을 파악하고, 구하고자 하는 것을 미지수 x로 놓는다. ❷ 문제의 뜻에 알맞게 이차방정식을 세운다. ❸ 이차방정식을 푼다. ❹ 이차방정식의 해로부터 문제의 뜻에 맞는 답을 구한다. ❺ 구한 답이 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 인수, 인수분해, 완전제곱식, 이차방정식, 중근, 근의 공식

만화로 보는 수학 이야기

인수분해 도술!

생각 키/우/기 a, b, c, d에 적당한 정수를 넣어 인수분해 도술을 부려 보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 중에서 인수분해가 바르게 된 것은?

① $2a^2-2=2(a^2-1)$
② $4x^2+9=(2x+3)^2$
③ $x^2-10x+25=(x+5)^2$
④ $5x^2-30x+25=5(x-2)(x-3)$
⑤ $(x-1)(x+6)-8=(x+7)(x-2)$

2 다항식 $16x^2+ax+9$가 완전제곱식이 될 때, a의 값으로 알맞은 수를 모두 찾으면? (정답 2개)

① -24 ② -12 ③ 0
④ 12 ⑤ 24

3 다음 중에서 이차방정식은?

① $x^2+6=x^2$
② $(2x-1)^2=2x^2$
③ $x(x^2-4)=5x^2-x$
④ $6(3x-1)=7+4x$
⑤ $x^2+x=(x-3)(x+8)$

4 다음 중에서 [ ] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해가 되는 것은?

① $x^2-3x=0$ $[-3]$
② $x^2=4$ $[\sqrt{2}]$
③ $x^2-2x+3=0$ $[1]$
④ $2x^2-x-6=0$ $\left[\frac{1}{2}\right]$
⑤ $3x^2-10x+3=0$ $\left[\frac{1}{3}\right]$

5 이차방정식 $x^2-\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}=0$의 근을 모두 찾으면? (정답 2개)

① -1 ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ 1 ⑤ 3

6 이차방정식 $x^2-6x+2a-3=0$이 중근을 가질 때, a의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

7 이차방정식 $x^2+3ax-2a+4=0$의 한 근이 $x=4$일 때, 다른 한 근은?

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 8

8 정사각형 모양의 광장이 있다. 이 광장의 넓이가 $9a^2-12a+4$일 때, 광장의 둘레의 길이는?

① $12a-8$ ② $12a+8$
③ $12a+6$ ④ $3a-2$
⑤ $3a+2$

9 지면에서 초속 60 m로 쏘아 올린 물체의 t초 후의 높이가 $(60t-5t^2)$ m일 때, 이 물체의 높이가 160 m인 순간은 물체를 쏘아 올린 지 몇 초 후인가? (정답 2개)

① 4초 후 ② 6초 후 ③ 8초 후
④ 10초 후 ⑤ 12초 후

10 연속하는 두 자연수의 곱이 506일 때, 이 두 자연수의 제곱의 차는?

① 12 ② 28 ③ 32
④ 45 ⑤ 54

서/답/형

11 인수분해를 이용하여 다음을 계산하여라.

$$7.5^2\times3-2.5^2\times3$$

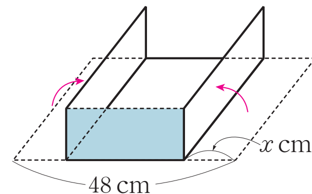
12 이차방정식 $\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{3}x=\frac{1}{2}$을 풀어라.

13 이차방정식 $(x-3)(x+5)=48$의 두 근의 차를 구하여라.

14 이차방정식 $2x^2+ax+b=0$의 근이 $x=-1$ 또는 $x=4$일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

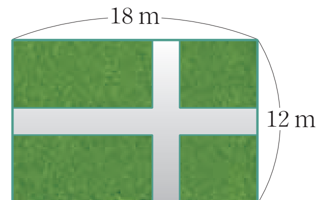
|서술형|

15 다음 그림과 같이 폭이 48 cm인 철판의 양쪽을 x cm만큼 직각으로 접어 올려 물받이를 만들려고 한다. 색칠한 부분의 넓이가 288 cm²일 때, x의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



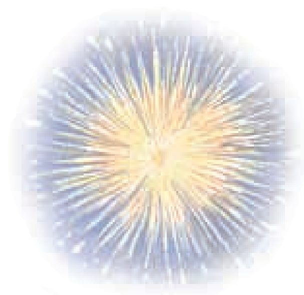
|서술형|

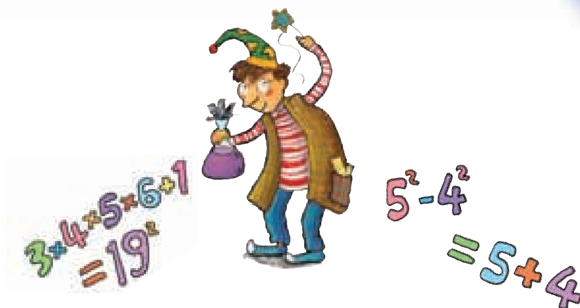
16 다음 그림과 같이 가로의 길이가 18 m이고, 세로의 길이가 12 m인 직사각형 모양의 잔디밭에 폭이 일정한 산책로를 만들려고 한다. 잔디밭의 넓이가 160 m²가 되도록 할 때, 산책로의 폭을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



수학산책

인수분해의 마술





인수분해를 이용하면 수에 관한 여러 가지 흥미로운 사실들을 알아낼 수 있다. 그중에서 몇 가지를 살펴보자.

먼저 연속하는 네 자연수를 곱하여 1을 더하면 결과는 완전제곱수가 된다. 예를 들어

$$1\times2\times3\times4+1=25(=5^2)$$
$$2\times3\times4\times5+1=121(=11^2)$$
$$3\times4\times5\times6+1=361(=19^2)$$
$$4\times5\times6\times7+1=841(=29^2)$$

이다.

일반적으로 연속하는 네 자연수에서 제일 작은 수를 a라고 하면 다른 세 수는 각각 $a+1$, $a+2$, $a+3$이므로 이들을 곱하여 1을 더하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a(a+1)(a+2)(a+3)+1 &= a(a+3)(a+1)(a+2)+1 \\ &= (a^2+3a)(a^2+3a+2)+1 \\ &= (a^2+3a)^2+2(a^2+3a)+1 \\ &= (a^2+3a+1)^2 \end{aligned}$$

여기서 a가 자연수이므로 a^2+3a+1도 자연수가 되고, 이 수의 제곱인 $(a^2+3a+1)^2$은 분명히 완전제곱수이다.

한편 이 계산을 통해서 $a(a+1)(a+2)(a+3)+1$이 완전제곱수라는 것을 알 수 있을 뿐만 아니라 그것이 어떤 수의 완전제곱수인지도 계산할 수 있다. 예를 들어

$$5\times6\times7\times8+1=\square^2$$

이라고 하면 연속하는 네 자연수에서 제일 작은 수는 5이므로

$$\square=a^2+3a+1=5^2+3\times5+1=41$$

이다. 따라서

$$5\times6\times7\times8+1=41^2$$

임을 알 수 있다.

또한 연속하는 네 짝수(혹은 홀수)의 곱에 16을 더한 결과도 인수분해를 이용하면 완전제곱수라는 것을 알 수 있다.

인수분해를 이용하여 수에 관한 또 다른 사실을 알아보자.

연속하는 두 자연수의 제곱의 차는 두 수의 합과 같다. 예를 들어

$$5^2-4^2=25-16=9(=5+4)$$
$$7^2-6^2=49-36=13(=7+6)$$
$$12^2-11^2=144-121=23(=12+11)$$

이다.

일반적으로 $a-b=1$인 두 자연수 a, b에 대하여 두 수의 제곱의 차를 계산하면 다음과 같다.

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$
$$=a+b$$

따라서 이 두 수 a, b의 제곱의 차는 두 수의 합과 같음을 알 수 있다.

Ⅲ 이차함수

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 이차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.
2. 이차함수의 그래프의 성질을 이해한다.

1. 이차함수와 그래프

불꽃놀이는 공중으로 화포를 쏘아 올려 생긴 불꽃을 구경하는 놀이로 고대 중국에서 경축 행사를 위해 특별히 군용 화포를 개량하여 폭죽을 쏜 것에서 유래하였다.

오늘날에도 세계 각국에서는 경축 행사가 있으면 불꽃놀이를 빼놓지 않으며, 매년 여러 나라들이 참가하여 불꽃의 화려함과 웅장함을 선보이는 불꽃 축제를 열기도 한다.

불꽃놀이에서 중요한 것은 폭죽을 하늘로 쏘아 올린 후 적당한 높이가 되었을 때 터지게 해야 아름다운 불꽃을 오래 볼 수 있다는 것이다. 따라서 폭죽을 발사한 후 시간에 따른 그것의 높이를 알아야 하는데, 이것은 시간에 관한 이차함수로 나타내어 알 수 있다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용

[중1~3학년군]
- 함수와 그래프
- 일차함수와 그래프
- 이차방정식

이 단원에서 공부할 내용

1. 이차함수와 그래프
- 이차함수의 뜻
- 이차함수의 그래프
- 이차함수의 그래프의 성질

이후에 배울 내용

[수학 I]
- 이차방정식과 이차함수

[수학 II]
- 함수
- 유리함수와 무리함수

1 이차함수와 그래프

준 | 비 | 학 | 습

함수
두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 정해지면 y의 값도 단 하나로 정해지는 관계가 있을 때, y는 x의 함수라고 한다.

함수의 그래프
함수 $y=f(x)$에서 각 x의 값을 x좌표로 하고, x의 값에 대한 함숫값을 y좌표로 하는 순서쌍 (x, y)를 모두 좌표평면 위에 나타낸 것을 그 함수의 그래프라고 한다.

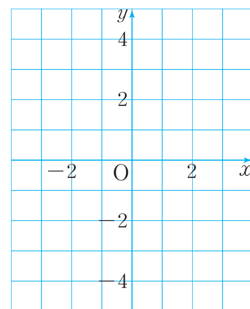
일차함수
함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 관한 일차식 $y=ax+b$ ($a\neq0$, a, b는 상수)로 나타내어질 때, 이 함수 $y=f(x)$를 일차함수라고 한다.

일차함수의 그래프
일차함수 $y=ax+b$ ($a\neq0$)의 그래프는 일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 직선이다.

1 다음에서 x와 y 사이의 관계식을 구하고, y가 x의 함수인지 말하여라.

> 한 권에 500원 하는 공책 x권의 값은 y원이다.

2 함수 $y=2x$의 x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때, 오른쪽 좌표평면 위에 그 그래프를 그려라.

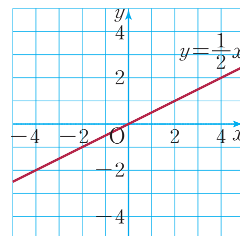


3 다음 중에서 일차함수를 모두 찾아라.

> ㉠ $y=2x+1$ ㉡ $y=x(x-1)$
> ㉢ $y=\frac{1}{2}x$ ㉣ $y=\frac{2}{x}$

4 오른쪽 그림은 일차함수 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프이다. 이 그래프를 이용하여 다음 일차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=\frac{1}{2}x+2$ (2) $y=\frac{1}{2}x-3$



1-1 이차함수의 뜻

● 이차함수의 의미를 이해한다.

이차함수란 무엇인가?

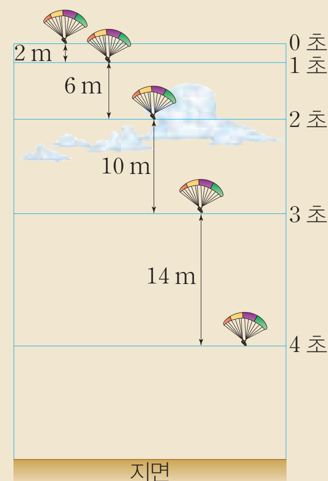
창의력 기르기

스카이다이빙

스카이다이빙은 고도 900～4000 m의 상공에서 뛰어내려 낙하산을 펴지 않고 여러 가지 기술을 보이거나 균형을 유지하며 낙하하다가 지상 가까이에서 낙하산을 펴서 착지하는 스포츠이다. 경기 종목으로는 공중에서 정해진 동작을 빠르고, 정확하게 하는 선수가 우승하는 스타일 강하와 목표 지점에 가장 가까이 착지하는 선수가 우승하는 정밀 강하 등이 있다.

탐 구 활 동

오른쪽 그림은 지상 1500 m 높이에서 낙하한 스카이다이버가 지상 1000 m 높이에서 낙하산을 펴서 내려오는 모습을 1초 간격으로 촬영하여 그 내려간 거리를 나타낸 것이다. 스카이다이버가 낙하산을 편 지 x초 후의 높이를 y m라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.



1 다음 표를 완성하여 보자.

x(초)	0	1	2	3	4
y(m)	1000		992		

2 y가 x의 함수인지 말하여 보자.

탐구 활동에서 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 정해지면 y의 값이 단 하나로 정해지므로 y는 x의 함수이다.

이때 x와 y 사이의 관계식은

$$y=-2x^2+1000$$

으로 나타낼 수 있고, y는 x에 관한 이차식이 된다.

일반적으로 함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 관한 이차식

$$y=ax^2+bx+c \ (a\neq 0,\ a,\ b,\ c\text{는 상수})$$

로 나타내어질 때, 이 함수 $y=f(x)$를 **이차함수**라고 한다.

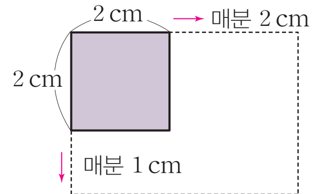
y는 x에 관한 이차함수
⇨ $y=$(x에 관한 이차식)

예 함수 $y=x^2+2x-4$, $y=-2x^2+3$, $y=\frac{1}{3}x^2$은 y가 x에 관한 이차식으로 나타내어지므로 모두 이차함수이다.

참고 이차함수의 x값과 y값의 범위가 주어지지 않았을 때에는 이를 실수 전체로 생각한다.

예제 1

한 변의 길이가 2 cm인 정사각형에서 가로의 길이는 매분 2 cm씩, 세로의 길이는 매분 1 cm씩 동시에 늘어난다고 한다. x분 후 직사각형의 넓이를 y cm^{2}라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.



(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) y는 x에 관한 이차함수인가?

풀이 (1) x분 후 직사각형의 가로, 세로의 길이는 각각 $(2+2x)$ cm, $(2+x)$ cm이므로 직사각형의 넓이는 $y=(2+2x)(2+x)$이다.
따라서 $y=2x^2+6x+4$이다.

(2) y가 x에 관한 이차식으로 나타내어지므로 y는 x에 관한 이차함수이다.

답 (1) $y=2x^2+6x+4$ (2) 이차함수이다.

문제 1

다음에서 y를 x에 관한 식으로 나타내고, 이차함수인 것을 모두 찾아라.

(1) 둘레의 길이가 12 cm인 직사각형의 가로의 길이는 x cm이고, 넓이는 y cm^{2}이다.

(2) 한 모서리의 길이가 x cm인 정육면체의 부피는 y cm^{3}이다.

(3) 시속 3 km로 걸어서 x시간 동안 간 거리는 y km이다.

(4) 반지름의 길이가 x cm인 구의 겉넓이는 y cm^{2}이다.

예제 2

이차함수 $y=f(x)$에서 $f(x)=x^2-x-2$라고 할 때, 다음을 구하여라.

(1) $f(-3)$ (2) $f\left(\frac{1}{2}\right)$

● 풀이 (1) $f(-3)=(-3)^2-(-3)-2$
$=9+3-2=10$

(2) $f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}-2$
$=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}-2=-\frac{9}{4}$

답 ● (1) 10 (2) $-\frac{9}{4}$

문제 2 이차함수 $y=-4x^2+2x+1$에서 x의 값이 0, 1, 2, 3일 때, 각 x의 값에 대한 함숫값을 구하여라.

문제 3 이차함수 $y=2x^2+bx+c$에 대하여 $x=1$일 때 $y=0$이고, $x=2$일 때 $y=9$라고 한다. $x=0$일 때 y의 값을 구하여라.

문제 4 이차함수 $f(x)=3x^2+a$에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) $f(a)=10$을 만족시키는 a의 값을 모두 구하여라.

(2) x의 값이 -1, 0, 1일 때, 각 x의 값에 대한 함숫값의 총합을 9라고 하자. 이때 a의 값을 구하여라.

의사소통 문제 1과 같이 y를 x에 관한 식으로 나타내면 이차함수가 되는 예를 찾아 말하여 보자.

1-2 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

● 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 그릴 수 있다.

이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐 구 활 동

●준비물
모눈종이

활동지 3

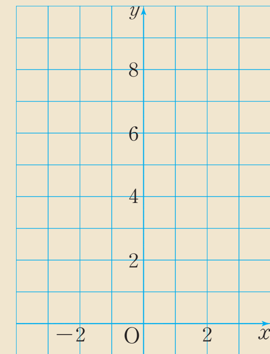
이차함수 $y=x^2$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1 다음 표를 완성하여 보자.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

2 **1**에서 구한 순서쌍 (x, y)를 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어 보자.

3 x값의 범위가 실수 전체일 때, 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 어떤 모양이 될지 추측하여 보자.



탐구 활동에서 x의 값이 -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3일 때, 이차함수 $y=x^2$의 그래프에 대하여 알아보았다.

이제 x값의 범위가 실수 전체일 때, 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 그려 보자.

먼저 이차함수 $y=x^2$에서 x의 값이

$$-3, -2.5, -2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3$$

일 때, x의 값에 대한 y의 값을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

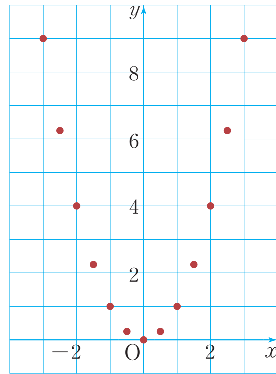
x	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	9	6.25	4	2.25	1	0.25	0	0.25	1	2.25	4	6.25	9

이 표에서 얻어지는 순서쌍 (x, y)를 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 1〉과 같다.

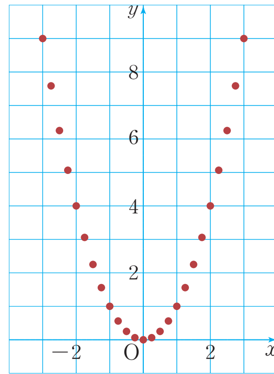
또 x의 값이 -3에서 3까지 0.25의 간격으로 변해 갈 때, 그 각각에 대응하는 y의 값을 구하여 순서쌍 (x, y)를 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 2〉와 같다.

이와 같은 방법으로 x값의 간격을 좁혀서 더 많은 점을 표시해 나가면 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 〈그림 3〉과 같이 매끈한 곡선으로 나타난다.

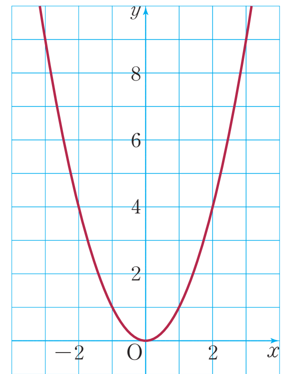
이차함수의 그래프는 두 점만으로는 그래프를 그리기 힘들다. 따라서 여러 개의 점을 찾아 이를 최대한 매끄러운 곡선으로 잇는다.



〈그림 1〉



〈그림 2〉



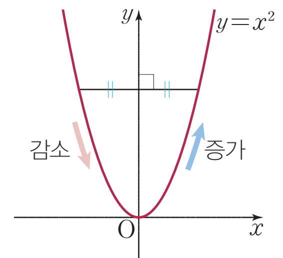
〈그림 3〉

위의 그림에서 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 원점을 지나고, 아래로 볼록하다.

또 x의 값이 -1과 1처럼 절댓값이 같고 부호가 반대일 때, 각각에 대응하는 y의 값은 같다. 즉, 이 그래프는 y축에 대칭임을 알 수 있다.

y축에 대칭이라는 말은 y축을 중심으로 그래프를 접었을 때, 그래프가 완전히 포개어진다는 말이다.

한편 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 x의 값이 음수이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하고, x의 값이 양수이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가함을 알 수 있다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

이차함수 $y=x^2$의 그래프

(1) 원점을 지나고, 아래로 볼록하다.
(2) y축에 대칭이다.
(3) $x<0$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하고,
$x>0$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가한다.

참고 이차함수 $y=x^2$의 그래프에서 원점 이외의 부분은 모두 x축보다 위쪽에 있다.

이차함수 $y=x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=ax^2$ $(a>0)$의 그래프를 그릴 수 있다.

예 제 1

이차함수 $y=x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 그려라.

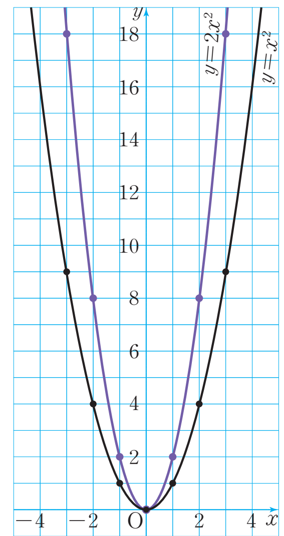
이차함수 $y=ax^2$ $(a>0)$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프의 각 점에 대하여 y좌표를 a배로 하는 점을 잡아 그리면 된다.

풀이 x의 여러 가지 값에 대응하는 x^2, $2x^2$의 값을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
x^2	$\cdots$	9	4	1	0	1	4	9	$\cdots$
$2x^2$	$\cdots$	18	8	2	0	2	8	18	$\cdots$

위의 표에서 x의 각 값에 대하여 $2x^2$의 값은 항상 x^2의 값의 2배임을 알 수 있다. 따라서 이차함수 $y=2x^2$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프의 각 점의 y좌표를 2배로 하는 점을 잡아서 그리면 된다.

이때 이차함수 $y=2x^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 원점을 지나고 아래로 볼록하며, y축에 대칭인 매끈한 곡선이 된다.



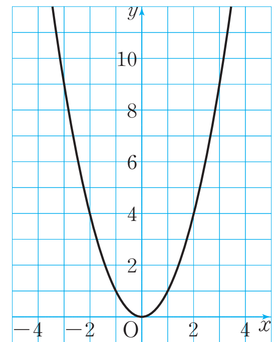
문제 1

오른쪽 그림은 이차함수 $y=x^2$의 그래프이다. 이것을 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=\frac{1}{2}x^2$

(2) $y=3x^2$

(3) $y=\frac{1}{4}x^2$



문제 2

문제 1에서 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열하여라.

이차함수 $y=ax^2$ $(a>0)$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-ax^2$ $(a>0)$의 그래프를 그릴 수 있다.

예 제 2 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 그려라.

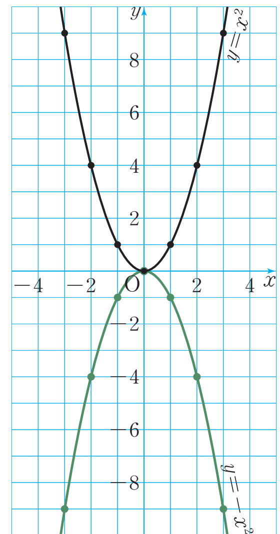
이차함수 $y=-ax^2$의 그래프는 $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프를 그리면 된다.

풀이 x의 여러 가지 값에 대응하는 x^2, $-x^2$의 값을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
x^2	…	9	4	1	0	1	4	9	…
$-x^2$	…	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9	…

위의 표에서 x의 각 값에 대하여 $-x^2$의 값은 항상 x^2의 값과 절댓값이 같고 부호가 반대임을 알 수 있다. 따라서 이차함수 $y=-x^2$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프를 그리면 된다.

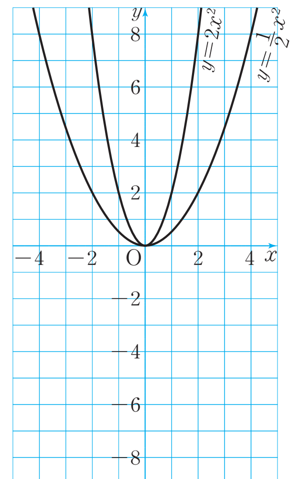
이때 이차함수 $y=-x^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 원점을 지나고 위로 볼록하며, y축에 대칭인 매끈한 곡선이 된다.



문 제 3 오른쪽 그림은 이차함수 $y=2x^2$과 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프이다. 이것을 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=-2x^2$

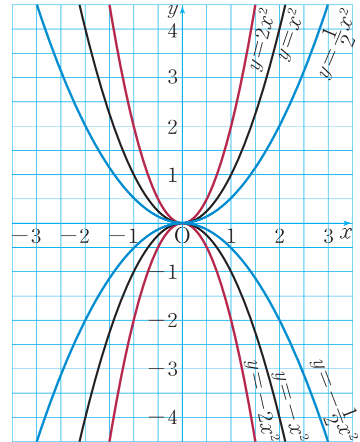
(2) $y=-\frac{1}{2}x^2$

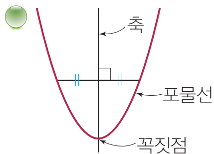


오른쪽 그림에서 알 수 있듯이 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $a>0$일 때에는 아래로 볼록하고, $a<0$일 때에는 위로 볼록한 곡선이다.

또 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지고, 항상 y축에 대칭이다.

한편 이차함수 $y=ax^2$과 $y=-ax^2$의 그래프는 x축에 서로 대칭이다.





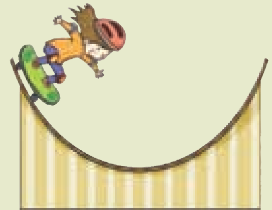
이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 같은 모양의 곡선을 **포물선**이라고 한다. 포물선은 한 직선에 대칭인 도형으로 그 직선을 포물선의 **축**이라 하고, 포물선과 축의 교점을 포물선의 **꼭짓점**이라고 한다.

따라서 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 y축을 축으로 하고, 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

일반적으로 이차함수 $y=ax^2$의 그래프에 대하여 다음을 알 수 있다.

이차함수 $y=ax^2$ $(a\neq0)$의 그래프

(1) 원점을 꼭짓점으로 하고, y축을 축으로 하는 포물선이다.
(2) $a>0$이면 아래로 볼록하고, $a<0$이면 위로 볼록하다.
(3) a의 절댓값이 클수록 포물선의 폭이 좁아진다.
(4) $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대칭이다.



문제 4 다음 이차함수의 그래프 중에서 아래로 볼록한 것을 모두 찾아라.

㉠ $y=3x^2$	㉡ $y=-5x^2$
㉢ $y=-\dfrac{1}{2}x^2$	㉣ $y=\dfrac{1}{3}x^2$

문제 5 문제 4에서 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열하여라.

1-3 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

● 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 그릴 수 있다.

이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐 구 활 동

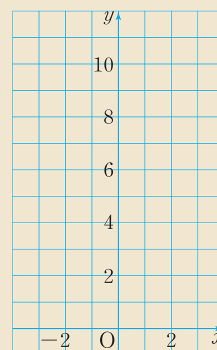
●준비물
투명 종이, 연필

두 이차함수 $y=x^2$과 $y=x^2+3$에 대하여 다음 표를 완성하고, 물음에 답하여 보자.

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
x^2	…								…
x^2+3	…								…

1 두 이차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려 보자.

2 투명 종이에 $y=x^2$의 그래프를 옮겨 그린 후 y축의 방향으로 얼마만큼 이동시키면 $y=x^2+3$의 그래프와 겹치게 할 수 있는지 알아보자.



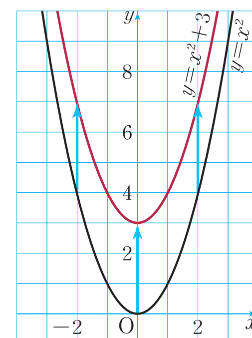
이차함수 $y=x^2+3$의 그래프를 그려 보자.

탐구 활동의 표에서 x의 각 값에 대하여 x^2+3의 값은 항상 x^2의 값보다 3만큼 크다는 것을 알 수 있다.

따라서 이차함수 $y=x^2+3$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

그러므로 이차함수 $y=x^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 y축을 축으로 하고, 점 $(0, 3)$을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

한 도형을 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 옮기는 것을 평행이동이라고 한다.

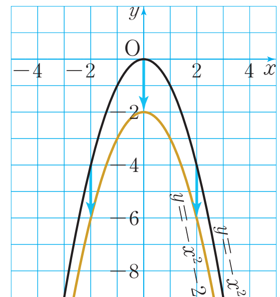


일반적으로 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프에 대하여 다음을 알 수 있다.

이차함수 $y=ax^2+q$ $(a\neq0)$의 그래프

(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.
(2) y축을 축으로 하고, 점 $(0,\ q)$를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

예 제 1 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-x^2-2$의 그래프를 그려라.



● 풀이 이차함수 $y=-x^2-2$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.
따라서 이차함수 $y=-x^2-2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 y축을 축으로 하고, 점 $(0,\ -2)$를 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다.

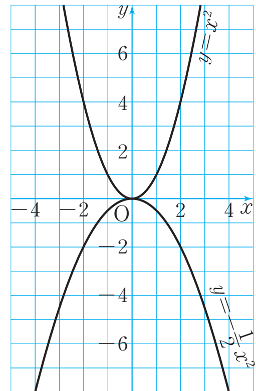
문 제 1 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=4x^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인가?

(1) $y=4x^2-5$　　　　(2) $y=4x^2+1$

문 제 2 오른쪽 그림은 이차함수 $y=x^2$과 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프이다. 이것을 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=x^2-4$

(2) $y=-\frac{1}{2}x^2+2$



발전 문 제 3 다음 이차함수의 그래프를 y축의 방향으로 [ ] 안의 값만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식을 구하고, 그 함수가 나타내는 포물선의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

(1) $y=x^2$ [4]　　　　(2) $y=-\frac{1}{3}x^2$ [−2]

이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐구 활동

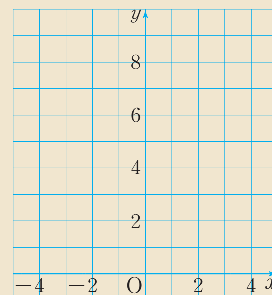
●준비물
투명 종이, 연필

두 이차함수 $y=x^2$과 $y=(x-2)^2$에 대하여 다음 표를 완성하고, 물음에 답하여 보자.

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
x^2	$\cdots$								$\cdots$
$(x-2)^2$	$\cdots$								$\cdots$

1 두 이차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려 보자.

2 투명 종이에 $y=x^2$의 그래프를 옮겨 그린 후 x축의 방향으로 얼마만큼 이동시키면 $y=(x-2)^2$의 그래프와 겹치게 할 수 있는지 알아보자.



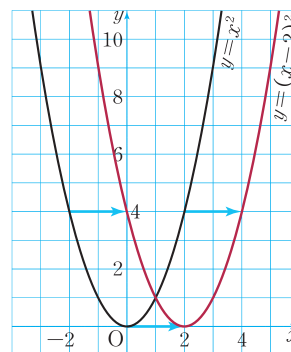
이차함수 $y=(x-2)^2$의 그래프를 그려 보자.

탐구 활동의 표에서 x의 값이 -3, -2, -1, 0, 1일 때의 x^2의 값과 x의 값이 -1, 0, 1, 2, 3일 때의 $(x-2)^2$의 값은 각각 서로 같음을 알 수 있다.

따라서 이차함수 $y=(x-2)^2$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

그러므로 이차함수 $y=(x-2)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=2$를 축으로 하고, 점 $(2,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

● 직선 $x=2$는 y축에 평행한 직선이다.



일반적으로 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프에 대하여 다음을 알 수 있다.

● $y=a(x-p)^2$의 그래프는 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 $-p$만큼이 아닌 p만큼 평행이동한 것이다.

이차함수 $y=a(x-p)^2$ $(a\neq0)$의 그래프

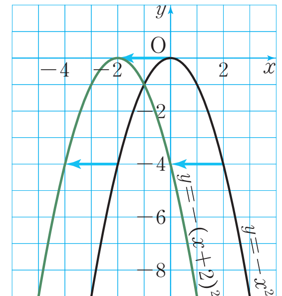
(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 것이다.

(2) 직선 $x=p$를 축으로 하고, 점 $(p,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

예제 2

이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-(x+2)^2$의 그래프를 그려라.

● 풀이 이차함수 $y=-(x+2)^2$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.
따라서 이차함수 $y=-(x+2)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=-2$를 축으로 하고, 점 $(-2,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다.



문제 4

다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=3x^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인가?

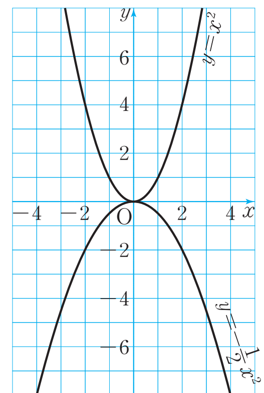
(1) $y=3(x+1)^2$ (2) $y=3(x-5)^2$

문제 5

오른쪽 그림은 이차함수 $y=x^2$과 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프이다. 이것을 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=(x+3)^2$

(2) $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2$



문제 6

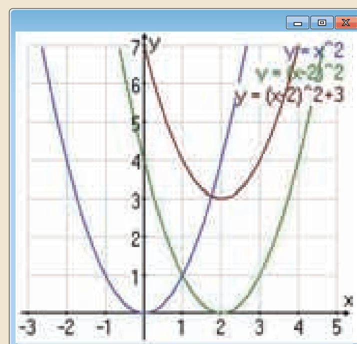
다음 이차함수의 그래프를 x축의 방향으로 [ ] 안의 값만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식을 구하고, 그 함수가 나타내는 포물선의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

(1) $y=2x^2$ [1] (2) $y=-\frac{1}{4}x^2$ [−3]

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐 구 활 동

오른쪽 그림은 컴퓨터 프로그램을 이용하여 이차함수 $y=x^2$, $y=(x-2)^2$, $y=(x-2)^2+3$의 그래프를 그린 것이다. 다음 물음에 답하여 보자.

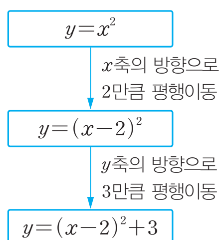


1 이차함수 $y=(x-2)^2$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인가?

2 이차함수 $y=(x-2)^2+3$의 그래프는 $y=(x-2)^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인가?

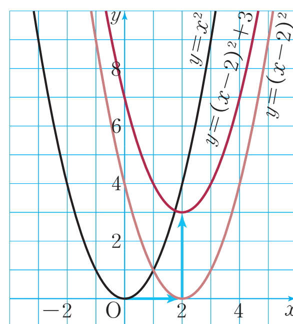
3 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 어떻게 평행이동하면 $y=(x-2)^2+3$의 그래프와 겹치게 할 수 있는지 말하여 보자.

이차함수 $y=(x-2)^2+3$의 그래프를 그려 보자.



이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후 이것을 다시 y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 $y=(x-2)^2+3$의 그래프가 된다.

즉, 이차함수 $y=(x-2)^2+3$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.



따라서 이차함수 $y=(x-2)^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=2$를 축으로 하고, 점 $(2,\ 3)$을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

일반적으로 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프에 대하여 다음을 알 수 있다.

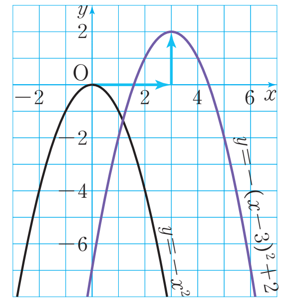
이차함수 $y=a(x-p)^2+q\ (a\neq0)$의 그래프

(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

(2) 직선 $x=p$를 축으로 하고, 점 $(p,\ q)$를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

예제 3

이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-(x-3)^2+2$의 그래프를 그려라.

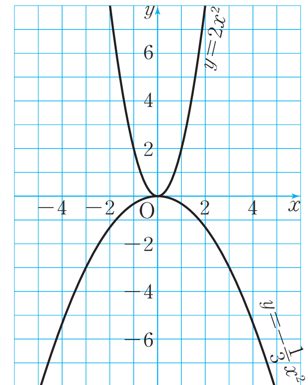


● 풀이 이차함수 $y=-(x-3)^2+2$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

따라서 이차함수 $y=-(x-3)^2+2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=3$을 축으로 하고, 점 $(3,\ 2)$를 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다.

문제 7

오른쪽 그림은 이차함수 $y=2x^2$과 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프이다. 이것을 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그려라.



(1) $y=2(x-3)^2-4$

(2) $y=-\frac{1}{3}(x+2)^2+2$

발전 문제 8

다음 이차함수의 그래프를 x축, y축의 방향으로 각각 [ ] 안의 값만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식을 구하여라. 또 그 함수가 나타내는 포물선의 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

포물선의 축을 직선의 방정식으로 나타낸 것을 축의 방정식이라고 한다.

(1) $y=x^2$ $[-2,\ 1]$

(2) $y=3x^2$ $[3,\ -2]$

(3) $y=\frac{1}{2}x^2$ $[-1,\ -2]$

(4) $y=-2x^2$ $[1,\ 2]$

의사소통

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 좌표평면 위에 나타낼 때, a, p, q의 부호에 따라 그래프가 제 몇 사분면 위에 있는지 토의하여 보자. (단, $a\neq0$, $p\neq0$, $q\neq0$)

1-4 이차함수의 그래프의 성질

- 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다.
- 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있다.

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에는 어떤 성질이 있는가?

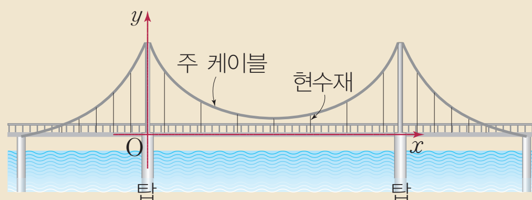
창의력 기르기

현수교

현수교는 두 개의 탑에 주 케이블을 걸친 후, 그 케이블에 현수재로 상판을 매달아 만든 다리이다. 현수교의 기원은 산악 지대의 원시 민족들이 덩굴을 나무에 매달아 계곡을 건너가는 수단으로 사용한 것이라고 할 수 있다. 한편 우리나라의 이순신 대교, 남해 대교, 영종 대교, 미국의 금문교 등이 바로 현수교이다.

탐구 활동

다음 그림과 같이 현수교의 주 케이블이 이차함수의 그래프인 포물선 모양이고, 왼쪽 탑으로부터의 수평 거리를 x m, 도로에서 주 케이블까지의 높이를 y m라고 할 때, x와 y 사이에는 $y=x^2-20x+105$인 관계가 있다고 하자. 이때 주 케이블의 모양이 어떤 포물선의 일부인지 알아보기 위하여 물음에 답하여 보자.



1 다음은 주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 고치는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

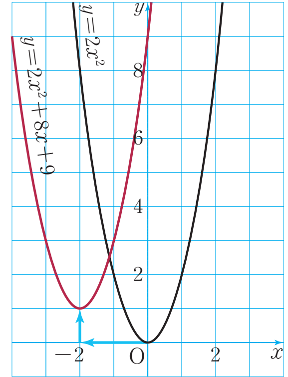
$$\begin{aligned} y&=x^2-20x+105 \\ &=(x^2-20x+\square-\square)+105 \\ &=(x^2-20x+\square)-\square+105 \\ &=(x-\square)^2+\square \end{aligned}$$

2 1을 이용하여 이차함수 $y=x^2-20x+105$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인지 말하여 보자.

이차함수 $y=2x^2+8x+9$의 그래프를 그려 보자.

$y=2x^2+8x+9$의 우변을 (완전제곱식)+(상수항)의 꼴로 바꾸면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y&=2x^2+8x+9\\ &=2(x^2+4x)+9\\ &=2(x^2+4x+4)-8+9\\ &=2(x+2)^2+1 \end{aligned}$$



따라서 이차함수 $y=2x^2+8x+9$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

> 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

그러므로 이차함수 $y=2x^2+8x+9$의 그래프는 직선 $x=-2$를 축으로 하고, 점 $(-2, 1)$을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

또 $x=0$일 때, $y=9$이므로 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 9)$이다.

일반적으로 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 다음과 같은 성질이 있다.

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq0)$의 그래프

(1) $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어서 그린 그래프와 같다.

(2) y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, c)$이다.

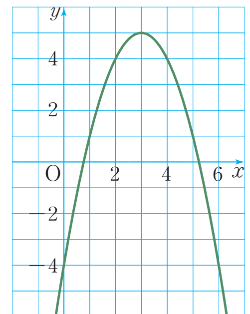
예 제 1

이차함수 $y=-x^2+6x-4$의 그래프를 그려라.

> $y=-x^2+6x-4$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어야 한다.

풀이

$$\begin{aligned} y&=-x^2+6x-4\\ &=-(x^2-6x)-4\\ &=-(x^2-6x+9)+9-4\\ &=-(x-3)^2+5 \end{aligned}$$

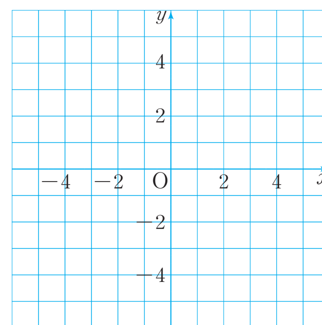


따라서 이차함수 $y=-x^2+6x-4$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=3$을 축으로 하고, 점 $(3, 5)$를 꼭짓점으로 하며 점 $(0, -4)$를 지나는 위로 볼록한 포물선이다.

문제 1 다음 이차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려라. 또 이 그래프의 꼭짓점의 좌표와 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표를 구하여라.

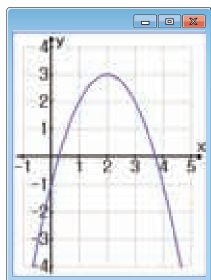
(1) $y=2x^2-4x+4$

(2) $y=-3x^2-6x-2$



예제 2 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(4,\ -1)$을 지나고 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$일 때, 이 이차함수의 식을 구하여라.

다음은 컴퓨터를 이용하여 주어진 이차함수의 그래프를 그린 것이다.



풀이 주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$이므로 구하는 이차함수의 식은

$$y=a(x-2)^2+3 \quad \cdots\cdots ①$$

의 꼴로 나타낼 수 있다.

또 이 그래프가 점 $(4,\ -1)$을 지나므로 ①에 $x=4$, $y=-1$을 대입하면

$$-1=a(4-2)^2+3$$

$$4a=-4,\ a=-1$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-(x-2)^2+3$이므로

$$y=-x^2+4x-1$$

답 $y=-x^2+4x-1$

문제 2 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(-1,\ 5)$를 지나고 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 3)$일 때, 이 이차함수의 식을 구하여라.

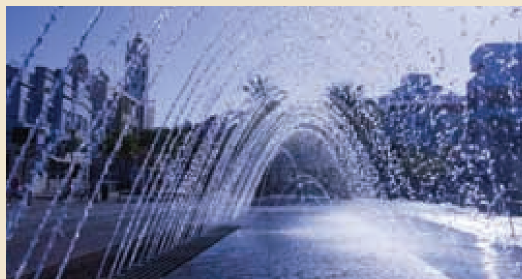
창의 UP

이차함수 $y=-x^2-8x-10$의 그래프의 꼭짓점이 이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2-k$의 그래프 위에 있을 때, k의 값을 구하는 방법을 설명하여라.

이차함수의 최댓값과 최솟값은 어떻게 구하는가?

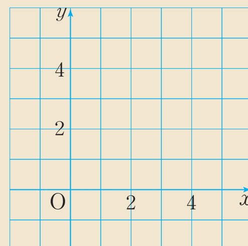
탐구 활동

포물선을 그리면서 떨어지는 어떤 분수의 물줄기에 대하여 분출구에서부터의 수평 거리를 x m, 물줄기의 높이를 y m라고 할 때, x와 y 사이에는 $y=-5x^2+10x$인 관계가 성립한다고 하자. 다음 물음에 답하여 보자.



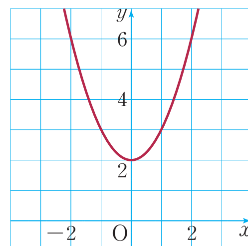
1 이차함수 $y=-5x^2+10x$의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려 보자.

2 물줄기가 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 말하여 보자.



이차함수 $y=x^2+2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 2)$이고, 아래로 볼록한 포물선이다.

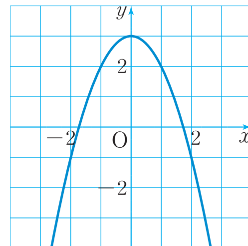
따라서 이차함수 $y=x^2+2$의 함숫값 중에서 가장 작은 값은 $x=0$일 때, $y=2$이다.



$y=x^2+2$에서 x의 값이 한없이 커지거나 작아질 때, y의 값은 한없이 커지므로 가장 큰 함숫값은 없다.

이차함수 $y=-x^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(0, 3)$이고, 위로 볼록한 포물선이다.

따라서 이차함수 $y=-x^2+3$의 함숫값 중에서 가장 큰 값은 $x=0$일 때, $y=3$이다.



$y=-x^2+3$에서 x의 값이 한없이 커지거나 작아질 때, y의 값은 한없이 작아지므로 가장 작은 함숫값은 없다.

이와 같이 어떤 함수에서 x값의 범위에 대한 함숫값 중에서 가장 큰 값을 그 함수의 **최댓값**이라 하고, 가장 작은 값을 그 함수의 **최솟값**이라고 한다.

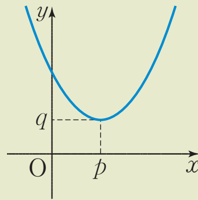
이를테면 이차함수 $y=x^2+2$의 최솟값은 $x=0$일 때 2이고, 최댓값은 없다. 또 이차함수 $y=-x^2+3$의 최댓값은 $x=0$일 때 3이고, 최솟값은 없다.

일반적으로 이차함수의 최댓값과 최솟값은 다음과 같이 구한다.

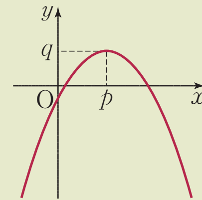
이차함수 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$의 최댓값과 최솟값

이차함수 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸었을 때,

(1) $a>0$인 경우
최솟값은 $x=p$일 때 q이고,
최댓값은 없다.



(2) $a<0$인 경우
최댓값은 $x=p$일 때 q이고,
최솟값은 없다.



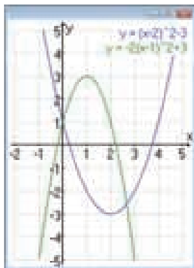
이차함수의 그래프가 아래로 볼록한 경우에는 최솟값만 있고, 위로 볼록한 경우에는 최댓값만 있다.

예 제 3

다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하고, 그때의 x의 값을 구하여라.

(1) $y=(x-2)^2-3$　　　　(2) $y=-2(x-1)^2+3$

다음은 컴퓨터를 이용하여 주어진 이차함수의 그래프를 그린 것이다.



● 풀이 (1) 이 함수의 그래프는 점 $(2,\ -3)$을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다. 따라서 주어진 이차함수의 최솟값은 $x=2$일 때 -3이고, 최댓값은 없다.
(2) 이 함수의 그래프는 점 $(1,\ 3)$을 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다. 따라서 주어진 이차함수의 최댓값은 $x=1$일 때 3이고, 최솟값은 없다.

답 ● (1) 최솟값은 $x=2$일 때 -3이고, 최댓값은 없다.
(2) 최댓값은 $x=1$일 때 3이고, 최솟값은 없다.

문 제 3 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하고, 그때의 x의 값을 구하여라.

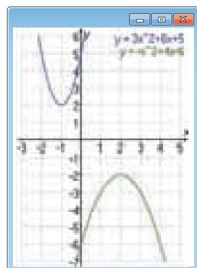
(1) $y=\frac{1}{2}(x-3)^2-4$　　　　(2) $y=-(x-2)^2+2$

예 제 4

다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하고, 그때의 x의 값을 구하여라.

(1) $y=3x^2+6x+5$ (2) $y=-x^2+4x-6$

다음은 컴퓨터를 이용하여 주어진 이차함수의 그래프를 그린 것이다.



● 풀이 (1) $y=3x^2+6x+5=3(x+1)^2+2$

이므로 이 함수의 그래프는 점 $(-1,\ 2)$를 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다. 따라서 주어진 이차함수의 최솟값은 $x=-1$일 때 2이고, 최댓값은 없다.

(2) $y=-x^2+4x-6=-(x-2)^2-2$

이므로 이 함수의 그래프는 점 $(2,\ -2)$를 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다. 따라서 주어진 이차함수의 최댓값은 $x=2$일 때 -2이고, 최솟값은 없다.

답 ● (1) 최솟값은 $x=-1$일 때 2이고, 최댓값은 없다.
(2) 최댓값은 $x=2$일 때 -2이고, 최솟값은 없다.

문 제 4

다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하고, 그때의 x의 값을 구하여라.

(1) $y=2x^2+8x+4$ (2) $y=-3x^2+6x-5$

발전 문 제 5

최댓값은 $x=-2$일 때 1이고, 그래프가 점 $(-1,\ -3)$을 지나는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$의 꼴로 나타내어라.

함께 만들어요 문 제 6

이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

중/단/원 기초

> 함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 관한 이차식 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq0$, a, b, c는 상수)로 나타내어질 때, 이 함수 $y=f(x)$를 이차함수라고 한다.

1 다음 중에서 이차함수를 찾아라.

㉠ $y=2x-5$	㉡ $y=3x^2+1$
㉢ $y=5$	㉣ $y=x^2(x-2)+1$

2 다음 이차함수가 나타내는 포물선의 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

(1) $y=4x^2$ (2) $y=3x^2+2$

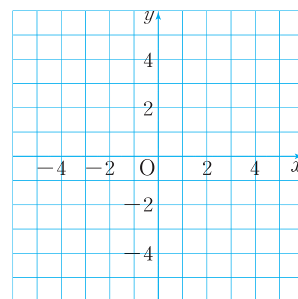
(3) $y=-(x+4)^2$ (4) $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2-3$

3 이차함수 $y=x^2-2x-3$의 그래프에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어라.

(2) 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 구하여라.

(3) 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려라.



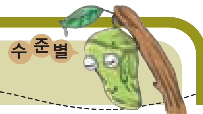
> 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$는
> ① $a>0$인 경우, 최솟값은 $x=p$일 때 q이고 최댓값은 없다.
> ② $a<0$인 경우, 최댓값은 $x=p$일 때 q이고 최솟값은 없다.

4 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하고, 그때의 x의 값을 구하여라.

(1) $y=2x^2$ (2) $y=-\frac{1}{3}x^2+5$

(3) $y=2(x-3)^2-5$ (4) $y=-3(x+1)^2+4$

중/단/원 기본



이차함수 $y=ax^2$의 그래프

1 다음 보기의 이차함수의 그래프에 대하여 물음에 답하여라.

보기

㉠ $y=-\frac{3}{2}x^2$ ㉡ $y=-2x^2$ ㉢ $y=\frac{2}{5}x^2$

㉣ $y=-\frac{2}{5}x^2$ ㉤ $y=\frac{1}{3}x^2$ ㉥ $y=\frac{3}{2}x^2$

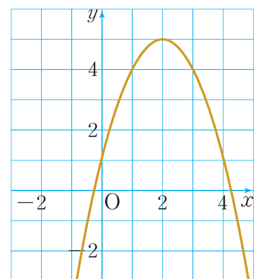
(1) 아래로 볼록한 것을 모두 찾아라.

(2) 그래프의 폭이 가장 넓은 것과 가장 좁은 것을 차례로 말하여라.

(3) x축에 대칭인 것끼리 짝지어라.

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

2 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 점 $(0,\ 1)$을 지나고, 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 5)$이다. 이 이차함수의 식을 구하여라.



이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

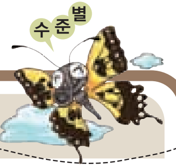
3 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+ax+b$의 그래프가 두 점 $(-4,\ 0)$, $(0,\ 2)$를 지날 때, 이 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

4 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(0,\ 4)$, $(-2,\ 20)$, $(2,\ -4)$를 지날 때, 이 이차함수의 식을 구하여라.

이차함수의 최댓값과 최솟값

5 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 최솟값은 $x=1$일 때 3이다. 이때 a, b의 값을 구하여라.



중 / 단 / 원 실력

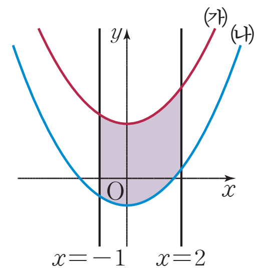
• 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 원점을 꼭짓점으로 하고, y축을 축으로 하는 포물선이다.

1 원점을 꼭짓점으로 하고, y축을 축으로 하는 포물선이 두 점 $(-2, 8)$, $(3, k)$를 지날 때, k의 값을 구하여라.

2 오른쪽 그림에서 두 이차함수

(가) $y=\frac{1}{3}x^2+2$ (나) $y=\frac{1}{3}x^2-1$

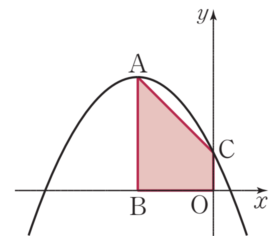
의 그래프와 두 직선 $x=-1$, $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.



3 오른쪽 그림과 같은 이차함수

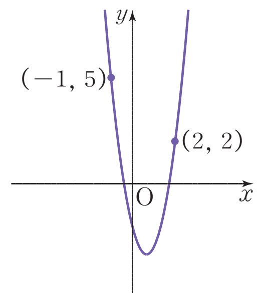
$$y=-\frac{1}{2}x^2-2x+1$$

의 그래프에 대하여 꼭짓점을 A, 그래프의 축과 x축과의 교점을 B, 그래프와 y축과의 교점을 C라고 할 때, 사다리꼴 ABOC의 넓이를 구하여라.



• $a>0$인 경우 $y=a(x-p)^2+q$의 최솟값은 $x=p$일 때 q이다.

4 오른쪽 그림은 두 점 $(-1, 5)$, $(2, 2)$를 지나는 이차함수 $y=3x^2+bx+c$의 그래프이다. 이 함수의 최솟값을 구하여라.

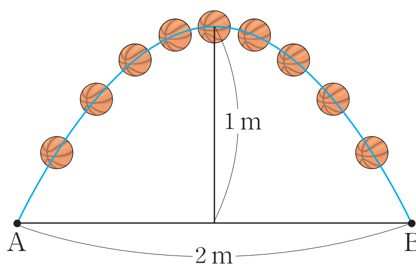


생활 속의 포물선

우리 생활 속에서 포물선 또는 비슷한 모양을 쉽게 관찰할 수 있다. 분수에서 떨어지는 물줄기, 불꽃놀이의 불꽃, 돌고래가 물에서 비스듬히 솟구쳐 올라 다시 떨어지는 경로 등은 모두 포물선 모양을 그린다.

또 농구 골대를 향해 던진 공은 포물선을 그리면서 공중으로 올라갔다가 아래로 떨어진다. 이때 농구공이 그리는 포물선을 나타내는 이차함수의 식을 구하여 보자.

과제 1 다음 그림과 같이 농구공이 이동한 수평 거리를 2 m, 농구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이와 점 A의 높이의 차가 1 m라고 하자. 점 A, B의 중점을 원점으로 하여 농구공의 이동 경로를 좌표평면 위에 나타낼 때, 이것을 나타내는 이차함수의 식을 구하여 보자.



과제 2 과제 1의 그림에서 점 A를 원점으로 하여 농구공의 이동 경로를 좌표평면 위에 나타낼 때, 이것을 나타내는 이차함수의 식을 구하여 보자.

학습에 대한 자/기/평/가

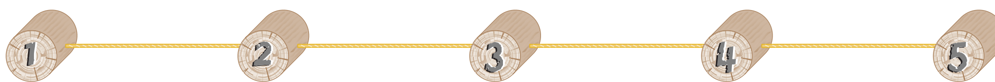
이름: ______________ (____학년 ____반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		😟	😐	😊
학습 내용	이차함수의 의미를 이해하였는가?			
	이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 그릴 수 있는가?			
	이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 그릴 수 있는가?			
	이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해하였는가?			
	이차함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

1 이차함수의 뜻

이차함수	함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 관한 이차식 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq0$, a, b, c는 상수)로 나타내어질 때, 이 함수 $y=f(x)$를 이차함수라고 한다.

2 이차함수 $y=ax^2$ $(a\neq0)$의 그래프

이차함수의 그래프	(1) 포물선: 이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 같은 모양의 곡선을 포물선이라고 한다. (2) 축: 포물선은 한 직선에 대칭인 도형으로 그 직선을 포물선의 축이라고 한다. (3) 꼭짓점: 포물선과 축의 교점을 포물선의 꼭짓점이라고 한다.
이차함수 $y=ax^2$의 그래프	(1) 원점을 꼭짓점으로 하고, y축을 축으로 하는 포물선이다. (2) $a>0$이면 아래로 볼록하고, $a<0$이면 위로 볼록하다. (3) a의 절댓값이 클수록 포물선의 폭이 좁아진다. (4) $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대칭이다.

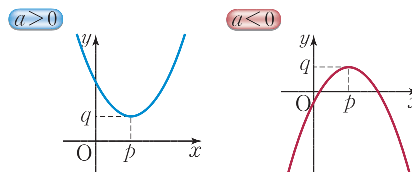
3 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ $(a\neq0)$의 그래프

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프	(1) 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다. (2) 직선 $x=p$를 축으로 하고, 점 $(p,\ q)$를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

4 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq0)$의 그래프

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프	(1) 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어서 그린 그래프와 같다. (2) y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ c)$이다.

5 이차함수의 최댓값과 최솟값

최댓값과 최솟값	(1) 최댓값: 어떤 함수에서 x값의 범위에 대한 모든 함숫값 중에서 가장 큰 값 (2) 최솟값: 어떤 함수에서 x값의 범위에 대한 모든 함숫값 중에서 가장 작은 값
이차함수의 최댓값과 최솟값	이차함수 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, (1) $a>0$인 경우, 최솟값은 $x=p$일 때 q이고 최댓값은 없다. (2) $a<0$인 경우, 최댓값은 $x=p$일 때 q이고 최솟값은 없다. 

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 이차함수, 포물선, 축, 꼭짓점, 최댓값, 최솟값

만화로 보는
수학 이야기

포탄을 명중시키려면?

나도 함수 공부 좀 할걸……,

생각 키/우/기 포탄을 명중시키려면 이차함수의 식이 필요하다. 이 식을 구하기 위해서는 무엇을 알아야 하는지 말하여 보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 중에서 y가 x에 관한 이차함수인 것을 모두 찾으면? (정답 2개)

① 한 변의 길이가 x cm인 정사각형의 둘레의 길이 y cm
② 가로의 길이가 $(x+1)$ cm, 세로의 길이가 $(x+2)$ cm인 직사각형의 넓이 $y\ \text{cm}^2$
③ 밑변의 길이가 6 cm, 높이가 x cm인 삼각형의 넓이 $y\ \text{cm}^2$
④ 반지름의 길이가 x cm인 원의 넓이 $y\ \text{cm}^2$
⑤ 자동차가 시속 x km로 5시간 동안 달린 거리 y km

2 이차함수 $y=f(x)$에서 $f(x)=2x^2-3x+1$이라고 할 때, $f(-1)$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

3 다음 이차함수의 그래프에 대한 설명 중에서 옳은 것은?

㉠ $y=2x^2$	㉡ $y=-2x^2$
㉢ $y=-\frac{2}{3}x^2$	㉣ $y=\frac{2}{3}x^2$

① 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ㉣이다.
② 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 ㉠이다.
③ ㉠과 ㉡은 x축에 대칭이다.
④ ㉠과 ㉣은 위로 볼록하다.
⑤ ㉢과 ㉣은 직선 $x=\frac{2}{3}$를 축으로 한다.

4 다음 이차함수가 나타내는 그래프 중에서 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -3)$이 되도록 평행이동한 것은?

① $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-3$
② $y=\frac{1}{2}(x+2)^2-3$
③ $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+3$
④ $y=(x-2)^2+3$
⑤ $y=(x+2)^2-3$

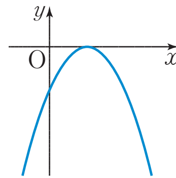
5 다음 이차함수가 나타내는 그래프 중에서 $y=-2x^2$의 그래프를 평행이동하면 포개어지는 것은?

① $y=2x^2-4$ ② $y=2(x-2)^2$
③ $y=x^2-2$ ④ $y=-2x^2-4x$
⑤ $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+2$

6 다음 중에서 이차함수 $y=-3(x-1)^2+2$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 위로 볼록한 포물선이다.
② 축의 방정식은 $x=1$이다.
③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 2)$이다.
④ $x<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
⑤ 이차함수 $y=-3x^2$의 그래프를 평행이동한 것이다.

7 오른쪽 그림은 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프이다. a, p의 부호는?



① $a<0$, $p<0$
② $a<0$, $p>0$
③ $a>0$, $p<0$
④ $a>0$, $p>0$
⑤ $a<0$, $p=0$

8 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하였더니 $y=2(x+4)^2-3$의 그래프가 되었다. 이때 $m+n$의 값은?

① -7　② -5　③ -1
④ 1　⑤ 7

9 이차함수 $y=x^2+6x+4$의 그래프의 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 차례로 구하면?

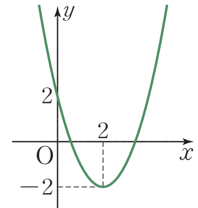
① $x=3$, $(3,\ 5)$
② $x=3$, $(3,\ -5)$
③ $x=3$, $(-3,\ -5)$
④ $x=-3$, $(-3,\ 5)$
⑤ $x=-3$, $(-3,\ -5)$

10 이차함수 $y=-x^2+6x+3$에서 x의 값이 증가할 때, y의 값이 감소하는 x값의 범위는?

① $x>0$　② $x<3$
③ $x>3$　④ $x<6$
⑤ $0<x<6$

서/답/형

11 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 이 이차함수의 식을 구하여라.



12 농구 골대를 향해 비스듬히 던진 공의 t초 후의 높이를 h m라고 할 때, t와 h 사이에는 $h=-5t^2+10t+1$인 관계가 성립한다고 하자. 이 공의 최고 높이를 구하여라.

| 서술형 |

13 이차함수 $y=2(x-1)^2-3$의 그래프를 x축, y축의 방향으로 각각 -3, 4만큼 평행이동한 그래프가 점 $(a,\ 9)$를 지날 때, a의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

| 서술형 |

14 최솟값은 $x=-1$일 때 -3이고, 그래프가 점 $(1,\ 5)$를 지나는 이차함수 $y=ax^2+bx+c$에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

컴퓨터의 활용

컴퓨터로 이차함수의 그래프를 그려 보자.

컴퓨터를 활용하여 이차함수의 그래프에 대한 다양한 학습 활동과 흥미 있는 경험을 할 수 있다. 적절한 소프트웨어를 이용하여 이차함수의 그래프에 대하여 알아보자.

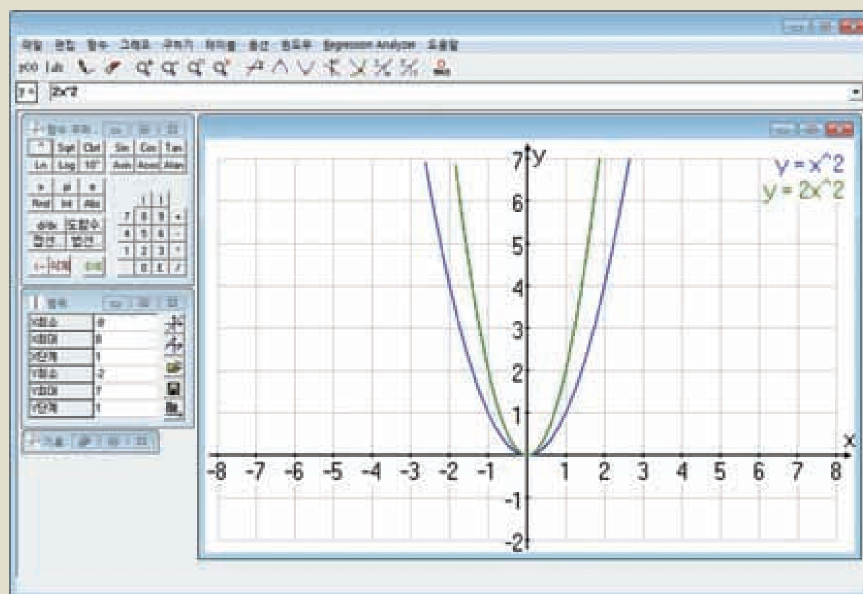
1 이차함수 $y=x^2$, $y=2x^2$의 그래프를 하나의 좌표평면 위에 그려 보자.

1. 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 그려 보자.

이차함수 $y=x^2$의 그래프를 그리기 위하여 초기 화면의 수식 입력란에 'x^2'를 입력하고, 아이콘 을 누르거나 Enter↵ 를 누르면 그래프 창에 그래프가 그려진다.

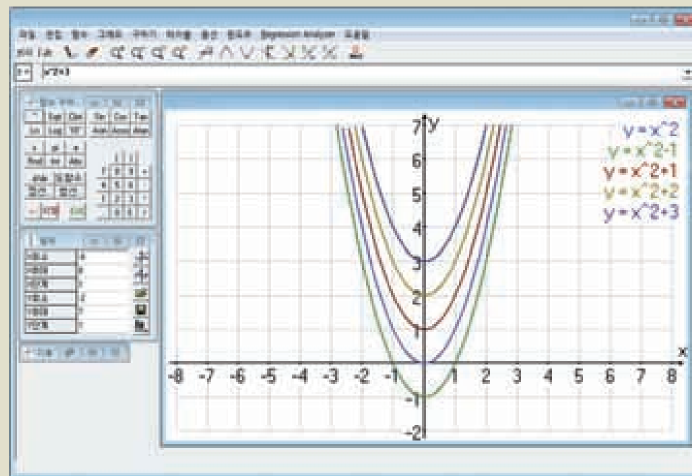
2. 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 그려 보자.

이차함수 $y=x^2$의 그래프가 그려진 상태에서 수식 입력란에 '2x^2'를 입력하고, 아이콘 을 누르거나 Enter↵ 를 누르면 그래프 창에 이차함수 $y=2x^2$의 그래프가 함께 그려진다.

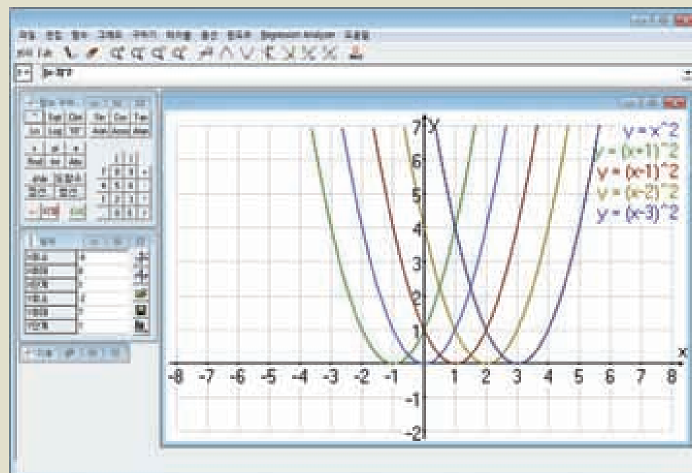


2 이차함수의 그래프에 대하여 알아보자.

1. 이차함수 $y=x^2$, $y=x^2-1$, $y=x^2+1$, $y=x^2+2$, $y=x^2+3$의 그래프를 하나의 좌표평면 위에 그려 보면, $y=x^2+q$의 그래프는 모두 $y=x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것임을 알 수 있다.



2. 이차함수 $y=x^2$, $y=(x+1)^2$, $y=(x-1)^2$, $y=(x-2)^2$, $y=(x-3)^2$의 그래프를 하나의 좌표평면 위에 그려 보면, $y=(x-p)^2$의 그래프는 모두 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 것임을 알 수 있다.



수
학
산
책

포물선을 그리며
이동하는 태풍

지구의 날씨가 변하는 주된 원인은 태양으로부터 오는 열이다. 지구가 자전하면서 낮과 밤이 생기고 태양의 주위를 공전하면서 계절의 변화가 생기는데, 이때 지구가 태양으로부터 받는 열량의 차이가 발생한다. 즉, 대륙과 바다, 적도와 극지방과 같이 지역 조건에 따른 열적 불균형이 일어나는데, 이와 같은 불안정한 상태가 균형을 이루기 위하여 대기가 대류하면서 비나 눈이 내리고, 바람이 불고, 태풍이 생기는 등 날씨의 변화가 생기게 된다.

태풍은 최대 풍속이 초속 17 m 이상인 열대 저기압을 말하며, 한 해에 보통 3개 정도의 태풍이 우리나라에 영향을 미친다.

1959년 9월 제주 및 남해안 지방을 강타하여 낙동강과 섬진강을 범람시킨 태풍 '사라(SARAH)'는 우리나라에 매우 큰 피해를 입힌 태풍으로 손꼽힌다. 이 태풍은 약 2760억 원(2006년 환산 가격 기준)의 재산 피해와 849명이 사망하거나 실종하는 인명 피해를 입혔다. 또 2002년 8월에 발생한 '루사(RUSA)'는 약 5조 8329억 원(2006년 환산 가격 기준)의 엄청난 재산 피해를 입혔다.

한편 1936년 8월에 발생한 태풍은 1232명이 사망하거나 실종된 것으로 기록되어 있는데 당시에는 태풍에 이름을 붙이지 않아 태풍 3693호로 기록되어 있다.

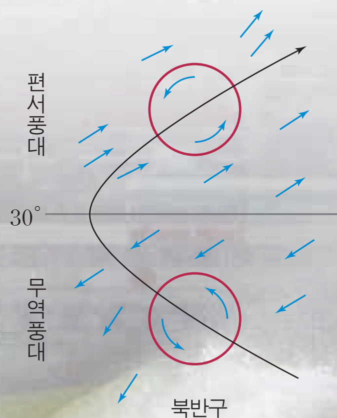
태풍은 며칠 동안 계속되고 같은 지역에서 동시에 여러 개의 태풍이 있을 수 있기 때문에 혼동하지 않도록 1953년부터 태풍에 이름을 붙이기 시작하였다. 북서 태평양에서 발생하여 주로 우리나라에 영향을 미치는 태풍의 이름은 1999년까지 괌에 위치한 미국 합동 태풍 경보 센터에서 정한 이름을 사용하였다.

그러나 2000년부터는 아시아 태풍 위원회에서 아시아 각국 국민들의 태풍에 대한 관심을 높이고 태풍 경계를 강화하기 위해서 태풍의 이름을 아시아 14개국의 고유한 이름으로 변경하여 사용하고 있다.

우리나라에서는 '개미', '나리', '장미', '미리내', '노루', '제비', '너구리', '고니', '메기', '독수리' 등의 이름을 제출하였고, 북한에서도 '기러기' 등 10개의 이름을 제출하여 한국어 이름의 태풍이 많아졌다.

북태평양에서 발생한 태풍이 진행하는 경로를 살펴보면 포물선 형태를 그리며 이동한다는 것을 알 수 있다. 대부분의 태풍이 포물선 궤도를 그리며 진행하므로 그 궤도를 연장하여 앞으로 어느 곳을 지나갈 것인지 예측할 수 있다.

오른쪽 그림에서 태풍은 북쪽으로 이동하고 있다. 이때 처음에 태풍이 북서 방향으로 이동하는 것은 이 위도대에 불고 있는 북동 무역풍 때문이며, 위도 30° 이후에는 편서풍대로 들어가므로 태풍의 방향은 북동쪽으로 바뀌게 된다. 따라서 태풍이 그림과 같이 포물선 형태를 그리며 움직이게 되는 것이다.



참고 '커다란 바람'이라는 뜻으로 '클 태(太)'자를 사용한 '태풍(太風)'으로 잘못 알고 있는 경우가 있다. 그러나 태풍은 한자로 '颱風'으로 쓰며, 이때 사용된 '태'자는 '태풍 태(颱)'이다.

Ⅳ 통계

이 단원의 | 학 | 습 | 목 | 표 |

1. 중앙값, 최빈값, 평균의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.
2. 분산과 표준편차의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.

1. 대푯값과 산포도

수영에서 빠르기를 측정하는 경영 종목은 정해진 거리를 가는 데 걸린 시간을 측정하여 승자를 결정한다. 따라서 경영 종목에 출전할 선수들을 선발하고 훈련시킬 때에는 측정된 기록의 평균을 구하거나 기록을 도수분포표로 나타내어 분석하는 것이 필요하다.

이와 같이 여러 가지 현상을 통계적으로 분석하는 것은 합리적인 의사 결정에 중요한 정보를 제공하므로 자연 과학이나 공학은 물론 경영학과 경제학 등의 사회 과학 분야에 이르기까지 널리 활용되고 있다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용

[초3~4학년군]
자료의 정리

[초5~6학년군]
가능성과 평균
자료의 표현

[중1~3학년군]
도수분포와 상대도수

이 단원에서 공부할 내용

1. 대푯값과 산포도
대푯값
산포도

이후에 배울 내용

[확률과 통계]
확률분포
통계적 추정

1 대푯값과 산포도

준 | 비 | 학 | 습

평균

- 변량의 총합을 변량의 개수로 나눈 값
- $(\text{평균})=\dfrac{(\text{변량의 총합})}{(\text{도수의 총합})}$

1 다음은 준희네 반 학생 20명을 대상으로 자유투를 10번씩 던져 성공한 횟수를 조사하여 나타낸 것이다. 자유투 성공 횟수의 평균을 구하여라.

자유투 성공 횟수 (단위: 회)

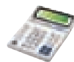
5	4	7	2	4
6	2	8	6	3
4	9	4	3	1
10	7	6	2	5

도수분포표에서의 평균

- 도수분포표에서 평균을 구할 때에는 각 계급에 속하는 모든 자료가 그 계급의 계급값과 같다고 보고 계산한다.
- (평균)

$=\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수의 총합})}$

2 다음 도수분포표는 재원이네 반 학생 40명의 각 가정에서 한 달 동안 사용한 수돗물의 양을 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.



수돗물의 양

계급(t)	계급값(t)	도수(명)
0 이상 ~ 10 미만		2
10 ~ 20		14
20 ~ 30		10
30 ~ 40		8
40 ~ 50		2
50 ~ 60		4
합계		40

(1) 빈칸에 알맞은 계급값을 써넣어라.

(2) 도수가 가장 큰 계급과 가장 작은 계급을 말하여라.

(3) 한 달 동안 사용한 수돗물의 양의 평균을 구하여라.

1-1 대푯값

● 중앙값, 최빈값, 평균의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.

중앙값이란 무엇인가?

창의력 기르기

양궁

양궁은 활을 이용하여 일정한 거리 밖에 있는 과녁을 맞히는 스포츠 경기이다. 우리나라의 양궁은 1959년 무렵 체육 교사 석봉근 선생님이 서양의 활을 가져다 직접 활쏘기 훈련을 하면서 도입되었다고 알려져 있다. 이후 1963년 국제 양궁 연맹(FITA)에 가입하면서 본격화되었고 훌륭한 선수들이 세계 선수권 대회, 올림픽, 아시안 게임 등에서 놀라운 실력을 인정받으며 지금까지 최고의 자리를 이어오고 있다.

탐 구 활 동

오른쪽 표는 미영이가 양궁 연습에서 받은 점수를 기록한 것이다. 물음에 답하여 보자.

〈표 1〉 미영이의 득점

회	1	2	3	4	5	6	7	8	9
점수(점)	10	6	2	8	8	1	2	9	8

1 미영이의 평균 점수를 구하여 보자.

2 미영이의 점수를 낮은 것부터 차례로 나열하여 보자.

3 **2**에서 나열한 점수 중에서 가장 가운데에 위치한 값은 얼마인가? 그리고 그 값과 **1**에서 구한 평균을 비교하여 보자.

● $(\text{평균})=\dfrac{(\text{변량의 총합})}{(\text{도수의 총합})}$

탐구 활동에서 미영이가 득점한 점수의 평균은 다음과 같다.

$$(\text{평균})=\frac{(\text{점수의 총합})}{(\text{총횟수})}$$
$$=\frac{10+6+2+8+8+1+2+9+8}{9}$$
$$=\frac{54}{9}=6(\text{점})$$

따라서 미영이가 각 회마다 받은 점수는 6점 정도라는 것을 알 수 있다.

평균과 같이 어떤 자료가 주어졌을 때 그 자료 전체의 특징을 하나의 수로 나타낸 것을 **대푯값**이라고 한다. 대푯값에는 여러 가지가 있으나 일반적으로 평균이 주로 사용된다.

이제 평균 이외의 여러 가지 대푯값에 대하여 알아보자.

〈표 1〉에서 미영이의 점수를 낮은 것부터 차례로 나열하면

1, 2, 2, 6, 8, 8, 8, 9, 10

이다. 이때 가운데 위치한 값은 다섯 번째 값으로 8이다.

평균과 같이 중앙값도 대푯값의 하나이다.

이와 같이 변량을 크기순으로 나열하였을 때, 가운데에 위치한 값을 **중앙값**이라고 한다.

일반적으로 중앙값은 자료 중에서 매우 크거나 매우 작은 극단적인 값이 있는 경우에 대푯값으로 사용되기도 한다.

한편 변량의 개수가 짝수이면 가운데에 위치하는 값이 두 개가 되므로 이 경우에는 두 값의 평균을 중앙값으로 한다.

변량을 큰 것부터 차례로 나열하여도 중앙값은 같다.

예를 들어 변량 3, 8, 4, 22, 6, 5를 작은 값부터 차례로 나열하면 3, 4, 5, 6, 8, 22이므로 중앙값은 세 번째와 네 번째 변량의 평균인 $\frac{5+6}{2}=5.5$이다.

일반적으로 중앙값은 다음과 같이 구할 수 있다.

변량의 개수가 n인 자료의 중앙값

(1) n이 홀수인 경우

변량을 크기순으로 나열하였을 때, 중앙값은 $\frac{n+1}{2}$번째 변량이다.

(2) n이 짝수인 경우

변량을 크기순으로 나열하였을 때, 중앙값은 $\frac{n}{2}$번째와 $\left(\frac{n}{2}+1\right)$번째 변량의 평균이다.

문제 다음 자료의 중앙값을 구하여라.

(1) 4, 37, 2, 6, 8

(2) 32, 35, 9, 34

예제 1

다음은 민준이네 반 학생 중에서 14명의 공 던지기 기록과 15명의 윗몸 일으키기 기록을 조사하여 나타낸 것이다. 각각의 중앙값을 구하여라.

공 던지기 기록 (단위: m)

10	14	12	11	13	14	9
15	14	11	13	9	9	16

윗몸 일으키기 기록 (단위: 회)

41	54	40	37	35
16	27	36	39	55
47	39	42	48	51

중앙값은
- 변량이 14개이면 $\frac{14}{2}$ 번째와 $\left(\frac{14}{2}+1\right)$ 번째 변량의 평균이다.
- 변량이 15개이면 $\frac{15+1}{2}$ 번째 변량이다.

풀이 공 던지기 기록의 변량의 개수는 짝수이고, 기록을 작은 값부터 차례로 나열하면

9, 9, 9, 10, 11, 11, 12, 13, 13, 14, 14, 14, 15, 16

이다. 따라서 중앙값은 7번째 변량 12 m와 8번째 변량 13 m의 평균인

$\frac{12+13}{2}=12.5(\mathrm{m})$이다.

윗몸 일으키기 기록의 변량의 개수는 홀수이고, 기록을 작은 값부터 차례로 나열하면

16, 27, 35, 36, 37, 39, 39, 40, 41, 42, 47, 48, 51, 54, 55

이다. 따라서 중앙값은 8번째 변량인 40회이다.

답 12.5 m, 40회

문제 2

다음 표는 1월 어느 날 8개 지역의 일출 시각을 조사하여 나타낸 것이다. 일출 시각의 중앙값을 구하여라.

일출 시각 (시 : 분)

지역	동해	목포	제주	대전	서울	부산	인천	울릉도
일출 시각	7 : 28	7 : 34	7 : 31	7 : 33	7 : 37	7 : 24	7 : 38	7 : 21

〈자료: 기상청〉

의사소통

우리 주변에서 평균보다 중앙값을 대푯값으로 택하는 것이 적절한 통계 자료는 어떤 것이 있는지 말하여 보자.

최빈값이란 무엇인가?

창의력 기르기

신발 크기

탐 구 활 동

다음은 성희네 반 여학생 10명의 신발 크기를 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여 보자.

신발 크기 (단위: mm)

225	230	230	235	235	240	240	240	245	250

1 신발 크기의 평균과 중앙값을 구하여 보자.

2 가장 많이 신는 신발의 크기는 몇 mm인가?

3 신발 가게에서 어느 크기의 신발을 많이 구비하면 좋을지 말하여 보자.

탐구 활동에서 알 수 있듯이 신발 가게에서는 사람들이 가장 많이 신는 신발의 크기가 평균보다 유용한 자료로 쓰인다.

이와 같이 변량 중에서 가장 많이 나타난 값을 **최빈값**이라고 한다.

일반적으로 최빈값은 자료의 값 중에서 가장 많이 발생한 값을 구해야 할 경우에 주로 쓰인다.

- 평균, 중앙값과 같이 최빈값도 대푯값의 하나이다.
- '가장 인기 있는 스포츠 종목', '가장 많이 입는 상의의 치수' 등을 구할 때 최빈값이 대푯값으로 적절하다.

문 제 3 현성이네 반 학생 10명은 불우 이웃 돕기 행사에 다음과 같이 성금을 내었다. 불우 이웃 돕기 성금의 최빈값을 구하여라.

불우 이웃 돕기 성금 (단위: 천 원)

9	8	5	5	9
7	8	6	5	3

문제 4

최빈값은 기성복의 표준 치수를 구할 때 많이 사용되기 때문에 '유행값'이라고도 한다.

다음은 진현이네 반 남학생 14명을 대상으로 체육 시간에 입는 운동복의 치수를 조사하여 나타낸 것이다. 운동복 치수의 최빈값을 구하여라.

운동복 치수

90	110	95	95	100	95	100
100	95	100	105	90	90	95

문제 5

다음 표는 우리나라에서 연간 규모 3 이상의 지진이 발생한 횟수를 조사하여 나타낸 것이다. 지진이 발생한 횟수의 평균과 중앙값, 최빈값을 구하여라.

지진 발생 횟수

연도(년)	횟수(회)	연도(년)	횟수(회)
1991	7	2001	7
1992	7	2002	11
1993	7	2003	9
1994	11	2004	6
1995	11	2005	15
1996	14	2006	7
1997	8	2007	2
1998	7	2008	10
1999	16	2009	8
2000	8	2010	5

〈자료: 기상청〉

문제 6

다음을 만족시키는 문제를 각각 만들어 보아라.

(1) 5개 자료의 중앙값은 8이다.

(2) 5개 자료의 최빈값은 8이다.

의사소통

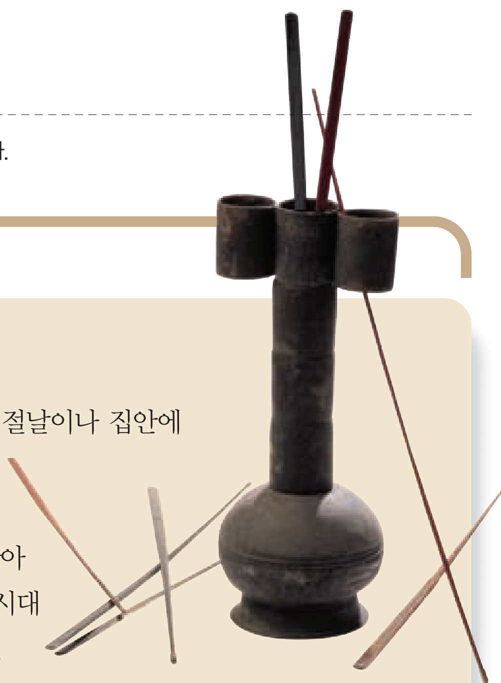
다음 자료에 대하여 평균, 중앙값, 최빈값 중에서 각각 어떤 값이 대푯값으로 적절한지 토의하여 보자.

수학 성적(점)	92	80	85	88	78	76
양말의 치수(mm)	255	260	260	260	265	265
등교 시간(분)	15	10	14	40	12	9

1-2 산포도

● 분산과 표준편차의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.

산포도란 무엇인가?



창의력 기르기

투호 놀이

투호 놀이는 옛날 양반 가정이나 궁중에서 명절날이나 집안에 큰 잔치가 있을 때, 여러 사람이 함께 하던 놀이이다. 마당 가운데 귀가 달린 항아리를 놓고 적당하게 떨어진 위치에서 화살을 던져 항아리 속으로 들어가면 점수를 받는 것으로 고려 시대부터 조선 시대까지 유행하였다고 알려져 있다.

탐 구 활 동

다음 표는 추석에 승준이와 지민이가 투호 놀이를 하여 얻은 점수를 나타낸 것이다. 물음에 답하여 보자.

투호 놀이 점수

회	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
승준(점)	8	7	6	6	7	7	7	8	6	8
지민(점)	3	6	4	9	10	9	10	10	4	5

1 승준이와 지민이가 얻은 점수의 평균을 각각 구하여 보자.

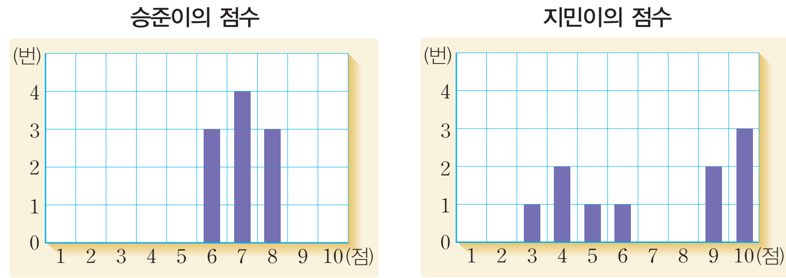
2 두 사람 중에서 점수 변동이 심한 사람은 누구라고 말할 수 있는가?

탐구 활동에서 승준이와 지민이의 평균 점수는 각각 다음과 같다.

$$\text{승준: } \frac{8+7+6+6+7+7+7+8+6+8}{10}=7(\text{점})$$

$$\text{지민: } \frac{3+6+4+9+10+9+10+10+4+5}{10}=7(\text{점})$$

이때 두 사람의 평균 점수는 7점으로 같지만 이들의 점수를 각각 막대그래프로 나타내면 다음과 같이 분포 상태가 서로 다름을 알 수 있다. 즉, 승준이의 점수는 평균인 7점 부근에 집중되어 있지만 지민이의 점수는 평균인 7점을 중심으로 좌우로 넓게 흩어져 있다.



이와 같이 평균과 같은 대푯값만으로는 자료의 분포 상태를 알아보기에 충분하지 않으므로 변량이 흩어져 있는 정도를 알아볼 필요가 있다.

산포도가 클수록 변량이 넓게 흩어져 있고, 산포도가 작을수록 변량이 밀집되어 있다.

이때 변량이 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값을 **산포도**라고 한다.

산포도를 구하는 방법은 여러 가지가 있으나, 여기에서는 변량이 평균으로부터 얼마나 떨어져 있는 정도를 알아본다. 어떤 자료에 대하여 각 변량에서 평균을 뺀 값을 그 변량의 **편차**라고 한다.

(편차)=(변량)−(평균)

탐구 활동에서 승준이와 지민이의 점수의 편차와 그 편차의 총합을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

회	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	합계
승준(점)	1	0	−1	−1	0	0	0	1	−1	1	0
지민(점)	−4	−1	−3	2	3	2	3	3	−3	−2	0

편차의 절댓값이 클수록 변량은 평균에서 멀리 떨어져 있고, 편차의 절댓값이 작을수록 변량은 평균 가까이에 있다.

이때 편차는 그 변량이 평균으로부터 얼마나 떨어져 있는지를 알려주지만 편차의 합은 항상 0이므로 편차의 평균도 0이 되어 이 값으로는 변량이 흩어져 있는 정도를 알 수 없다. 따라서 편차의 합이 0이 되지 않도록 편차의 제곱을 생각하여 그 평균을 계산한다.

즉, 승준이와 지민이의 점수에 대한 편차의 제곱의 평균을 구하여 보면 다음과 같다.

승준: $\dfrac{1^2+0^2+(-1)^2+(-1)^2+0^2+0^2+0^2+1^2+(-1)^2+1^2}{10}=0.6$

지민: $\dfrac{(-4)^2+(-1)^2+(-3)^2+2^2+3^2+2^2+3^2+3^2+(-3)^2+(-2)^2}{10}=7.4$

이때 $7.4>0.6$이므로 지민이의 점수가 승준이의 점수보다 평균을 중심으로 더 넓게 흩어져 있다는 것을 알 수 있다.

이와 같이 평균을 중심으로 각 변량들이 흩어져 있는 정도를 알기 위하여 각 편차의 제곱의 합을 변량의 개수로 나눈 값, 즉 편차의 제곱의 평균을 **분산**이라고 한다. 또 분산의 양의 제곱근을 **표준편차**라고 한다.

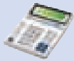
분산 또는 표준편차가 클수록 변량이 평균으로부터 넓게 흩어져 있음을 의미하고, 분산 또는 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 모여 있음을 의미한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

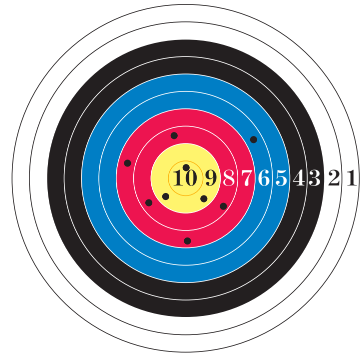
분산과 표준편차

(1) $(\text{분산})=\dfrac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{(\text{변량의 개수})}$ (2) $(\text{표준편차})=\sqrt{(\text{분산})}$

예 제 1



오른쪽 그림은 어떤 양궁 선수가 9개의 화살을 쏘아 과녁에 맞힌 것을 나타낸 것이다. 이 선수가 얻은 점수의 분산과 표준편차를 구하여라. (단, 표준편차는 소수 둘째 자리에서 반올림한다.)



분산이나 표준편차를 구하기 위해서는 (편차)=(변량)−(평균)을 계산해야 하므로 먼저 평균을 구한다.

풀이 먼저 평균을 구하여 보자.

$$(\text{평균})=\frac{6+7+7+8+8+8+9+9+10}{9}=\frac{72}{9}=8(\text{점})$$

각 변량에 대한 편차와 편차의 제곱을 구하면 다음과 같다.

변량(점)	6	7	7	8	8	8	9	9	10	합계
편차(점)	−2	−1	−1	0	0	0	1	1	2	0
$(\text{편차})^2$	4	1	1	0	0	0	1	1	4	12

따라서 구하는 분산과 표준편차는

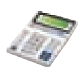
$$(\text{분산})=\frac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{(\text{변량의 개수})}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$$

$$(\text{표준편차})=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{\frac{4}{3}}=1.15\cdots(\text{점}) \rightarrow 1.2\text{점}$$

변량의 단위와 표준편차의 단위는 같다.

답 $(\text{분산})=\dfrac{4}{3}$, $(\text{표준편차})=1.2(\text{점})$

문제



다음은 달걀 10개의 무게를 재어서 나타낸 것이다. 달걀 무게의 표준편차를 구하여라. (단, 소수 둘째 자리에서 반올림한다.)

무게의 단위는 힘의 단위인 N(뉴턴)이지만 일상생활에서는 g(그램)이나 kg(킬로그램)을 사용하는 것을 허용한다.

달걀 무게 (단위: g)

58	49	61	52	55
60	51	54	57	63

문제해결

모둠별로 윗몸 일으키기, 50 m 달리기 등과 같은 기초 체력 단련 운동의 기록을 조사하고, 분포 상태가 더 고른 모둠을 찾아보자.

도수분포표에서 분산과 표준편차를 어떻게 구하는가?

탐구 활동

다음 표는 2008년 베이징 올림픽 경기에서 메달을 많이 획득한 10개국의 메달 수를 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여 보자.

획득 메달 수 (단위: 개)

국가	금	은	동	합계
중국	51	21	28	100
미국	36	38	36	110
러시아	23	21	28	72
영국	19	13	15	47
독일	16	10	15	41
오스트레일리아	14	15	17	46
대한민국	13	10	8	31
일본	9	6	10	25
이탈리아	8	10	10	28
프랑스	7	16	17	40

1 각 국가의 메달 수의 합계를 계급의 크기가 20개인 도수분포표로 나타내고 평균을 구하여 보자.

2 도수분포표에서 편차와 분산은 어떻게 구할 수 있는지 말하여 보자.

도수분포표로 주어진 자료의 분산과 표준편차를 구할 때에는 다음과 같은 순서로 표를 만들어 계산할 수 있다.

❶ (계급값)×(도수)의 값을 각각 구하고, 그 총합을 구한다.

❷ ❶에서 구한 총합을 도수의 총합으로 나누어 평균을 구한다.

❸ 각 계급값에서 평균을 뺀 편차를 구한다.

❹ $(편차)^2$×(도수)의 값을 각각 구하고, 그 총합을 구한다.

❺ ❹에서 구한 총합을 도수의 총합으로 나누어 분산을 구한다.

❻ ❺에서 구한 분산의 양의 제곱근인 표준편차를 구한다.

도수분포표에서

• (평균)= $\frac{\{(계급값)\times(도수)\}의\ 총합}{(도수의\ 총합)}$

• (편차)=(계급값)−(평균)

이를테면 탐구 활동의 자료를 이용하여 위와 같은 순서로 분산과 표준편차를 구하면 다음과 같다.

계급(개)	도수(개국)	계급값(개)	❶ (계급값)×(도수)	❸ 편차(개)	$(편차)^2$	❹ $(편차)^2$×(도수)
20 이상 ~ 40 미만	3	30	90	−28	784	2352
40 ~ 60	4	50	200	−8	64	256
60 ~ 80	1	70	70	12	144	144
80 ~ 100	0	90	0	32	1024	0
100 ~ 120	2	110	220	52	2704	5408
합계	10		580			8160

❷ (평균)= $\frac{580}{10}$ =58(개)

❺ (분산)= $\frac{8160}{10}$ =816

❻ (표준편차)= $\sqrt{816}$ =28.565…(개)

따라서 도수분포표로 주어진 자료의 분산과 표준편차는 다음과 같이 구한다.

도수분포표에서의 분산과 표준편차

(1) (분산)= $\frac{\{(편차)^2\times(도수)\}의\ 총합}{(도수의\ 총합)}$

(2) (표준편차)= $\sqrt{(분산)}$

예제 2

오른쪽 도수분포표는 어느 날 우리나라 20개 지역의 평균 기온을 조사하여 나타낸 것이다. 평균 기온의 분산과 표준편차를 구하여라. (단, 표준편차는 소수 셋째 자리에서 반올림한다.)

평균 기온

계급(℃)	도수(곳)
9 이상 ~ 11 미만	3
11 ~ 13	6
13 ~ 15	8
15 ~ 17	2
17 ~ 19	1
합계	20

도수분포표를 오른쪽 표와 같이 나타내면 평균과 분산, 표준편차를 구하기 편리하다.

풀이 먼저 다음과 같은 표를 만든다.

계급(℃)	도수(곳)	계급값(℃)	(계급값)×(도수)	편차(℃)	$(\text{편차})^2\times(\text{도수})$
9 이상 ~ 11 미만	3	10	30	−3.2	30.72
11 ~ 13	6	12	72	−1.2	8.64
13 ~ 15	8	14	112	0.8	5.12
15 ~ 17	2	16	32	2.8	15.68
17 ~ 19	1	18	18	4.8	23.04
합계	20		264		83.2

위의 표에 의하여 평균과 분산 및 표준편차를 구하면 다음과 같다.

$$(\text{평균})=\frac{264}{20}=13.2(℃)$$

$$(\text{분산})=\frac{83.2}{20}=4.16$$

$$(\text{표준편차})=\sqrt{4.16}=2.039\cdots(℃) \rightarrow 2.04\ ℃$$

답 ● (분산)=4.16, (표준편차)=2.04(℃)

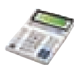
문제 2

오른쪽 도수분포표는 현희네 중학교 3학년 학생 40명을 대상으로 1년 동안 실시한 봉사 활동 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 봉사 활동 시간의 분산과 표준편차를 구하여라. (단, 표준편차는 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)

봉사 활동 시간

계급(시간)	도수(명)
0 이상 ~ 10 미만	6
10 ~ 20	8
20 ~ 30	14
30 ~ 40	8
40 ~ 50	4
합계	40

문제 3



다음 도수분포표는 지수네 반 학생 30명을 대상으로 지난 두 달 동안의 휴대 전화 통화 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.

휴대 전화 통화 시간

계급(분)	도수(명)	
	8월	9월
0 이상 ~ 40 미만	12	6
40 ~ 80	4	5
80 ~ 120	6	9
120 ~ 160	6	3
160 ~ 200	2	7
합계	30	30

(1) 8월과 9월의 휴대 전화 통화 시간의 표준편차를 소수 첫째 자리에서 반올림하여 구하여라.

(2) 8월과 9월 두 달 중에서 어느 달의 휴대 전화 통화 시간이 더 고르다고 할 수 있는가?

창의 UP

오른쪽 그림은 세진이가 버스 정류장에서 버스가 올 때까지 기다린 시간을 20회 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것이다. 기다린 시간의 표준편차를 구하는 방법을 설명하여라. (단, 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)

수학이 만난 세상 속 직업 이야기

공인 회계사

공인 회계사는 기업의 회계에 관한 감사, 계산, 감정 등의 업무를 담당하는 전문가로, 자본 시장의 감시자라는 윤리 의식과 전문성을 가져야 한다. 깨끗하고 건전한 기업 윤리는 국가 경제를 좌우하는 요소인데, 공인 회계사들의 일은 우리나라 기업들이 건전한 구조로 성장하는 데 도움을 주고 있다.

공인 회계사는 일의 특성상 통계나 수치 자료를 주로 다루므로 분석적인 사고와 꼼꼼하고 치밀한 성격이 필요하고, 수학이 적성에 맞는 사람에게 적합한 직업이다.

중/단/원 기초

> 변량을 크기순으로 나열하였을 때, 가운데 위치한 값을 중앙값이라고 한다.

1 다음은 경아네 가족 5명을 대상으로 턱걸이를 한 횟수를 조사하여 나타낸 것이다. 턱걸이 횟수의 평균과 중앙값을 구하여라.

턱걸이 횟수 (단위: 회)

3	15	1	2	6

2 다음은 재영이네 동네 16가구를 대상으로 자녀 수를 조사하여 나타낸 것이다. 자녀 수의 평균과 중앙값, 최빈값을 구하여라.

자녀 수 (단위: 명)

1	3	2	1	1	2	3	4
2	1	2	2	3	0	2	1

> • 편차: 각 변량에서 평균을 뺀 값
> • 분산: 편차의 제곱의 평균
> • 표준편차: 분산의 양의 제곱근

3 다음 표는 지영이가 준비해야 하는 교과서의 권수를 요일별로 나타낸 것이다. 물음에 답하여라. (단, 표준편차는 소수 둘째 자리에서 반올림한다.)

요일별 교과서 권수

요일	월	화	수	목	금
권수(권)	5	6	6	7	6

(1) 평균을 구하여라.

(2) 각 변량의 편차를 구하여라.

(3) 분산과 표준편차를 구하여라.

> 도수분포표에서
> • (분산)= $\dfrac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수의 총합})}$
> • (표준편차)= $\sqrt{(\text{분산})}$

4 다음 표를 보고 분산과 표준편차를 구하여라. (단, 표준편차는 소수 둘째 자리에서 반올림한다.)

계급값	도수	(계급값)×(도수)	편차	(편차)^2×(도수)
6	1	$6\times1=6$	$6-10=-4$	$(-4)^2\times1=16$
8	2	$8\times2=16$	$8-10=-2$	$(-2)^2\times2=8$
10	4	$10\times4=40$	$10-10=0$	$0^2\times4=0$
12	2	$12\times2=24$	$12-10=2$	$2^2\times2=8$
14	1	$14\times1=14$	$14-10=4$	$4^2\times1=16$
합계	10	100		48

중 / 단 / 원 기본

대푯값

1 다음 표는 우리나라에 있는 7개의 산의 높이를 조사하여 나타낸 것이다. 산의 높이의 중앙값을 구하여라.

산의 높이

산	태백산	지리산	설악산	한라산	화악산	오대산	소백산
높이(m)	1567	1915	1708	1950	1468	1563	1439

대푯값

2 다음은 혁주네 반 학생 20명을 대상으로 1분 동안의 맥박 수를 조사하여 나타낸 것이다. 맥박 수의 중앙값과 최빈값을 구하여라.

맥박 수 (단위: 회)

90	89	90	88	89	91	92	94	91	93
91	90	93	87	94	90	88	92	85	90

산포도

3 다음 도수분포표는 지섭이네 반 학생 32명을 대상으로 1분 동안 줄넘기를 한 횟수를 조사하여 나타낸 것이다. 줄넘기 횟수의 표준편차를 구하여라.

(단, 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)

줄넘기 횟수

계급(회)	도수(명)
0 이상 ~ 20 미만	3
20 ~ 40	3
40 ~ 60	5
60 ~ 80	6
80 ~ 100	10
100 ~ 120	5
합계	32

중/단/원 실력

1 다음은 어느 꽃 가게의 8개월 동안의 월 매출액을 조사하여 나타낸 것이다. 월 매출액의 대푯값으로 적절한 것은 평균, 중앙값, 최빈값 중에서 무엇인지 말하여라.

월 매출액 (단위: 만 원)

105	110	130	1000	95	100	140	120

• 분산이나 표준편차를 구하기 위해선 편차를 알아야 하므로 평균을 먼저 구해야 한다.

2 다음 표는 어느 프로 축구 리그에서 1위부터 5위까지의 팀별 득점, 실점을 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여라. (단, 표준편차는 소수 둘째 자리에서 반올림한다.)

팀별 득실점

순위	팀	득점(점)	실점(점)
1	A	42	12
2	B	41	13
3	C	44	21
4	D	40	24
5	E	38	25

(1) 득점의 표준편차를 구하여라.
(2) 실점의 표준편차를 구하여라.
(3) 득점과 실점 중에서 어느 것이 팀 사이에 더 심한 차이를 보이는가?

3 다음 표는 승희네 모둠과 영호네 모둠에 속한 학생들의 키를 조사하여 나타낸 것이다. 두 모둠의 키의 분산을 소수 첫째 자리에서 반올림하여 각각 구하고 어떤 모둠의 학생들의 키가 더 고르다고 할 수 있는지 말하여라.

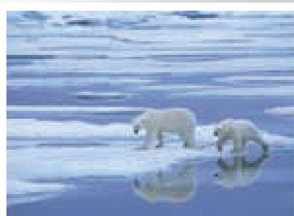
학생들의 키 (단위: cm)

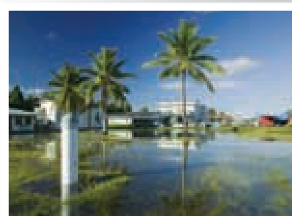
승희	156	156	158	172	180	156	156
영호	162	161	162	164	160	165	160

수행 과제

지구는 얼마나 더워지고 있는가?

기후 변화에 관한 정부 간 협의체인 IPCC가 발표한 4차 보고서에 따르면 지난 50년간 지구 대기의 평균 온도는 10년마다 0.13℃씩 올라갔다고 한다. 지구 온난화가 가속화하자 극지에서 가장 급격한 변화가 나타나기 시작했다. 북극의 빙하가 점점 줄어 북극곰이 살 터전이 줄어들고 있고, 적도 부근의 작은 섬 투발루에서는 해마다 해수면이 상승하여 나라가 사라질 위기에 처해 있다.


갈 곳 없는 북극곰


가라앉는 나라 투발루

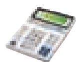
다음 표는 우리나라의 1980년부터 2009년까지의 연평균 기온을 1년마다 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여 보자.

연평균 기온 (단위: ℃)

년대 \ 년	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1980	11.3	11.6	12.5	12.4	11.9	12.3	11.7	12.4	12.2	12.9
1990	13.2	12.4	12.6	11.9	13.3	12.1	12.1	12.8	13.6	12.9
2000	12.6	12.8	12.7	12.6	13.3	12.5	13.0	13.4	13.3	12.9

〈자료 : 기상청〉

과제 1 각 모둠별로 다음 표를 완성하여 보자. (단, 소수 둘째 자리에서 반올림한다.)



년대	1980	1990	2000
평균(℃)			
분산			
표준편차(℃)			

과제 2 과제 1에서 완성한 표를 보고, 지구 온난화와 관련하여 우리나라의 기후 변화에 대해 토론하여 보자.

학습에 대한 자/기/평/가

이름: ____________ (____학년 ____반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		☹	😐	☺
학습 내용	대푯값의 의미를 이해하였는가?			
	중앙값, 최빈값, 평균의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있는가?			
	산포도의 의미를 이해하였는가?			
	분산과 표준편차의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기

선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

1 대푯값

대푯값	자료 전체의 특징을 하나의 수로 나타낸 값
평균	변량의 총합을 변량의 개수로 나눈 값 $(\text{평균})=\dfrac{(\text{변량의 총합})}{(\text{변량의 개수})}$
중앙값	(1) 중앙값: 변량을 크기순으로 나열하였을 때, 가운데에 위치한 값 (2) 변량의 개수가 n일 때, 중앙값은 다음과 같다. ① n이 홀수인 경우: 변량을 크기순으로 나열하였을 때, $\dfrac{n+1}{2}$ 번째 변량 ② n이 짝수인 경우: 변량을 크기순으로 나열하였을 때, $\dfrac{n}{2}$ 번째와 $\left(\dfrac{n}{2}+1\right)$번째 변량의 평균
최빈값	변량 중에서 가장 많이 나타난 값

2 산포도

산포도	변량이 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값
분산과 표준편차	(1) 분산: 편차의 제곱의 평균 ① 변량이 주어질 경우 $(\text{편차})=(\text{변량})-(\text{평균})$ $(\text{분산})=\dfrac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{(\text{변량의 개수})}$ ② 도수분포표가 주어질 경우 $(\text{편차})=(\text{계급값})-(\text{평균})$ $(\text{분산})=\dfrac{[\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}]}{(\text{도수의 총합})}$ (2) 표준편차: 분산의 양의 제곱근 $(\text{표준편차})=\sqrt{(\text{분산})}$ (3) 분산 또는 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 모여 있음을 의미하고, 분산 또는 표준편차가 클수록 변량이 평균으로부터 넓게 흩어져 있음을 의미한다.

〈인구 밀도〉

이번 단원에서 배운 용어와 기호

• 대푯값, 중앙값, 최빈값, 산포도, 편차, 분산, 표준편차

만화로 보는
수학 이야기

평균만으론 부족해!

3 m가 넘는 곳도 있는데……,

생각 키/우/기 평균이 대푯값으로 적당하지 않은 예를 실생활에서 찾아보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 표는 현성이네 중학교 3학년 학생 수를 반별로 조사하여 나타낸 것이다. 한 반의 학생 수의 평균이 30명일 때, 7반의 학생 수는?

3학년 학생 수

반	1	2	3	4	5	6	7
학생 수(명)	34	28	27	36	31	25	

① 28명 ② 29명 ③ 30명
④ 31명 ⑤ 32명

2 다음은 학생 6명의 나이를 조사하여 나타낸 것이다. 나이의 중앙값은?

나이 (단위: 세)

19	13	15	14	16	14

① 14세 ② 14.5세 ③ 15세
④ 15.5세 ⑤ 16세

3 다음은 준섭이네 동네 10가구를 대상으로 자녀 수를 조사하여 나타낸 것이다. 자녀 수의 최빈값은?

자녀 수 (단위: 명)

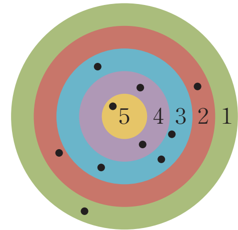
2	1	2	3	1	3	1	0	2	1

① 1명 ② 1.5명 ③ 2명
④ 2.5명 ⑤ 3명

4 변량을 크기순으로 나열하였더니 2, 4, 5, 7, x였다. 이것의 평균과 중앙값이 같다고 할 때, x의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

5 오른쪽 그림은 혜선이가 1점부터 5점까지 점수가 정해진 과녁에 10발을 사격한 결과이다. 10발에 대한 사격 점수의 분산은?



① 1 ② 1.2 ③ 2
④ 2.3 ⑤ 3

6 다음 도수분포표는 성훈이네 반 학생 24명을 대상으로 등교하는 데 걸리는 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 등교하는 데 걸리는 시간의 표준편차는?

등교하는 데 걸리는 시간

계급(분)	도수(명)
0 이상 ~ 8 미만	10
8 ~ 16	7
16 ~ 24	3
24 ~ 32	2
32 ~ 40	2
합계	24

① 약 10분 ② 약 11분 ③ 약 12분
④ 약 13분 ⑤ 약 14분

7 다음 자료에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

9	10	10	8	7
8	10	9	9	10

① 평균은 9이다.
② 분산은 1이다.
③ 표준편차는 1이다.
④ 편차의 합은 10이다.
⑤ 편차의 제곱의 합은 10이다.

8 다음 중에서 옳은 것을 모두 찾은 것은?

ㄱ. 평균보다 작은 변량의 편차는 양수이다.
ㄴ. 각 변량의 편차의 평균은 0이다.
ㄷ. 변량들이 고르게 분포되어 있을수록 표준편차는 작아진다.

① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

서/답/형

9 다섯 개의 변량 $2a-3$, $2b-3$, $2c-3$, $2d-3$, $2e-3$의 평균이 8일 때, 변량 a, b, c, d, e의 평균을 구하여라.

10 다음 표는 현수네 반 학생들의 중간고사 점수의 표준편차를 나타낸 것이다. 점수가 가장 고른 과목을 말하여라.

중간고사 점수

과목	국어	수학	영어	사회	과학
표준편차(점)	5.6	2.1	3.7	4.2	3.1

|서술형|

11 다음은 하연이가 지난 5월부터 9월까지 매달 도서관에 간 횟수를 조사하여 나타낸 것이다. 평균이 5회이고 분산이 10일 때, ab의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

도서관에 간 횟수

월	5	6	7	8	9
횟수(회)	2	a	8	b	9

|서술형|

12 환율이란 자기 나라 돈과 다른 나라 돈의 교환 비율로 다음 도수분포표는 16개월 동안 월 중 미국 달러에 대한 원화 환율의 최고가를 조사하여 나타낸 것이다. 환율의 최고가의 분산과 표준편차를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. (단, 표준편차는 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)

환율 최고가

계급(원)	도수(개월)
900 이상 ~ 1100 미만	9
1100 ~ 1300	1
1300 ~ 1500	3
1500 ~ 1700	3
합계	16

컴 퓨 터 의 활용

컴퓨터를 이용하여 대푯값과 산포도를 구하여 보자.

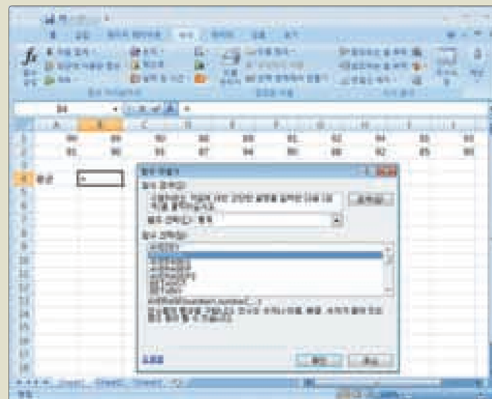
통계와 관련된 컴퓨터 프로그램을 이용하면 다음 자료에 대한 대푯값과 산포도를 쉽고, 빠르게 구할 수 있다.

90	89	90	88	89	91	92	94	91	93
91	90	93	87	94	90	88	92	85	90

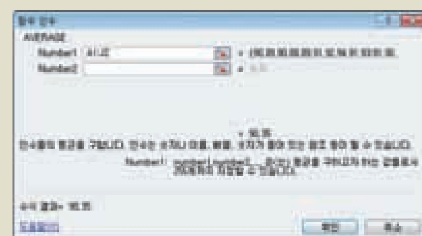
1 평균과 중앙값, 최빈값을 구하여 보자.

(1) 주어진 자료를 입력한 후 메뉴에서 [수식]−[함수 삽입]을 차례로 클릭한다.

(2) 함수 마법사 대화 상자에서 범주는 '통계', 함수는 'AVERAGE'를 선택하고 [확인]을 클릭한다.



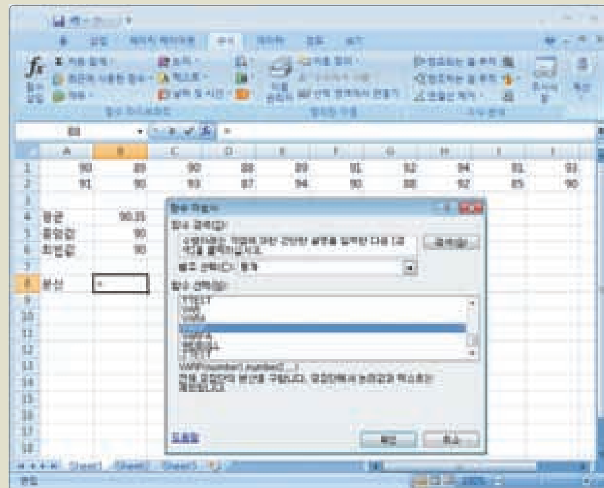
(3) 함수 인수 대화 상자에서 자료가 입력된 셀인 'A1 : J2'를 직접 입력하거나 드래그한 후 [확인]을 클릭하면 평균이 구해진다.



(4) 마찬가지로 함수 마법사 대화 상자에서 함수를 'MEDIAN'으로 선택하면 중앙값을 구할 수 있고, 'MODE'로 선택하면 최빈값을 구할 수 있다.

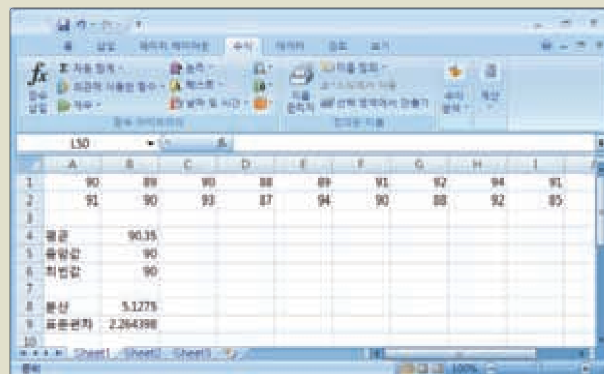
2 분산과 표준편차를 구하여 보자.

(1) ① 에서와 같은 방법으로 [수식]—[함수 삽입]을 차례로 클릭하여 함수 마법사 대화 상자가 나타나면 범주는 '통계', 함수는 'VARP'를 선택하고 [확인]을 클릭한다.



(2) 함수 인수 대화 상자에서 자료가 입력된 셀인 'A1 : J2'를 직접 입력하거나 드래그한 후 [확인]을 클릭하면 분산이 구해진다.

(3) 마찬가지로 함수 마법사 대화 상자에서 함수를 'STDEVP'로 선택하면 표준편차를 구할 수 있다.



나이팅게일과 통계

우리가 흔히 백의의 천사라고 부르는 나이팅게일(Nightingale, Florence : 1820～1910)은 영국의 크림 전쟁(1854～1856) 당시 죽어 가는 병사들을 자기 몸을 아끼지 않고 돌본 천사 같은 간호사이다. 그런데 그런 그녀가 1858년 영국 왕립 통계학회에서 최초의 여성 회원으로 선출되었다.

통계와 나이팅게일은 전혀 어울리지 않는 것처럼 보인다. 그러나 나이팅게일은 간호사로만이 아닌 여성 최초의 통계학자로도 인정을 받았다.

일반적으로 통계는 자연 또는 사회적인 현상을 규명하기 위해 수집된 각종 데이터를 분석하거나 요약하여 얻어낸 자료이다. 이렇게 얻은 자료는 다양한 방법으로 해석하여 어떤 현상을 이해하는 데 사용되거나 어떤 일을 예측하는 데 활용된다.

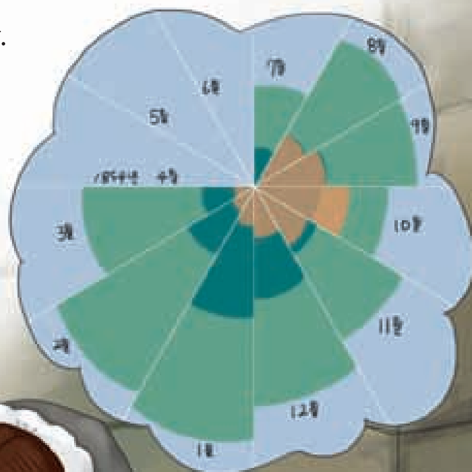
간호사의 대명사로 알려진 나이팅게일이 어떻게 하여 통계학자로서의 또 다른 이름을 가지게 되었을까?

나이팅게일은 크림 전쟁 당시 38명의 성공회 수녀들과 스쿠타리의 야전 병원에서 많은 부상병들이 죽어 가는 것을 보았다. 당시 사람들은 전쟁터에서 죽어 가는 병사들은 모두 부상에 의한 것으로 생각하였다. 그러나 그녀는 전쟁터에서 직접 부상병들을 보살피며 그들이 죽는 이유는 부상이 아닌 질병 때문이라는 것을 알게 되었다. 그녀는 사망의 원인을 밝히기 위하여, 병사들의 영양 상태와 하수구 등의 위생 상태 그리고 사망과의 관계를 체계적으로 조사 및 분석하여 야전 병원의 상황을 정확하게 파악하기 위한 노력을 하였다. 그리고 이렇게 얻어진 자료들을 사람들이 쉽게 이해할 수 있도록 지금 우리가 사용하는 도표와 차트 형식으로 만들어 발표하였다.

나이팅게일은 이 결과물을 토대로 깨끗한 환경이 사람을 살릴 수 있으므로 야전 병원의 위생을 개선해야 한다는 주장의 보고서를 영국 정부에 올렸으며, 나이팅게일의 보고서를 본 정부는 야전 병원의 위생을 개선하기 시작하였다. 화장실과 오수 구덩이를 청소하고 환기구를 설치하였으며, 필요한 비품을 공급하였다.

그 결과 한 달이 지나자 42 %에 달하던 야전 병원의 환자의 사망률이 2 %까지 급격히 떨어졌다. 결국 나이팅게일은 통계를 바탕으로 무수히 많은 사람을 살리는 결과를 얻은 것이다.

나이팅게일은 통계를 잘 사용하면 인류의 생활을 개선할 수 있다는 것을 보여 주었다.

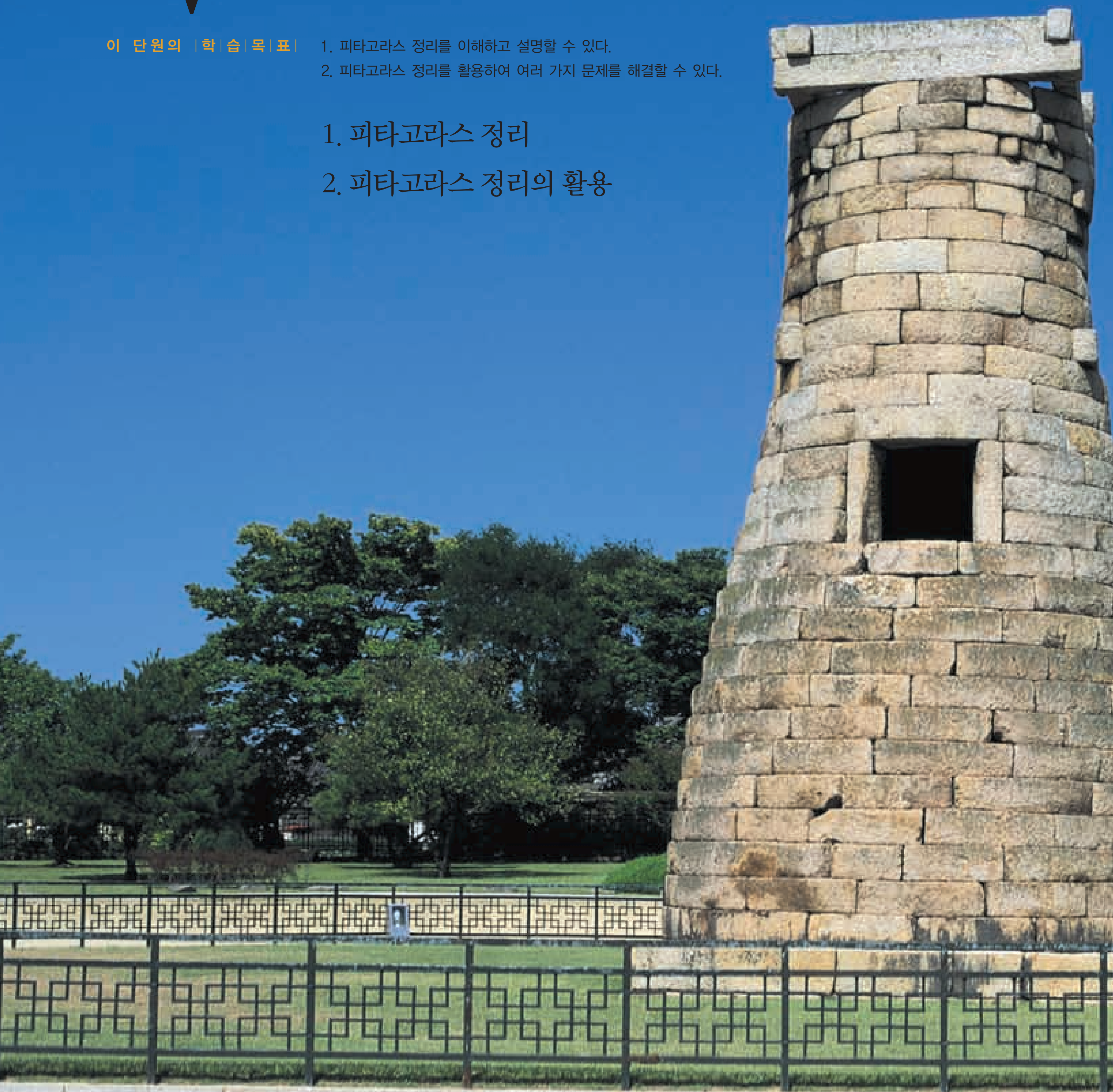


V 피타고라스 정리

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 피타고라스 정리를 이해하고 설명할 수 있다.
2. 피타고라스 정리를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

1. 피타고라스 정리
2. 피타고라스 정리의 활용



동서양을 막론하고 건물을 지을 때 대부분의 벽면은 바닥과 천장에 수직이 되게 세운다.

고대 이집트에서는 끈에 일정한 간격으로 매듭을 짓고, 이 매듭을 따라 끈을 12등분하여 세 변의 길이가 각각 3, 4, 5인 직각삼각형을 만들었고, 이를 본떠 직각을 만들었다.

동양의 수학 책 "주비산경(周髀算經)" 제1편에는 '구(句)를 3, 고(股)를 4라고 할 때 현(弦)은 5가 된다.'는 '구고현의 정리'가 실려 있다. 직각삼각형에서 구와 고는 직각을 낀 두 변을, 현은 빗변을 뜻한다. 동양에서는 이를 이용하여 직각을 만들었다. 특히 우리 조상들은 집이나 다리 또는 탑과 같은 건축물을 지을 때 직각을 가늠하기 위하여 구고현의 정리를 이용하였다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용	이 단원에서 공부할 내용	이후에 배울 내용
[중1~3학년군] 삼각형의 합동조건 입체도형의 겉넓이와 부피 삼각형과 사각형의 성질 도형의 닮음 제곱근 이차방정식	**1. 피타고라스 정리** 피타고라스 정리 **2. 피타고라스 정리의 활용** 평면도형에의 활용 입체도형에의 활용	**[중1~3학년군]** 삼각비 **[수학 I]** 두 점 사이의 거리 **[미적분 II]** 삼각함수

1 피타고라스 정리

준 | 비 | 학 | 습

삼각형의 합동조건

- 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때
- 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때
- 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때

닮은 도형의 성질

닮음인 두 도형에 대하여

- 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.
- 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

제곱근

$x^2=a\ (a>0)$일 때

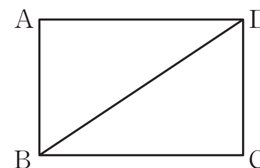
$x=\pm\sqrt{a}$

제곱근의 성질

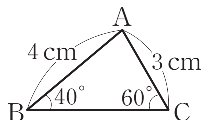
$a>0$일 때,

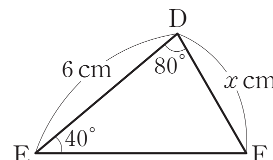
- $(\sqrt{a})^2=a,\ (-\sqrt{a})^2=a$
- $\sqrt{a^2}=a,\ \sqrt{(-a)^2}=a$

1 오른쪽 그림에서 □ABCD가 직사각형일 때, 합동인 두 삼각형을 찾아 기호로 나타내어라.



2 다음 그림에서 △ABC ∽ △DEF일 때, x의 값을 구하여라.





3 다음 등식을 만족시키는 x의 값을 구하여라.

(1) $x^2=10$ (2) $x^2=49$

(3) $5^2+12^2=x^2$ (4) $5^2+x^2=7^2$

4 다음 수를 간단히 하여라.

(1) $\sqrt{9}$ (2) $\sqrt{(-5)^2}$

(3) $\sqrt{3^2+4^2}$ (4) $\sqrt{10^2-8^2}$

1-1 피타고라스 정리

● 피타고라스 정리를 이해하고 설명할 수 있다.

피타고라스 정리란 무엇인가?

창의력 기르기

피타고라스

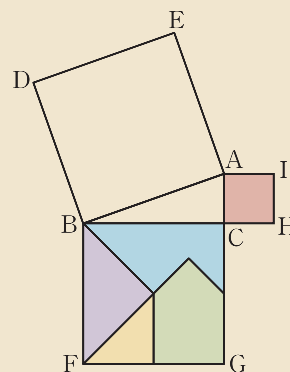
고대 그리스의 수학자 피타고라스(Pythagoras : ?B.C. 569～?B.C. 475)는 이오니아의 사모스 섬에서 태어났으며 이탈리아 남부의 한 도시 크로톤에 '피타고라스 학교'를 세우고 피타고라스학파를 이루었다. 그는 음악과 수학으로 우주의 질서를 설명할 수 있다고 믿었으며, 특히 직각삼각형에 대한 많은 연구를 하였다.

탐구 활동

● 준비물
피타고라스 정리 퍼즐

활동지 4

오른쪽 그림은 직각삼각형 ABC의 빗변이 아닌 두 변 AC와 BC를 한 변으로 하는 두 정사각형을 총 다섯 조각으로 나눈 것이다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 이 조각들로 빗변 AB를 한 변으로 하는 정사각형을 채워 보자.

2 세 정사각형의 넓이 사이에는 어떤 관계가 있는지 말하여 보자.

탐구 활동에서 직각삼각형 ABC의 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 빗변이 아닌 두 변을 각각 한 변으로 하는 두 정사각형의 넓이의 합과 같다는 것을 알아보았다. 즉,

$$\square ABDE = \square BFGC + \square ACHI$$

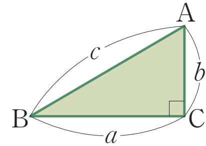
이다.

그런데 정사각형의 넓이는 한 변의 길이의 제곱과 같으므로 직각삼각형 ABC의 세 변의 길이 사이에는

$$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$$

이 성립함을 알 수 있다.

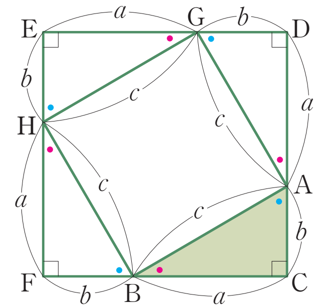
이제 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^{\circ}$인 직각삼각형 ABC에서 빗변의 길이를 c, 나머지 두 변의 길이를 각각 a, b라고 할 때,



$$a^2+b^2=c^2$$

이 성립함을 알아보자.

직각삼각형 ABC의 두 변 AC, BC를 각각 연장하여 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 $a+b$인 정사각형 CDEF를 만들고



$$\overline{DG}=\overline{EH}=b$$

인 점 G, H를 잡으면

$$\triangle ABC\equiv\triangle GAD\equiv\triangle HGE\equiv\triangle BHF$$

네 개의 직각삼각형 ABC, GAD, HGE, BHF는 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 서로 합동이다.

이므로

$$\overline{BA}=\overline{AG}=\overline{GH}=\overline{HB}=c \qquad \cdots\cdots ①$$

$$\angle ABC=\angle GAD \qquad \cdots\cdots ②$$

이다. 그런데

$$\angle CAB+\angle ABC=90^{\circ}$$

이므로 ②에 의하여

$$\angle CAB+\angle GAD=90^{\circ}$$

$$\angle BAG=90^{\circ} \qquad \cdots\cdots ③$$

이다. 따라서 ①, ③에 의하여 □AGHB는 한 변의 길이가 c인 정사각형이므로 □CDEF는 서로 합동인 네 개의 직각삼각형과 한 개의 정사각형으로 나눌 수 있다. 즉,

$$\square CDEF=4\times\triangle ABC+\square AGHB$$

이므로

$$(a+b)^2=4\times\frac{1}{2}ab+c^2$$

이고, 이 식을 정리하면

$$a^2+2ab+b^2=2ab+c^2$$

$$a^2+b^2=c^2$$

이다.

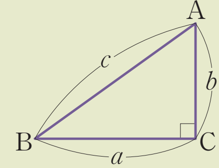
이상에서 직각삼각형의 직각을 낀 두 변의 길이의 제곱의 합은 빗변의 길이의 제곱과 같음을 알 수 있다.

이와 같은 직각삼각형의 성질을 **피타고라스 정리**라고 한다.

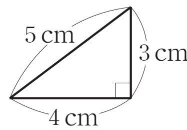
피타고라스 정리

직각삼각형 ABC에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라고 하면

$$a^2+b^2=c^2$$

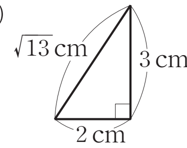


보기 (1)



$4^2+3^2=5^2$

(2)



$2^2+3^2=(\sqrt{13})^2$

문제

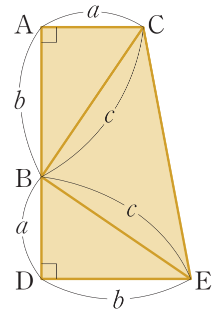
미국의 20대 대통령인 가필드(Garfield, J. A.: 1831～1881)가 1876년에 피타고라스 정리가 성립함을 설명한 방법이다.

오른쪽 그림에서 사다리꼴 ADEC는 합동인 두 직각삼각형 ABC와 DEB를 붙여서 만든 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 사다리꼴의 넓이를 구하여라.

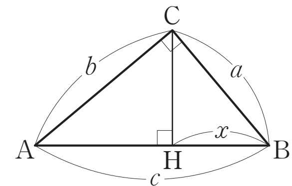
(2) 세 개의 삼각형 ABC, DEB, CBE의 넓이를 각각 구하여라.

(3) (1)과 (2)를 이용하여 피타고라스 정리가 성립함을 설명하여라.



추론

오른쪽 그림과 같은 삼각형 ABC에서 닮음인 세 삼각형을 찾고, 닮음비를 이용하여 피타고라스 정리가 성립함을 설명하여 보자.

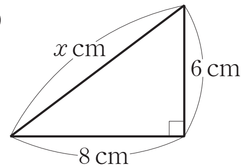


피타고라스 정리를 이용하면 직각삼각형에서 두 변의 길이를 알 때 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있다.

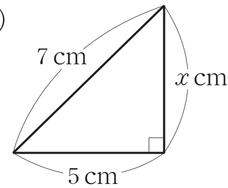
예 제 1

다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



● 풀이 (1) 피타고라스 정리에 의하여

$$8^2+6^2=x^2,\ x^2=100$$

$$x=\pm 10$$

그런데 $x>0$이므로

$$x=10$$

(2) 피타고라스 정리에 의하여

$$5^2+x^2=7^2,\ x^2=24$$

$$x=\pm 2\sqrt{6}$$

그런데 $x>0$이므로

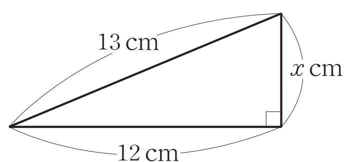
$$x=2\sqrt{6}$$

답 ● (1) 10 (2) $2\sqrt{6}$

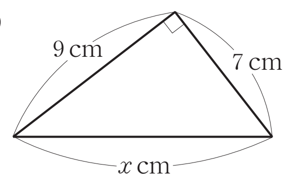
문 제 2

다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x의 값을 구하여라.

(1)



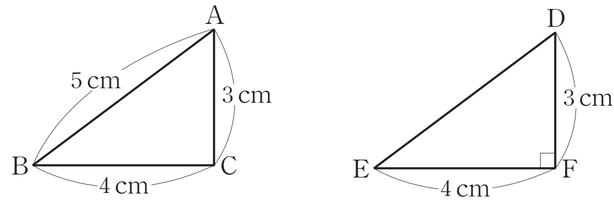
(2)



지금까지 직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이의 제곱의 합은 빗변의 길이의 제곱과 같음을 살펴보았다.

이제 한 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합과 같은 삼각형은 직각삼각형인지 알아보자.

다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 3 cm, 4 cm, 5 cm인 삼각형 ABC와 빗변이 아닌 나머지 두 변의 길이가 각각 3 cm, 4 cm인 직각삼각형 DEF가 주어져 있다.



이때 삼각형 DEF는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

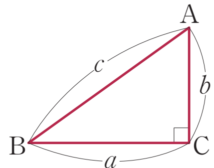
$$\overline{DE}=\sqrt{3^2+4^2}=5(cm)$$

이며 두 삼각형 ABC와 DEF는 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로 서로 합동이다. 따라서 $\angle C=\angle F=90°$이므로 삼각형 ABC도 직각삼각형이다.

이와 같이 세 변의 길이가 각각 a, b, c인 △ABC에서

$$a^2+b^2=c^2$$

이 성립하면 △ABC는 $\angle C=90°$인 직각삼각형이다.



보기 세 변의 길이가 각각 6 cm, 8 cm, 10 cm인 삼각형은 $6^2+8^2=10^2$이므로 직각삼각형이다.

문제 3 세 변의 길이가 각각 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형인 것을 모두 찾아라.

가장 긴 변의 길이의 제곱과 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합을 비교한다.

㉠ 9 cm, 12 cm, 15 cm	㉡ 7 cm, 24 cm, 25 cm
㉢ 4 cm, 6 cm, 9 cm	㉣ 1 cm, $\sqrt{3}$ cm, 2 cm

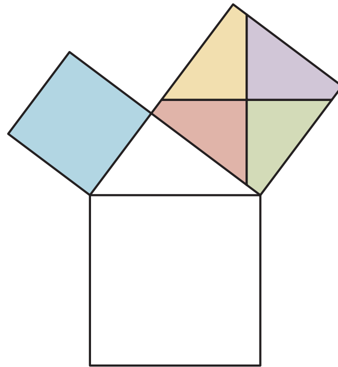
문제 4 문제 3과 같이 세 변의 길이가 주어진 삼각형 중에서 직각삼각형을 찾는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

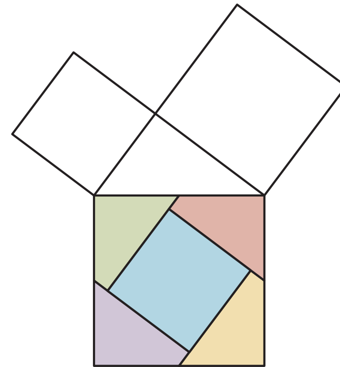
추론

피타고라스 정리가 성립함을 설명하는 방법은 수백 가지가 넘는다고 알려져 있다.
다음 활동을 해 보고 피타고라스 정리가 성립함을 설명하여 보자.

●준비물
피타고라스 정리 퍼즐
활동지 5

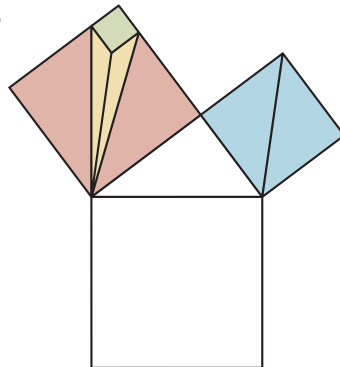
〈그림 1〉과 같이 직각삼각형에서 직각을 낀 두 변을 한 변으로 하는 두 정사각형의 나눈 조각을 모두 사용하여 〈그림 2〉와 같이 빗변을 한 변으로 하는 정사각형을 빈틈없이 채운다.

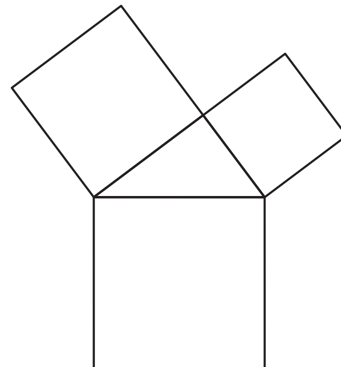

〈그림 1〉


〈그림 2〉

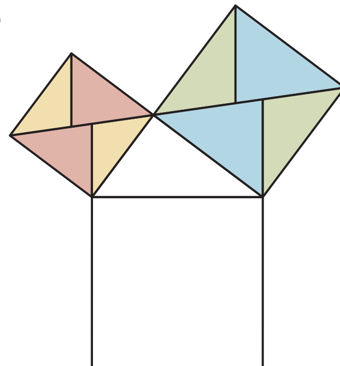
위와 같은 방법으로 활동지 5 의 피타고라스 정리 퍼즐을 이용하여 빗변을 한 변으로 하는 정사각형을 빈틈없이 채워 보자.

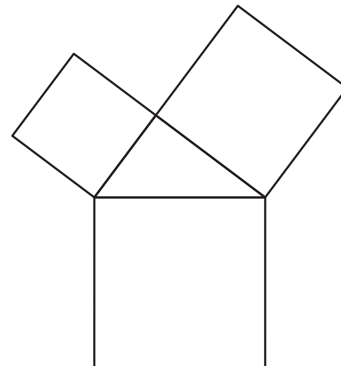
(1)



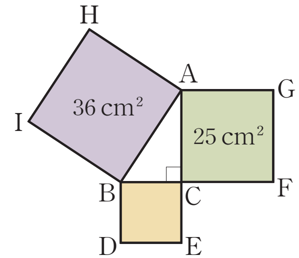


(2)





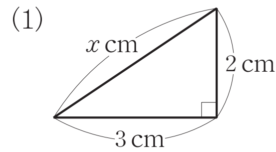
1 오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 세 개의 정사각형이 있다. □ABIH=36 cm^2, □ACFG=25 cm^2일 때, □BDEC의 넓이를 구하여라.



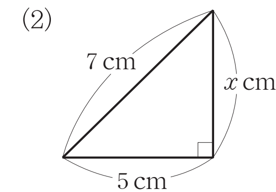
> 직각삼각형 ABC에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라고 하면
> $a^2+b^2=c^2$

2 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x의 값을 구하여라.

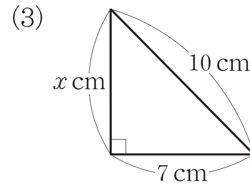
(1)



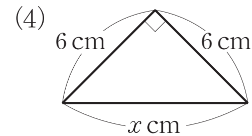
(2)



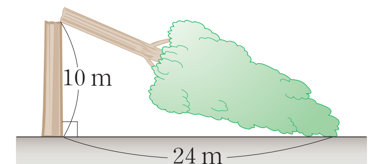
(3)

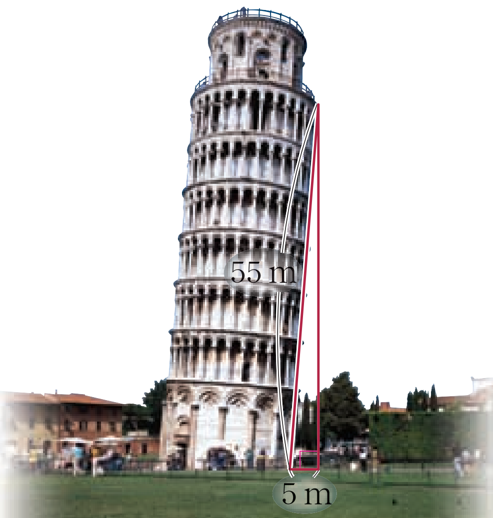


(4)

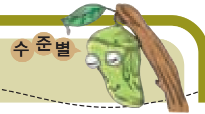


3 오른쪽 그림과 같이 어떤 나무가 부러져 있다. 부러진 부분의 길이를 구하여라.





4 왼쪽 그림과 같이 기울어진 피사의 사탑에서 지면과 수직 방향으로 쇠공을 떨어뜨렸을 때, 쇠공이 이동한 거리를 구하여라. (단, 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구한다.)



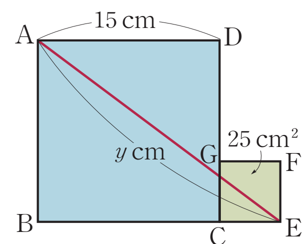
피타고라스 정리

1 직각삼각형 ABC에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라고 할 때, 다음 표를 완성하여라.

a	3	8		11	
b		15	10		$5\sqrt{2}$
c	5		$10\sqrt{2}$	$\sqrt{265}$	10

피타고라스 정리

2 오른쪽 그림에서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 15 cm이고, 정사각형 CEFG의 넓이가 25 cm^2일 때, y의 값을 구하여라.



직각삼각형이 되는 조건

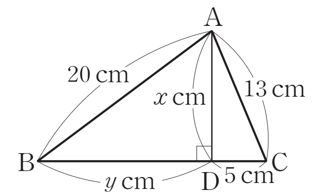
3 세 변의 길이가 각각 a, $a+2$, $a+4$인 삼각형이 직각삼각형이 되기 위한 a의 값을 구하여라.

직각삼각형의 변의 길이

4 오른쪽 그림에서 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$이고

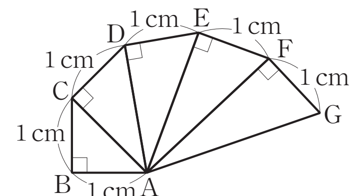
$\overline{AB}=20$ cm, $\overline{AC}=13$ cm, $\overline{CD}=5$ cm

일 때, x, y의 값을 구하여라.



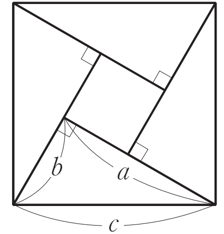
직각삼각형의 변의 길이

5 오른쪽 그림에서 $\overline{AG}$의 길이를 구하여라.



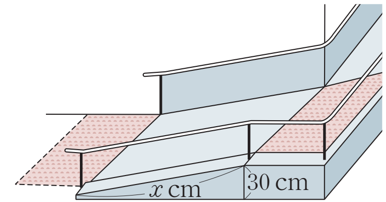
중/단/원 실력

1 오른쪽 그림은 12세기 인도의 수학자 바스카라(Bhaskara, A.: 1114~1185)가 합동인 네 개의 직각삼각형을 이용하여 피타고라스 정리가 성립함을 설명할 때 사용한 그림이다. 이 그림을 이용하여 피타고라스 정리가 성립함을 설명하여라.



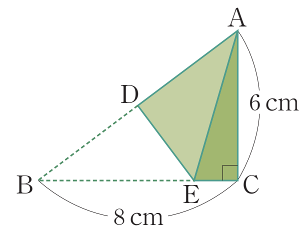
• 경사로의 기울기는 경사로의 높이를 수평 거리로 나누어 계산한다.

2 휠체어를 탄 장애인이나 노약자를 위해 만든 경사로의 기울기는 최대 $\frac{1}{12}$이라고 한다. 오른쪽 그림과 같이 높이가 30 cm인 경사로의 기울기가 $\frac{1}{12}$일 때, 경사로의 길이 x의 값을 구하여라. (단, 반올림하여 소수 첫째 자리까지 구한다.)

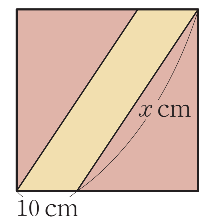


• $\overline{AE}$의 길이를 먼저 구한 후, 피타고라스 정리를 이용한다.

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=6$ cm, $\overline{BC}=8$ cm인 종이로 된 직각삼각형 ABC에서 꼭짓점 B가 꼭짓점 A에 포개어지도록 접었을 때, 접힌 선 DE의 길이를 구하여라.



4 오른쪽 그림과 같이 정사각형을 두 평행선으로 나누었다. 나누어진 세 부분의 넓이가 같을 때, x의 값을 구하여라.



2 피타고라스 정리의 활용

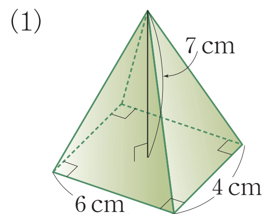
준 | 비 | 학 | 습

각뿔과 원뿔의 부피
밑면의 넓이가 S이고, 높이가 h인 각뿔이나 원뿔의 부피 V는

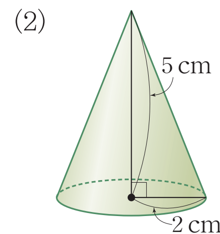
$$V=\frac{1}{3}Sh$$

1 다음 입체도형의 부피를 구하여라.

(1)

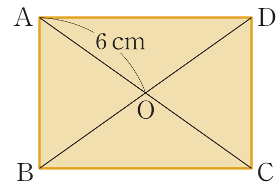


(2)



직사각형의 성질
직사각형에서 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.

2 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 두 대각선 AC와 BD의 교점을 O라고 하자. $\overline{AO}=6$ cm일 때, 다음을 구하여라.



(1) $\overline{CO}$의 길이

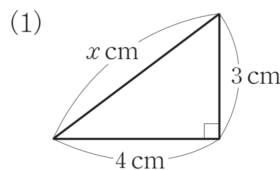
(2) $\overline{BD}$의 길이

피타고라스 정리
직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라고 하면

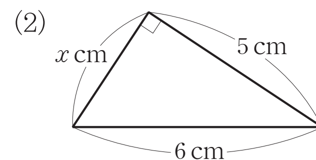
$$a^2+b^2=c^2$$

3 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



2-1 평면도형에의 활용

- 피타고라스 정리를 평면도형에 활용할 수 있다.
- 피타고라스 정리를 실생활 문제에 활용할 수 있다.

피타고라스 정리를 평면도형에서 어떻게 활용할 수 있는가?

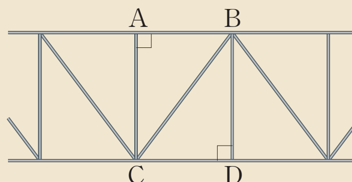
창의력 기르기

트러스(truss)

대부분의 철교는 트러스(truss)로 되어 있다. 트러스란 직선으로 된 여러 개의 뼈대 재료를 삼각형이나 오각형 모양으로 이은 구조를 말하는데, 이는 모양에 따라 아치 형식, 현수 형식, 보 형식으로 나뉜다. 특히 영종대교는 주로 직각삼각형 모양의 트러스로 이루어져 있다.

탐구 활동

다음 그림과 같은 트러스를 만들려고 한다. 물음에 답하여 보자.



1 $\overline{AB}=3$ m, $\overline{AC}=4$ m가 되도록 하려면 $\overline{BC}$의 길이는 몇 m여야 하는가?

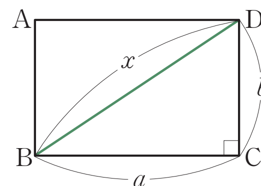
2 $\overline{BC}=2\sqrt{2}$ m, $\overline{BD}=2$ m가 되도록 하려면 $\overline{CD}$의 길이는 몇 m여야 하는가?

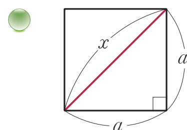
피타고라스 정리를 이용하여 직사각형의 대각선의 길이를 구하여 보자.

오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형 ABCD에서 대각선 BD의 길이를 x라고 하면 피타고라스 정리에 의하여 $x^2=a^2+b^2$이다. 그런데 $x>0$이므로

$$x=\sqrt{a^2+b^2}$$

이다.



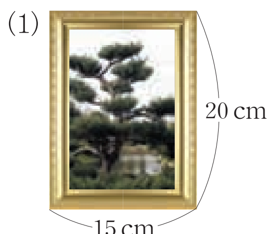


한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이 x는 $x=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2a^2}=\sqrt{2}a$ 이다.

문제 1

가로, 세로의 길이가 각각 다음과 같은 직사각형의 대각선의 길이를 구하여라.

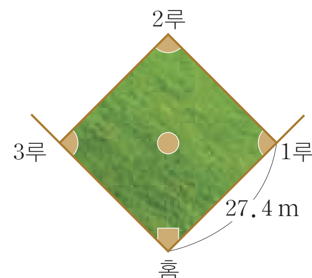
(1)



(2)

문제 2

오른쪽 그림과 같은 야구장에서 내야는 한 변의 길이가 27.4 m인 정사각형 모양이라고 할 때, 홈에서 2루까지의 거리를 구하여라. (단, 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구한다.)



예제 1

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이를 구하여라.

정삼각형의 한 꼭짓점에서 대변에 그은 수선은 그 대변을 이등분한다.

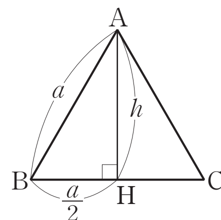
● 풀이 오른쪽 그림과 같이 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$$\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{a}{2}$$

△ABH에서 $\overline{AH}=h$라고 하면 피타고라스 정리에 의하여

$$h^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2=a^2,\ h^2=a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{3}{4}a^2$$

$h>0$이므로 $h=\sqrt{\frac{3}{4}a^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$



답 ● $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

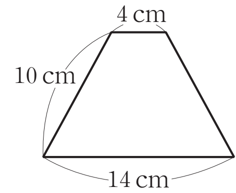
문제 3

다음을 구하여라.

(1) 한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형의 높이

(2) 밑변의 길이가 4 cm이고, 나머지 두 변의 길이가 모두 5 cm인 이등변삼각형의 높이

문제 4 오른쪽 그림과 같은 등변사다리꼴의 높이를 구하여라.



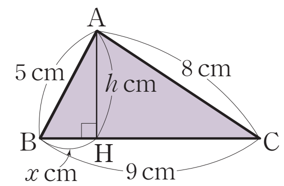
아랫변의 양 끝 각의 크기가 같은 사다리꼴을 등변사다리꼴이라고 한다.

예 제 2

세 변의 길이가 각각 5 cm, 8 cm, 9 cm인 삼각형의 넓이를 구하여라.

삼각형에서 세 변의 길이만 알면 피타고라스 정리를 이용하여 넓이를 구할 수 있다.

풀이 주어진 삼각형을 오른쪽 그림과 같이 △ABC로 놓고, 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라고 하자.



$\overline{AH}=h$ cm, $\overline{BH}=x$ cm라고 하면 두 직각삼각형 ABH, ACH에서 피타고라스 정리에 의하여

$$h^2=5^2-x^2 \qquad \cdots\cdots ①$$

$$h^2=8^2-(9-x)^2 \qquad \cdots\cdots ②$$

①, ②로부터 $5^2-x^2=8^2-(9-x)^2$, $18x=42$이므로 $x=\frac{7}{3}$

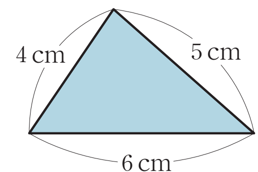
$x=\frac{7}{3}$을 ①에 대입하면 $h^2=5^2-\left(\frac{7}{3}\right)^2=25-\frac{49}{9}=\frac{176}{9}$

$h>0$이므로 $h=\sqrt{\frac{176}{9}}=\frac{4\sqrt{11}}{3}$

따라서 구하는 넓이는 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 9\times\frac{4\sqrt{11}}{3}=6\sqrt{11}(\text{cm}^2)$

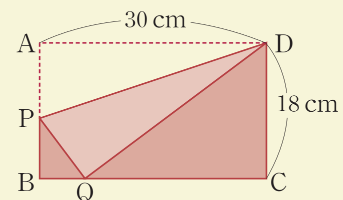
답 ● $6\sqrt{11}$ cm²

문제 5 오른쪽 그림과 같은 삼각형의 넓이를 구하여라.



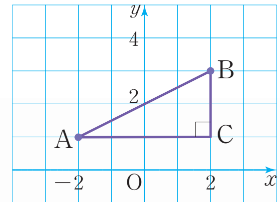
창의 UP

직사각형 모양의 색종이 ABCD를 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A가 변 BC 위의 한 점 Q에 오도록 접었을 때, 접힌 선 DP를 한 변으로 하는 △PQD의 넓이를 구하는 방법을 설명하여라.



피타고라스 정리를 이용하면 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.

예제 3 좌표평면 위의 두 점 A$(-2,\ 1)$, B$(2,\ 3)$ 사이의 거리를 구하여라.



● 풀이 오른쪽 그림과 같이 좌표축에 평행한 선분 AC, BC를 각각 그려서 직각삼각형 ACB를 만들면 점 C의 좌표는 $(2,\ 1)$이다. 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2=4^2+2^2=20$$

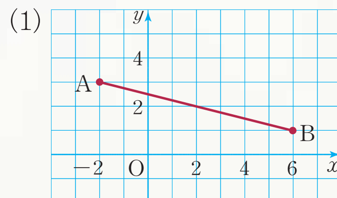
$\overline{AB}>0$이므로

$$\overline{AB}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

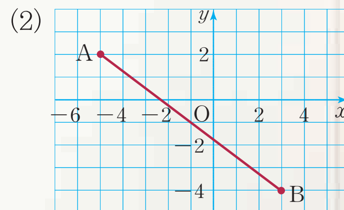
답 ● $2\sqrt{5}$

문제 6 다음 좌표평면 위의 두 점을 잇는 선분을 빗변으로 하는 직각삼각형을 그리고, 두 점 사이의 거리를 구하여라.

(1)



(2)



문제해결 오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 80 cm이고, 세로의 길이가 2 m인 직사각형 모양의 문으로 정사각형 모양의 얇은 나무 판을 통과시켜 옮기려고 한다. 이때 한 변의 길이가 몇 cm인 나무 판까지 이 문을 통과하여 옮길 수 있는지 구하여 보자. (단, 나무 판의 두께는 생각하지 않는다.)

2-2 입체도형에의 활용

- 피타고라스 정리를 입체도형에 활용할 수 있다.
- 피타고라스 정리를 실생활 문제에 활용할 수 있다.

피타고라스 정리를 입체도형에서 어떻게 활용할 수 있는가?

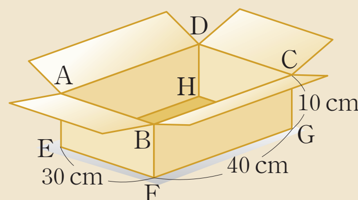
창의력 기르기

온라인 쇼핑

온라인 쇼핑은 텔레비전, 상품 안내서, 인터넷 등에서 상품 정보를 보고 인터넷이나 전화 등으로 물건을 사는 것을 말한다. 1977년 미국 플로리다 주의 한 라디오 방송국에서 처음으로 상업적인 무점포 판매 방식의 쇼핑 방송을 시작한 것이 그 시초이다.

탐 구 활 동

어느 온라인 쇼핑몰 회사에서 오른쪽 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 30 cm, 40 cm, 10 cm인 직육면체 모양의 상자에 막대 모양의 물건을 담으려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 △DFH는 어떤 삼각형인가?

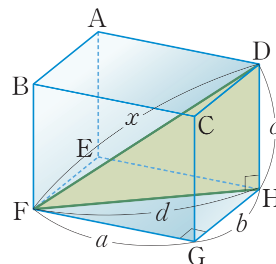
2 $\overline{\mathrm{FH}}$의 길이를 구하여 보자.

3 이 상자에 들어갈 수 있는 가장 긴 막대의 길이를 구하는 방법을 말하여 보자.

오른쪽 그림과 같은 직육면체에서 선분 DF를 직육면체의 대각선이라고 한다.

피타고라스 정리를 이용하여 직육면체의 대각선의 길이를 구하여 보자.

오른쪽 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체에서 직각삼각형 FGH의 빗변 FH의 길이를 d라고 하면 피타고라스 정리에 의하여



$$d^2=a^2+b^2 \quad \cdots\cdots ①$$

이다. 또 직각삼각형 DFH의 빗변 DF의 길이를 x라고 하면 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{DH}}\perp\overline{\mathrm{EH}}$, $\overline{\mathrm{DH}}\perp\overline{\mathrm{GH}}$이므로 $\overline{\mathrm{DH}}$는 평면 EFGH와 수직이다. 따라서 $\overline{\mathrm{DH}}\perp\overline{\mathrm{FH}}$이므로 △DFH는 직각삼각형이다.

$$x^2=d^2+c^2 \quad \cdots\cdots ②$$

이다. 따라서 ①, ②로부터 $x^2=a^2+b^2+c^2$이고, $x>0$이므로

$$x=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$

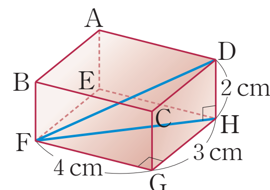
이다.

예 제 1

세 모서리의 길이가 각각 다음과 같은 직육면체의 대각선의 길이를 구하여라.

(1) 4 cm, 3 cm, 2 cm　　　　(2) 5 cm, 12 cm, 13 cm

풀이 (1) 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서 △HFG가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여



$$\overline{FH}^2=\overline{FG}^2+\overline{GH}^2=25$$

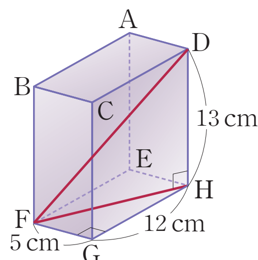
$\overline{FH}>0$이므로 $\overline{FH}=\sqrt{25}=5(\text{cm})$

△DFH가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{DF}^2=\overline{FH}^2+\overline{DH}^2=29$$

$\overline{DF}>0$이므로 $\overline{DF}=\sqrt{29}(\text{cm})$

(2) 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서 △HFG가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여



$$\overline{FH}^2=\overline{FG}^2+\overline{GH}^2=169$$

$\overline{FH}>0$이므로 $\overline{FH}=\sqrt{169}=13(\text{cm})$

△DFH가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{DF}^2=\overline{FH}^2+\overline{DH}^2=338$$

$\overline{DF}>0$이므로 $\overline{DF}=\sqrt{338}=13\sqrt{2}(\text{cm})$

답 (1) $\sqrt{29}$ cm　(2) $13\sqrt{2}$ cm

문제 1

세 모서리의 길이가 각각 다음과 같은 직육면체의 대각선의 길이를 구하여라.

(1) 4 cm, 5 cm, 7 cm　　　　(2) 3 cm, 6 cm, 9 cm

문제 2

한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 대각선의 길이를 구하여라.

문제해결 실생활에서 직육면체 모양을 찾아 직육면체의 대각선의 길이를 구하여 보자.

한편 피타고라스 정리를 이용하여 원뿔의 높이와 부피, 각뿔의 높이와 부피도 구할 수 있다.

예 제 2

밑면인 원의 반지름의 길이가 5 cm이고, 모선의 길이가 13 cm인 원뿔의 높이와 부피를 각각 구하여라.

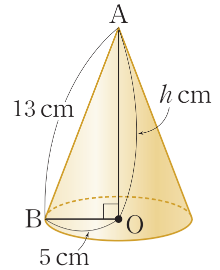
● 풀이 오른쪽 그림과 같이 원뿔의 높이를 h cm라고 하면 △ABO는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$$h^2+5^2=13^2,\ h^2=13^2-5^2=144$$

$h>0$이므로 $h=\sqrt{144}=12$

따라서 구하는 원뿔의 부피는

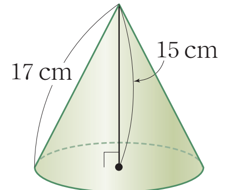
$$\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12=100\pi(\text{cm}^3)$$



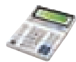
답 ● 높이: 12 cm, 부피: 100π cm^3

문 제 3

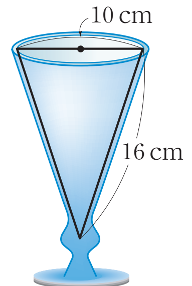
오른쪽 그림과 같이 모선의 길이가 17 cm이고, 높이가 15 cm인 원뿔의 부피를 구하여라.



문 제 4



오른쪽 그림과 같은 유리컵의 안쪽은 밑면인 원의 지름의 길이가 10 cm이고 모선의 길이가 16 cm인 원뿔 모양일 때, 이 컵에 가득 담을 수 있는 물의 부피를 반올림하여 소수 첫째 자리까지 구하여라. (단, π는 3.14로 계산한다.)

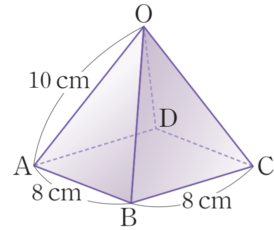


문 제 5

원뿔의 모선의 길이와 밑면인 원의 반지름의 길이를 알 때 원뿔의 부피를 구하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

예제 3

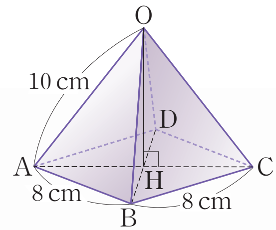
오른쪽 그림과 같은 정사각뿔의 높이와 부피를 각각 구하여라.



이등변삼각형 OAC와 OBD의 꼭짓점 O에서 각 밑변에 내린 수선의 발은 각 밑변의 중점이다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 정사각뿔 O-ABCD의 꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라고 하면 점 H는 밑면의 두 대각선의 교점이다. 이때 선분 AC는 한 변의 길이가 8 cm인 정사각형의 대각선이므로

$\overline{AC}=8\sqrt{2}=2\overline{AH}$에서 $\overline{AH}=4\sqrt{2}(\text{cm})$



직각삼각형 OAH에서 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{OH}^2=\overline{OA}^2-\overline{AH}^2=10^2-(4\sqrt{2})^2=68$$

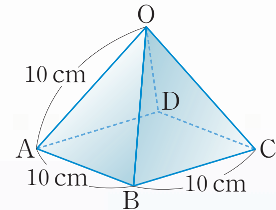
$\overline{OH}>0$이므로 $\overline{OH}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}(\text{cm})$

따라서 $(\text{부피})=\frac{1}{3}\times8^2\times2\sqrt{17}=\frac{128}{3}\sqrt{17}(\text{cm}^3)$이다.

답 높이: $2\sqrt{17}$ cm, 부피: $\frac{128}{3}\sqrt{17}$ cm^3

문제 6

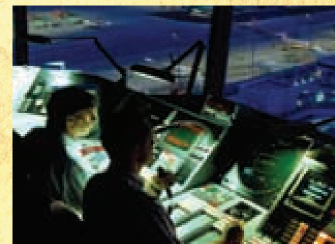
오른쪽 그림과 같은 정사각뿔의 높이와 부피를 각각 구하여라.



수학이 만난 세상 속 직업 이야기

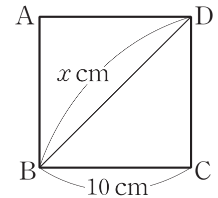
항공 교통 관제사

항공 교통 관제사는 비행기의 이착륙을 유도하고, 공항에 진입하는 비행기의 조종사에게 기상 상태를 알려 주며, 이착륙하고 있는 비행기와 공중의 비행기가 서로 충돌하지 않도록 비행기 사이에 적절한 거리를 유지하도록 유도한다. 비행기를 안전하게 이착륙시키기 위한 활주 거리나 하늘에 떠 있는 비행기 사이의 거리는 피타고라스 정리를 이용하면 쉽게 구할 수 있다.



중 / 단 / 원 기초

1 오른쪽 그림과 같은 정사각형에서 x의 값을 구하여라.

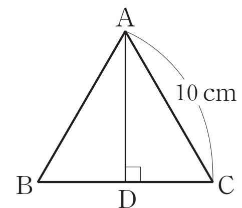


> 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이 h는
> $h=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

2 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 10 cm인 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 할 때, 다음을 구하여라.

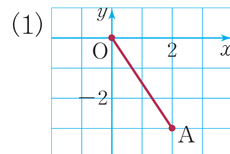
(1) $\overline{BD}$의 길이

(2) △ABC의 높이

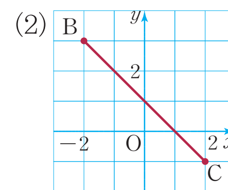


3 다음 그림과 같은 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리를 구하여라.

(1)



(2)

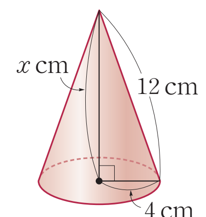


> 세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이 l은
> $l=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

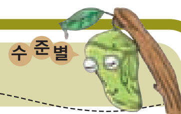
4 세 모서리의 길이가 각각 다음과 같은 직육면체의 대각선의 길이를 구하여라.

(1) 4 cm, 6 cm, 8 cm　　(2) 3 cm, 4 cm, 5 cm

5 오른쪽 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 4 cm이고 모선의 길이가 12 cm인 원뿔에서 x의 값을 구하여라.

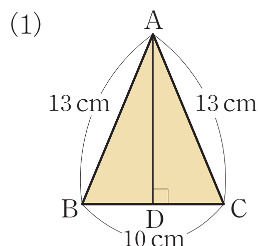


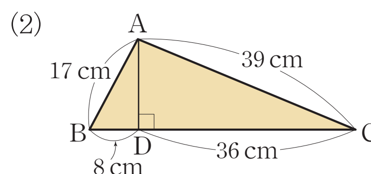
중 / 단 / 원 기본



삼각형의 넓이

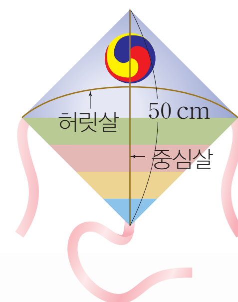
1 다음 그림과 같은 △ABC의 넓이를 구하여라.

(1) 

(2) 

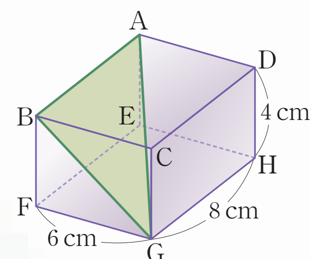
정사각형의 대각선의 길이

2 오른쪽 그림은 재석이가 만든 정사각형 모양의 가오리연이다. 중심살의 길이가 50 cm일 때, 가오리연의 한 변의 길이를 구하여라.



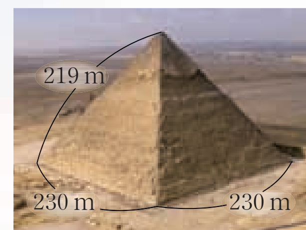
직육면체의 대각선의 길이

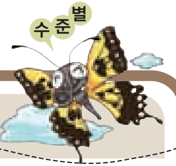
3 오른쪽 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 6 cm, 8 cm, 4 cm인 직육면체에서 △ABG의 둘레의 길이를 구하여라.



정사각뿔의 높이

4 이집트에 있는 어떤 피라미드는 밑면은 한 변의 길이가 230 m인 정사각형이고, 옆면의 모서리의 길이는 모두 219 m인 정사각뿔 모양이다. 이 피라미드의 높이를 구하여라. (단, 반올림하여 소수 첫째 자리까지 구한다.)

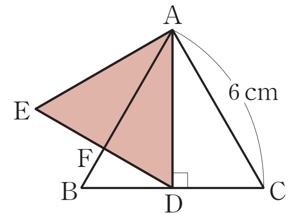




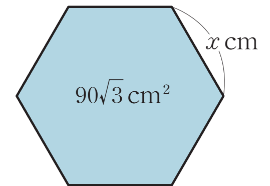
중/단/원 실력

• 먼저 정삼각형 ABC의 높이를 구한다.

1 오른쪽 그림에서 △ABC는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형이고, △AED는 △ABC의 높이를 한 변의 길이로 하는 정삼각형이다. 이때 △AED의 넓이를 구하여라.

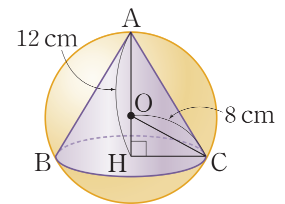


2 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 x cm인 정육각형의 넓이가 $90\sqrt{3}\ \text{cm}^2$일 때, x의 값을 구하여라.

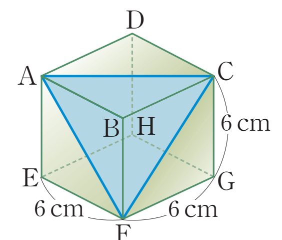


• $\overline{OH}=\overline{AH}-\overline{AO}$

3 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 8 cm인 구 모양의 옥돌을 깎아 높이가 12 cm인 원뿔 모양의 옥 장식품을 만들려고 한다. 이때 원뿔 모양의 옥 장식품의 부피를 구하여라.



4 오른쪽 그림과 같은 정육면체를 세 꼭짓점 A, F, C를 지나는 평면으로 잘라 사면체 B-AFC를 만들었다. 이때 꼭짓점 B에서 밑면 AFC에 내린 수선의 길이를 구하여라.



사각수로부터 얻을 수 있는 피타고라스의 수

피타고라스

유클리드

피타고라스 정리는 피타고라스(Pythagoras : ?B.C. 569～?B.C. 475) 이전에 이미 발견되었으며, 이 정리가 성립함을 설명한 역사의 기록은 유클리드(Euclid : ?B.C. 325～?B.C. 265)가 한 것이라는 견해도 있지만 피타고라스에 관한 기록이 남아 있지 않아 확실한 것은 알 수 없다.

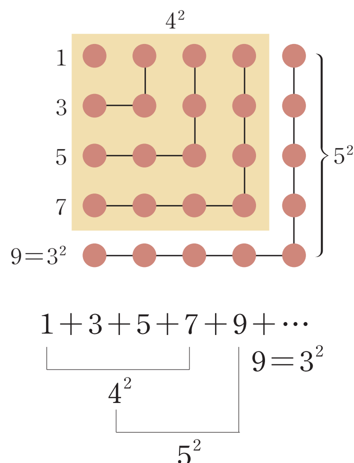
그런데 피타고라스 정리는 사각수로부터 얻어졌다는 학설도 있다. 사각수란 정사각형이 되도록 배열한 물건의 수를 뜻하며 1부터 홀수를 차례로 더한 결과는 제곱수이므로 사각수이다.

$a^2+b^2=c^2$을 만족시키는 세 자연수 a, b, c를 피타고라스의 수라고 하며, 3, 4, 5는 사각수로부터 얻을 수 있는 피타고라스의 수이다. 즉,

$$1+3+5+7=4^2 \quad \cdots\cdots ①$$

$$1+3+5+7+9=5^2 \quad \cdots\cdots ②$$

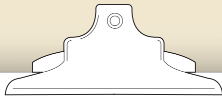
이고, ①에 $9=3^2$을 더하면 ②에서 5^2이 되어 $4^2+3^2=5^2$을 만족시킨다.



$1+3+5+7+9+\cdots$ ($1+3+5+7$은 4^2, $9=3^2$, 합하여 5^2)

과제 1 사각수로부터 얻을 수 있는 피타고라스의 수를 2가지 찾아라.

과제 2 피타고라스 정리가 사각수로부터 얻어졌다는 학설은 어느 정도 일반성을 가지고 있지만 직각삼각형의 긴 두 변의 길이의 차가 1인 특수한 경우에 한한 것이었다. 사각수를 이용하여 구할 수 없는 피타고라스의 수를 2가지 찾아라.



학습에 대한 자/기/평/가

이름: ____________ (____학년 ____반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		☹	😐	☺
학습 내용	피타고라스 정리를 이해하고 설명할 수 있는가?			
	피타고라스 정리를 평면도형에 활용할 수 있는가?			
	피타고라스 정리를 입체도형에 활용할 수 있는가?			
	피타고라스 정리를 실생활 문제에 활용할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기

선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

1 피타고라스 정리

피타고라스 정리	직각삼각형 ABC에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라고 하면 $a^2+b^2=c^2$
직각삼각형이 되는 조건	세 변의 길이가 각각 a, b, c인 △ABC에서 $a^2+b^2=c^2$ 이 성립하면 △ABC는 ∠C=90°인 직각삼각형이다.

2 피타고라스 정리의 평면도형에의 활용

직사각형의 대각선의 길이	(1) 가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형의 대각선의 길이 l은 $l=\sqrt{a^2+b^2}$ (2) 한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이 l은 $l=\sqrt{2}a$
정삼각형의 높이	한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이 h는 $h=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

3 피타고라스 정리의 입체도형에의 활용

직육면체의 대각선의 길이	(1) 세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이 l은 $l=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ (2) 한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 대각선의 길이 l은 $l=\sqrt{3}a$

이번 단원에서 배운 용어와 기호

• 피타고라스 정리

만화로 보는 수학 이야기

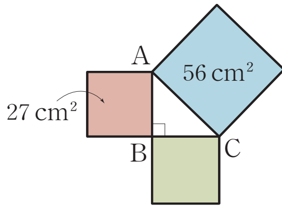
사다리의 길이는?

생각 키/우/기 공주는 필요한 사다리의 길이를 어떻게 구하였는지 말하여 보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이가 각각 27 cm², 56 cm²일 때, $\overline{BC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?



① 29 cm² ② 45 cm² ③ 51 cm²
④ 67 cm² ⑤ 83 cm²

2 $\angle C=90°$인 직각삼각형 ABC에서

$$\overline{AB}=5\text{ cm},\ \overline{AC}=2\text{ cm}$$

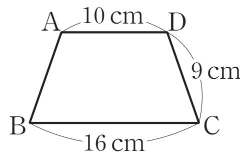
일 때, $\overline{BC}$의 길이는?

① 3 cm ② $\sqrt{21}$ cm ③ $3\sqrt{3}$ cm
④ $3\sqrt{5}$ cm ⑤ $3\sqrt{7}$ cm

3 좌표평면 위의 두 점 A(1, 2), B(5, −3) 사이의 거리는?

① $\sqrt{41}$ ② $\sqrt{42}$ ③ $\sqrt{43}$
④ $2\sqrt{11}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

4 오른쪽 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD의 높이는?

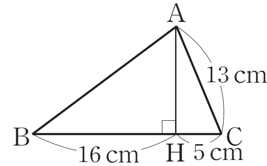


① $4\sqrt{2}$ cm ② $5\sqrt{2}$ cm ③ $6\sqrt{2}$ cm
④ $5\sqrt{3}$ cm ⑤ $6\sqrt{3}$ cm

5 △ABC의 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 직각삼각형인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

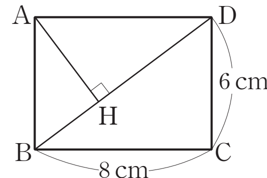
① 5, 5, $5\sqrt{2}$ ② 6, 8, 11
③ 5, 12, 13 ④ 7, 8, 9
⑤ 10, 10, $10\sqrt{3}$

6 다음 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{AB}$의 길이는?



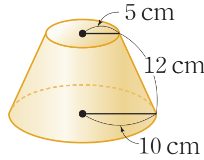
① 16 cm ② 17 cm ③ 18 cm
④ 19 cm ⑤ 20 cm

7 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 8 cm, 6 cm인 직사각형 ABCD의 꼭짓점 A에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\overline{AH}$의 길이는?



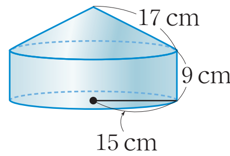
① $\frac{23}{10}$ cm ② $\frac{12}{5}$ cm ③ $\frac{27}{10}$ cm
④ $\frac{43}{15}$ cm ⑤ $\frac{24}{5}$ cm

8 오른쪽 그림과 같은 원뿔대의 높이는?



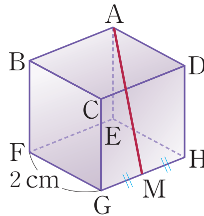
① 7 cm ② 8 cm
③ $\sqrt{119}$ cm ④ $2\sqrt{30}$ cm
⑤ $3\sqrt{17}$ cm

9 오른쪽 그림과 같은 입체도형의 부피는?



① 1025π cm^3 ② 1275π cm^3
③ 2625π cm^3 ④ 3075π cm^3
⑤ 3825π cm^3

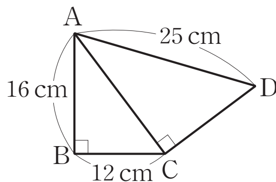
10 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2 cm인 정육면체에서 $\overline{GH}$의 중점을 M이라고 할 때, $\overline{AM}$의 길이는?



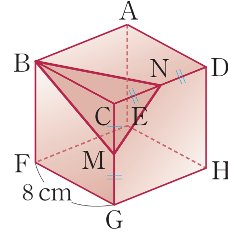
① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm
④ 5 cm ⑤ 6 cm

서/답/형

11 다음 그림에서 $\overline{CD}$의 길이를 구하여라.

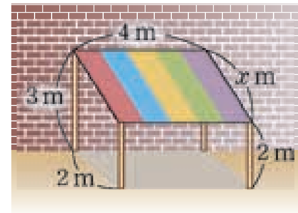


12 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 cm인 정육면체에서 $\overline{CG}$, $\overline{CD}$의 중점을 각각 M, N이라고 할 때, △BMN의 넓이를 구하여라.



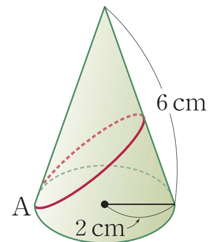
|서술형|

13 혜진이네는 주차장을 만들기 위하여 다음 그림과 같이 담 옆에 4 m의 폭으로 직사각형 모양의 차양을 치려고 한다. 이때 x의 값과 차양을 만드는 데 필요한 천의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



|서술형|

14 오른쪽 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 2 cm이고, 모선의 길이가 6 cm인 원뿔이 있다. 이 밑면의 원주 위의 한 점 A에서 옆면을 한 바퀴 돌아 다시 점 A로 오는 최단 거리를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



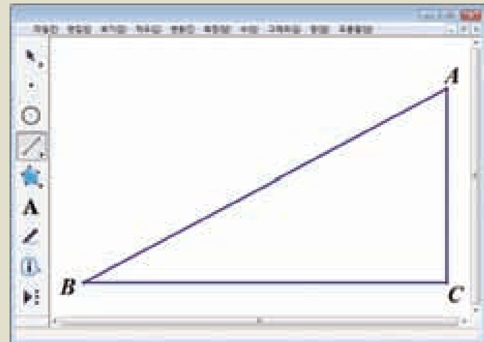
컴퓨터의 활용

컴퓨터로 피타고라스 정리를 확인하여 보자.

도형과 관련된 적절한 프로그램을 이용하여 직각삼각형에서 피타고라스 정리가 성립함을 확인하여 보자.

1 **$\angle C=90°$인 직각삼각형을 그려 보자.**

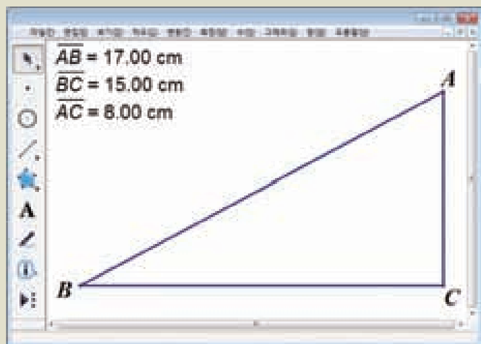
아이콘 [아이콘]을 클릭하여 $\overline{BC}$를 그린 후, 점 C를 클릭하고 키보드에서 [⇧Shift]를 누르면서 마우스를 $\overline{BC}$와 수직인 방향으로 움직여 $\overline{CA}$를 그린다. 이제 $\overline{AB}$를 그리면 $\triangle ABC$는 $\angle C=90°$인 직각삼각형이 된다.

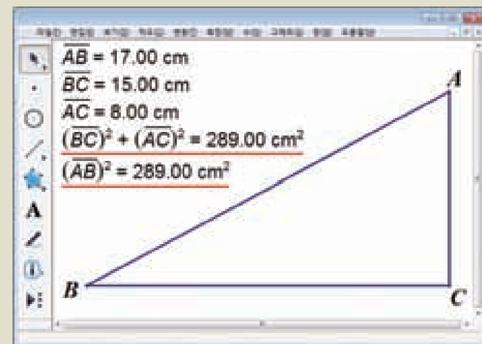


2 **$\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$과 $\overline{AB}^2$의 값을 각각 구하고, 비교하여 보자.**

아이콘 [아이콘]을 선택한 후 메뉴에서 [측정] – [길이]를 클릭하여 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$의 길이를 구한 후, [수] – [계산]을 클릭하여 계산식을 적고 확인을 누르면 $\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$과 $\overline{AB}^2$의 값이 구해진다.

이때 $\overline{BC}^2+\overline{AC}^2=\overline{AB}^2$임을 확인할 수 있다. 즉, 직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리가 성립함을 알 수 있다.





피타고라스도 모르는 말도 안 되는 이야기

라이[1]-타고라스는 피타고라스가 피타고라스 정리로 유명해진 것을 부러워하고 있었다. 그러던 중 그는 '내가 피타고라스 정리보다 더 쉬운 정리를 만들면 나도 피타고라스처럼 유명해질 수 있을 거야.' 라고 생각하였다. 그래서 피타고라스 정리보다 더 쉬운 정리가 없을지 고민하다 다음과 같은 생각을 하게 되었다.

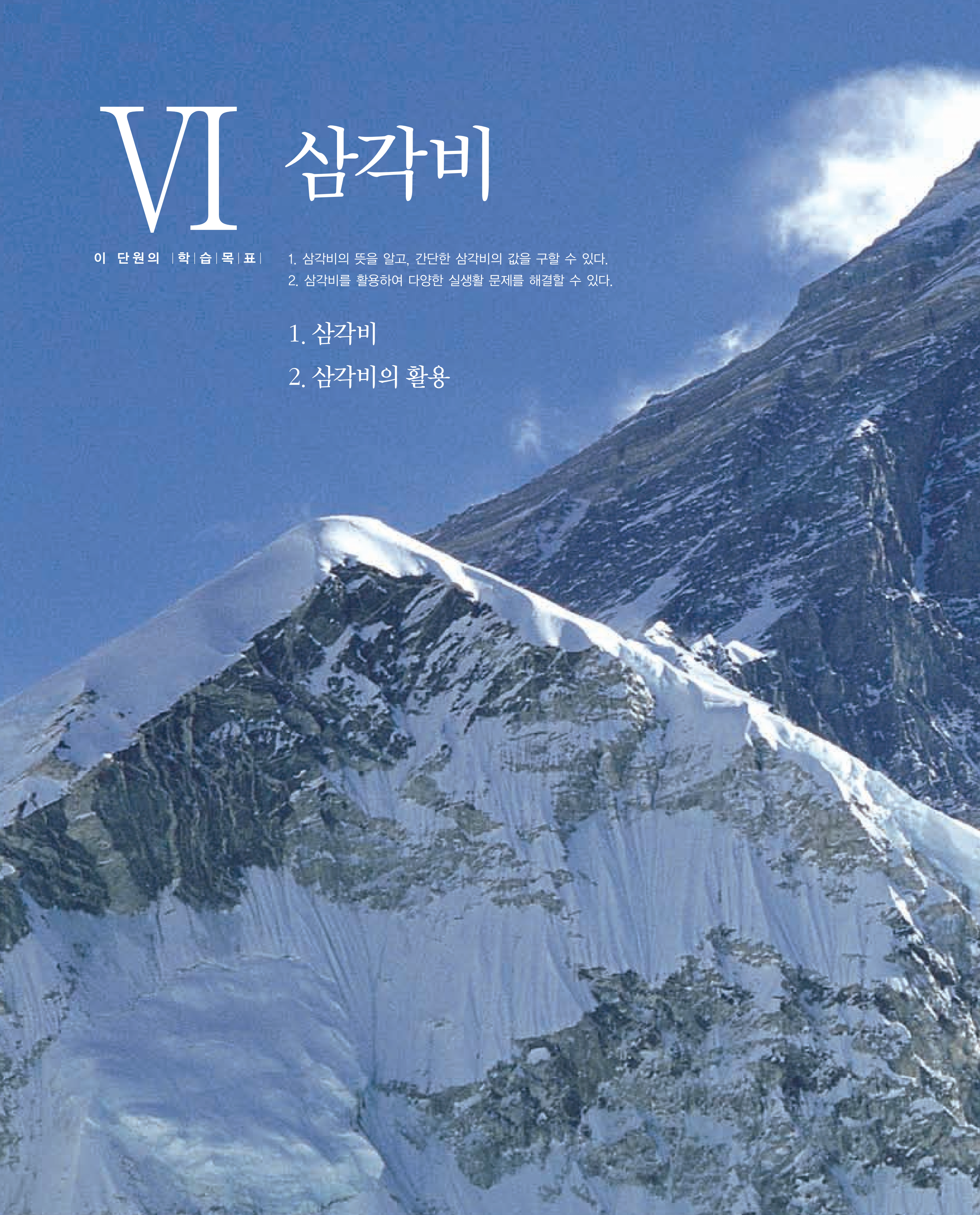
세 수 3, 4, 5는 피타고라스 정리를 만족시키는 동시에 $3^2=4+5$이다. 또 피타고라스 정리를 만족시키는 세 수 5, 12, 13과 7, 24, 25도 각각 $5^2=12+13$, $7^2=24+25$를 만족시킨다는 것을 알고는 세 수 사이의 관계식을 찾았다고 생각하였다. 그래서 자신의 이름을 붙여 다음과 같은 정리를 만들었다.

라이-타고라스 정리
피타고라스 정리를 만족시키는 세 수 중에서 가장 작은 수를 제곱한 것은 나머지 두 수의 합과 같다. 즉, a, b, c가 피타고라스 정리를 만족시키고 a가 가장 작은 수이면

$$a^2=b+c$$

그리고 자신이 잘 아는 수학자에게 달려가 이 정리에 대해 말하고 문제가 없는지 물었다. 하지만 6, 8, 10의 경우 $10^2=6^2+8^2$이지만 $6^2\neq10+8$이기 때문에 이 정리는 옳지 않다며 수학자는 웃었다.

[1] lie: 거짓말



VI 삼각비

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 삼각비의 뜻을 알고, 간단한 삼각비의 값을 구할 수 있다.
2. 삼각비를 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.

영국은 19세기에 당시 식민지였던 인도 대륙의 지도를 만들기 위한 '대삼각 측량(Great Trigonometrical Survey)' 사업에서 땅을 삼각형으로 나눈 후 삼각비를 사용하여 직접 측량하기 어려운 거리를 계산하였다. 이 측량 사업은 컴퓨터나 인공위성을 이용한 위치 측정 시스템(GPS)이 개발되기 전에 과학계에서 이루어진 가장 어려운 작업 중의 하나였다고 한다.

이 측량으로 에베레스트 산이 세계에서 가장 높은 산이라 밝혀졌고, 산의 이름은 이 사업의 책임자였던 조지 에베레스트(George Everest)의 이름을 따서 지어졌다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용

[초5~6학년군]
평면도형의 넓이

[중1~3학년군]
도형의 닮음
피타고라스 정리

이 단원에서 공부할 내용

1. 삼각비
   삼각비의 뜻
   삼각비의 값
2. 삼각비의 활용
   거리 구하기
   넓이 구하기

이후에 배울 내용

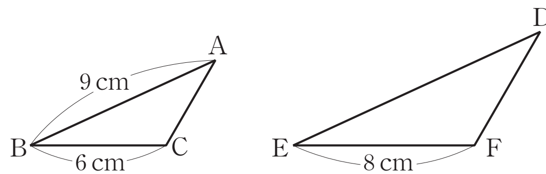
[미적분 II]
삼각함수

1 삼각비

준 | 비 | 학 | 습

평면도형에서 닮음의 성질
두 닮은 평면도형에서
- 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.
- 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

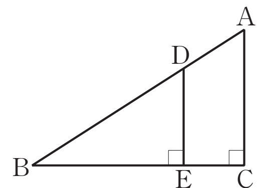
1 아래 그림에서 △ABC∽△DEF일 때, 다음을 구하여라.



(1) △ABC와 △DEF의 닮음비
(2) $\overline{DE}$의 길이

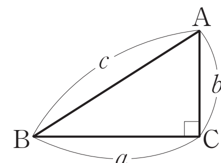
삼각형의 닮음조건
- 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같을 때
- 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때
- 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같을 때

2 오른쪽 그림에서 △ABC와 △DBE가 서로 닮음인 이유를 말하여라.



피타고라스 정리
직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라고 하면
$$a^2+b^2=c^2$$
이다.

3 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.



(1) $a^2+b^2=$ □
(2) $a=\sqrt{□}$
(3) $b=\sqrt{□}$

1-1 삼각비의 뜻

● 삼각비의 뜻을 안다.

삼각비란 무엇인가?

창의력 기르기

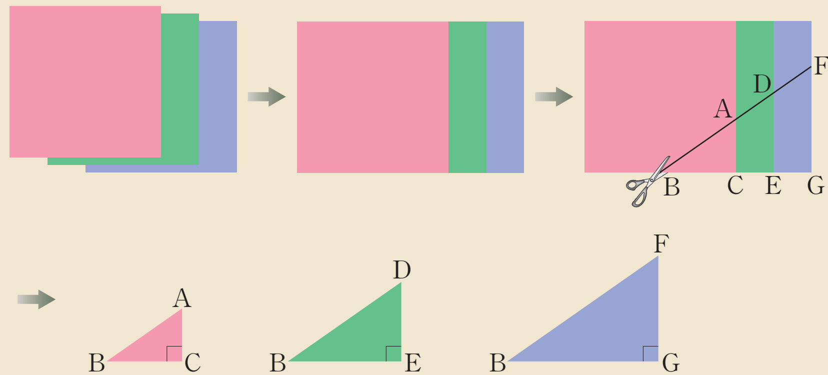
피라미드의 높이

사각뿔 모양의 거대한 건축물인 피라미드는 현대의 최신식 기술과 장비를 가지고도 만들기 힘들 만큼 정교하고 불가사의한 구조물이다. 한편 고대 그리스의 수학자 탈레스 (Thales : ?B.C. 624～?B.C. 546)는 막대기와 피라미드의 그림자의 길이로 구한 닮음비를 이용하여 피라미드의 높이를 구하였다고 한다.

탐구 활동

●준비물
색종이, 가위

정사각형 모양의 색종이 세 장을 나란히 겹친 후 다음 그림과 같이 잘라서 ∠B를 공통으로 가지는 직각삼각형을 만든다. 이때 생긴 세 개의 삼각형에 대하여 물음에 답하여 보자.

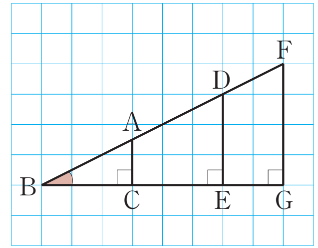


1 세 삼각형은 서로 닮은 도형인가?

2 세 삼각형에 대하여 다음 값이 일정한가?

(1) $\dfrac{(\text{높이})}{(\text{빗변의 길이})}$ (2) $\dfrac{(\text{밑변의 길이})}{(\text{빗변의 길이})}$ (3) $\dfrac{(\text{높이})}{(\text{밑변의 길이})}$

직각삼각형에서 두 변의 길이의 비에 대하여 알아보자.



오른쪽 그림에서 직각삼각형 ABC, DBE, FBG는 ∠B를 공통으로 가지므로 서로 닮은 도형이다.

따라서 이들 삼각형에서 대응하는 변의 길이의 비는 각각 같으므로 다음이 성립한다.

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{DE}}{\overline{DB}}=\frac{\overline{FG}}{\overline{FB}}$$

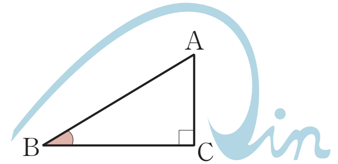
$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{BE}}{\overline{DB}}=\frac{\overline{BG}}{\overline{FB}}$$

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{DE}}{\overline{BE}}=\frac{\overline{FG}}{\overline{BG}}$$

일반적으로 ∠C=90°인 직각삼각형 ABC에서 ∠B의 크기가 정해지면 직각삼각형의 크기에 관계없이

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}},\quad \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}},\quad \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

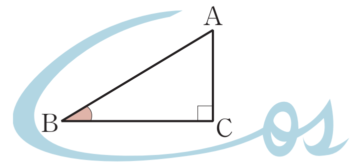
의 값은 일정하다.



이때 $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{(\text{높이})}{(\text{빗변의 길이})}$를 ∠B의 **사인**이라 하고, 이것을 기호로

sin *B*

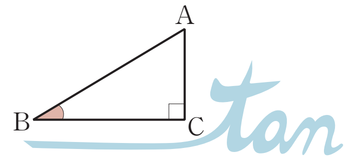
와 같이 나타낸다.



또 $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{(\text{밑변의 길이})}{(\text{빗변의 길이})}$를 ∠B의 **코사인**이라 하고, 이것을 기호로

cos *B*

와 같이 나타낸다.



마찬가지로 $\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{(\text{높이})}{(\text{밑변의 길이})}$를 ∠B의 **탄젠트**라 하고, 이것을 기호로

tan *B*

와 같이 나타낸다.

그리고 sin *B*, cos *B*, tan *B*를 통틀어 ∠B의 **삼각비**라고 한다.

참고 sin, cos, tan는 각각 sine, cosine, tangent의 약자이고, *B*는 ∠B의 크기를 나타낸다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

$\sin A=\frac{a}{c}$

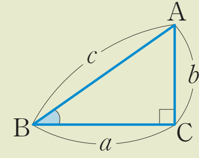
$\cos A=\frac{b}{c}$

$\tan A=\frac{a}{b}$

삼각비

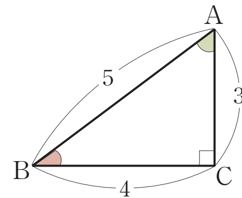
$\angle C=90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$의 대변의 길이를 각각 a, b, c라고 하면

$$\sin B=\frac{b}{c},\ \cos B=\frac{a}{c},\ \tan B=\frac{b}{a}$$



예 제 1

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$, $\angle B$의 삼각비의 값을 각각 구하여라.



풀이 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$, $\angle B$의 삼각비의 값은 각각 다음과 같다.

$$\sin A=\frac{4}{5},\ \cos A=\frac{3}{5},\ \tan A=\frac{4}{3}$$

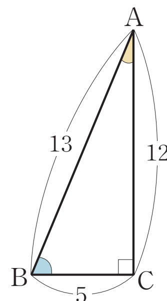
$$\sin B=\frac{3}{5},\ \cos B=\frac{4}{5},\ \tan B=\frac{3}{4}$$

답 $\sin A=\frac{4}{5}$, $\cos A=\frac{3}{5}$, $\tan A=\frac{4}{3}$

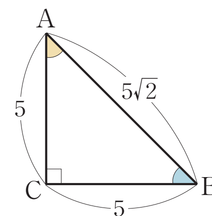
$\sin B=\frac{3}{5}$, $\cos B=\frac{4}{5}$, $\tan B=\frac{3}{4}$

문 제 1 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$, $\angle B$의 삼각비의 값을 각각 구하여라.

(1)

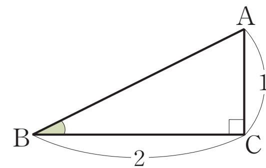


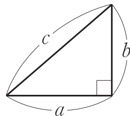
(2)



예제 2

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 ∠B의 삼각비의 값을 구하여라.





$a=\sqrt{c^2-b^2}$
$b=\sqrt{c^2-a^2}$
$c=\sqrt{a^2+b^2}$

풀이 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로

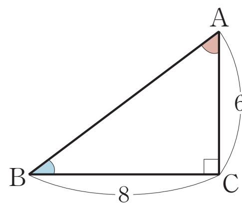
$$\sin B=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5},\ \cos B=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5},\ \tan B=\frac{1}{2}$$

답 $\sin B=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos B=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\tan B=\frac{1}{2}$

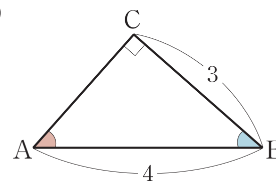
문제 2

다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 ∠A, ∠B의 삼각비의 값을 각각 구하여라.

(1)

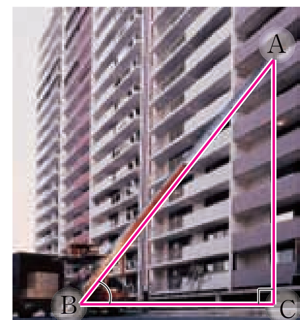


(2)



발전 문제 3

오른쪽 그림에서 ∠C=90°이고 $\tan B=\frac{4}{3}$일 때, $\sin B$, $\cos B$의 값을 구하여라.



문제해결 ∠C=90°인 △ABC에서 $\sin A$와 $\cos A$의 값이 같은 경우 △ABC는 어떤 삼각형인지 말하여 보자.

1-2 삼각비의 값

● 간단한 삼각비의 값을 구할 수 있다.

30°, 45°, 60°의 삼각비의 값은 어떻게 구하는가?

창의력 기르기

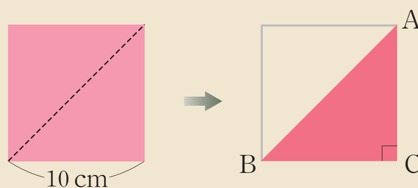
종이접기

종이접기는 종이를 접어서 학, 비행기, 배 등의 여러 가지 모양을 만드는 놀이이다. 종이접기는 손에서 손으로 전승되어 왔기 때문에 정확한 기원은 알 수 없지만, 각 국가에서 다양하게 발전해 오고 있다. 우리나라의 경우에도 장신구와 생활용품 등에 종이접기가 활용되었으며 지금까지 종이접기가 전해져 오고 있다.

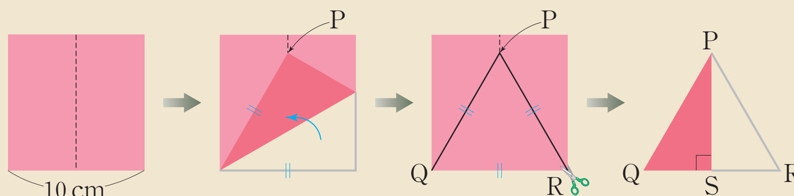
탐구 활동

●준비물
색종이, 가위

한 변의 길이가 10 cm인 정사각형 모양의 색종이를 대각선을 따라 반으로 접으면 직각삼각형 ABC가 생긴다.



또한 한 변의 길이가 10 cm인 정사각형 모양의 색종이를 접어서 정삼각형 PQR를 만들고 자른 후, 꼭짓점 Q와 R가 겹쳐지도록 접으면 직각삼각형 PQS가 생긴다.



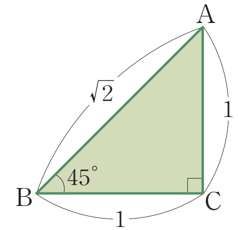
다음 물음에 답하여 보자.

1 직각삼각형 ABC의 세 내각의 크기를 말하여 보자.

2 직각삼각형 PQS의 세 내각의 크기를 말하여 보자.

3 직각삼각형 ABC와 직각삼각형 PQS에서 ∠A, ∠B, ∠P, ∠Q의 삼각비의 값을 어떻게 구할 수 있는지 말하여 보자.

오른쪽 그림과 같이 한 각의 크기가 45°인 직각이등변삼각형 ABC에서 직각을 낀 변의 길이가 1이면 빗변 AB의 길이는 피타고라스 정리에 의하여 $\sqrt{2}$가 된다.



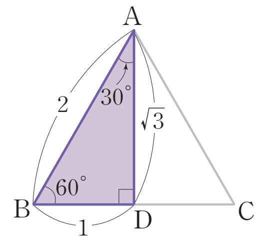
따라서 다음을 알 수 있다.

$$\sin 45° = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

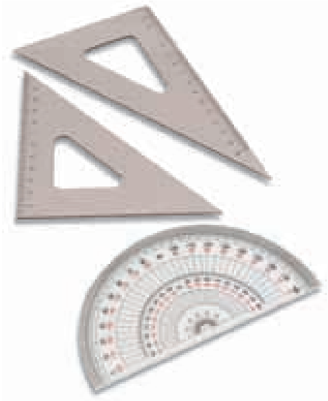
$$\cos 45° = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45° = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{1}{1} = 1$$

또 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 대변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 하면 세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 직각삼각형 ABD를 얻는다.



이때 $\overline{AB}=2$, $\overline{BD}=1$이므로 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{AD}=\sqrt{3}$이 된다.



따라서 다음을 알 수 있다.

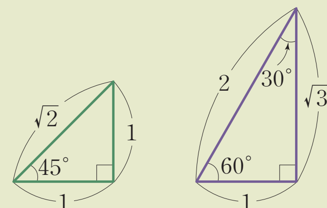
$$\sin 30° = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \frac{1}{2},\ \cos 30° = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{3}}{2},\ \tan 30° = \frac{\overline{BD}}{\overline{AD}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin 60° = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{3}}{2},\ \cos 60° = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \frac{1}{2},\ \tan 60° = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

이상을 정리하면 다음과 같다.

30°, 45°, 60°의 삼각비의 값

삼각비 / A	$\sin A$	$\cos A$	$\tan A$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$



예 제 1

다음을 계산하여라.

(1) $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ$　　(2) $\tan 30^\circ \times \sin 60^\circ$

● 풀이　(1) $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

(2) $\tan 30^\circ \times \sin 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

답 ● (1) $\sqrt{2}$　(2) $\dfrac{1}{2}$

문 제 1

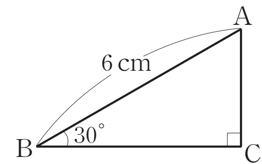
다음을 계산하여라.

(1) $\sin 30^\circ + \cos 30^\circ$　　(2) $\cos 60^\circ - \sin 30^\circ$

(3) $\tan 30^\circ \times \tan 60^\circ$　　(4) $\tan 45^\circ \div \cos 30^\circ$

예 제 2

오른쪽 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle B = 30^\circ$, $\overline{AB} = 6$ cm일 때, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



● 풀이　$\sin 30^\circ = \dfrac{\overline{AC}}{6}$이므로　$\overline{AC} = 6 \sin 30^\circ = 6 \times \dfrac{1}{2} = 3$(cm)

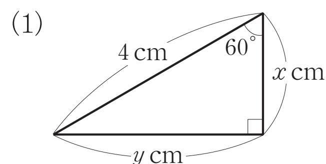
$\cos 30^\circ = \dfrac{\overline{BC}}{6}$이므로　$\overline{BC} = 6 \cos 30^\circ = 6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$(cm)

답 ● $\overline{AC} = 3$ cm, $\overline{BC} = 3\sqrt{3}$ cm

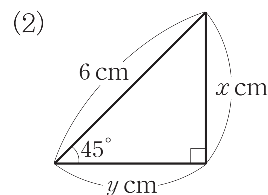
문 제 2

다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x, y의 값을 구하여라.

(1)



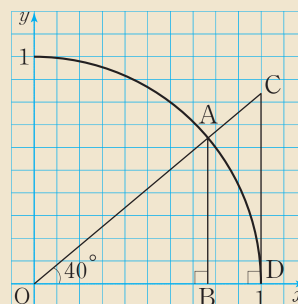
(2)



임의의 예각에 대한 삼각비의 값은 어떻게 구하는가?

탐구 활동

오른쪽 그림은 좌표평면 위에 점 O를 중심으로 하여 반지름의 길이가 1인 사분원을 그린 것이다. ∠AOB의 크기가 40°일 때, 다음 물음에 답하여 보자.

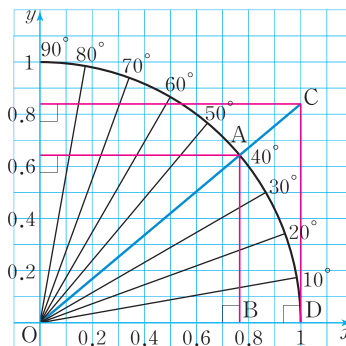


1 $\overline{OA}$의 길이를 구하여 보자.

2 △AOB의 세 변의 길이 중에서 $\sin 40^\circ$, $\cos 40^\circ$의 값과 같은 것을 각각 찾아보자.

3 △COD의 세 변의 길이 중에서 $\tan 40^\circ$의 값과 같은 것을 찾아보자.

탐구 활동의 그림과 같이 좌표평면 위에 원점 O를 중심으로 하여 반지름의 길이가 1인 사분원을 그리면 여러 가지 크기의 예각에 대한 삼각비의 값을 구할 수 있다.



오른쪽 그림과 같이 x축과 40°의 각을 이루는 직선과 반지름의 길이가 1인 사분원과의 교점을 A라 하고, 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 B라고 하면 직각삼각형 AOB에서 $\overline{OA}=1$이다.

따라서 $\sin 40^\circ$와 $\cos 40^\circ$의 값은 모눈의 눈금을 읽어 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\sin 40^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=0.64$$

$$\cos 40^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=0.77$$

또 사분원과 x축과의 교점 D에서 x축에 수직인 직선을 그어 $\overline{OA}$의 연장선과 만나는 점을 C라고 하면 직각삼각형 COD에서 $\overline{OD}=1$이다.

따라서 $\tan 40^\circ$의 값은 모눈의 눈금을 읽어 다음과 같음을 알 수 있다.

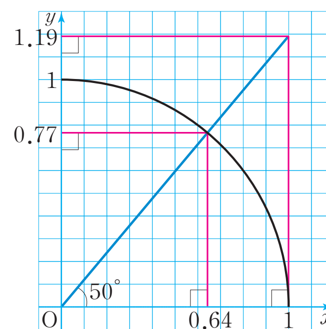
$$\tan 40^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}=0.84$$

문제 3 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위의 원점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 사분원이 있다. 다음 삼각비의 값을 구하여라.

(1) $\sin 50^\circ$

(2) $\cos 50^\circ$

(3) $\tan 50^\circ$

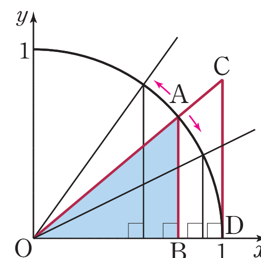


0°와 90°의 삼각비의 값을 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 사분원 안의 직각삼각형 AOB에서 ∠AOB의 사인, 코사인, 탄젠트의 값은 각각

$$\overline{AB},\quad \overline{OB},\quad \overline{CD}$$

의 길이와 같다.



따라서 ∠AOB의 크기가 0°에 가까워지면 $\overline{AB}$의 길이는 0에, $\overline{OB}$의 길이는 1에, $\overline{CD}$의 길이는 0에 가까워지므로 0°의 삼각비의 값은 다음과 같이 정한다.

$$\sin 0^\circ=0,\quad \cos 0^\circ=1,\quad \tan 0^\circ=0$$

또 ∠AOB의 크기가 90°에 가까워지면 $\overline{AB}$의 길이는 1에, $\overline{OB}$의 길이는 0에 가까워지므로 90°의 삼각비의 값은 다음과 같이 정한다.

$$\sin 90^\circ=1,\quad \cos 90^\circ=0$$

그러나 ∠AOB의 크기가 90°에 가까워지면 $\overline{CD}$의 길이는 한없이 길어지므로 $\tan 90^\circ$의 값은 정할 수 없다.

문제 4 다음을 계산하여라.

(1) $\sin 0^\circ\times\cos 90^\circ+\tan 45^\circ\times\cos 0^\circ$

(2) $\sin 90^\circ\times\cos 60^\circ-\tan 30^\circ\times\tan 60^\circ$

삼각비의 표는 삼각비의 값을 반올림하여 소수 넷째 자리까지 나타낸 것이다.

삼각비의 값을 구할 수 있는 계산기에서

을 차례로 누르면 창에 sin 24°의 값이 나타난다.

0°에서 90° 사이의 각에 대한 삼각비의 값은 이 책의 부록에 있는 삼각비의 표를 이용하여 구할 수 있다.

이를테면 삼각비의 표에서 sin 24°의 값은 24°의 가로줄과 사인(sin)의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수와 같다.

각도	사인(sin)	코사인(cos)	탄젠트(tan)
0°	0.0000	1.0000	0.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175
2°	0.0349	0.9994	0.0349
3°	0.0523	0.9986	0.0524
⋮	⋮	⋮	⋮
24°	0.4067	0.9135	0.4452
25°	0.4226	0.9063	0.4663
26°	0.4384	0.8988	0.4877
⋮	⋮	⋮	⋮

즉,

$$\sin 24^\circ = 0.4067$$

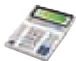
이다. 같은 방법으로 나머지 삼각비의 값을 구하면

$$\cos 24^\circ = 0.9135, \quad \tan 24^\circ = 0.4452$$

이다.

참고 삼각비의 표에 있는 삼각비의 값은 대부분 반올림한 값이지만 이 값을 나타낼 때에는 '='를 사용한다.

문제 5



삼각비의 표를 이용하여 다음 값을 구하여라. 또 계산기를 이용하여 다음 값을 구하고, 그 값을 반올림하여 소수 넷째 자리까지 나타내어라.

(1) $\sin 12^\circ$　　(2) $\cos 47^\circ$　　(3) $\tan 76^\circ$

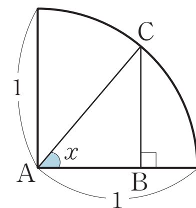
추론

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 사분원이 있다. 이 그림을 이용하여 다음의 각 경우에 $\sin x$와 $\cos x$의 값의 대소를 비교하여 보자.

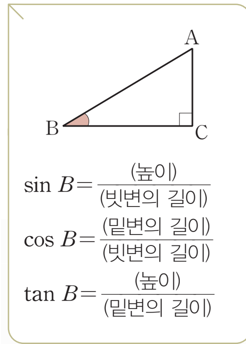
(1) $x=45^\circ$인 경우

(2) $0^\circ < x < 45^\circ$인 경우

(3) $45^\circ < x < 90^\circ$인 경우

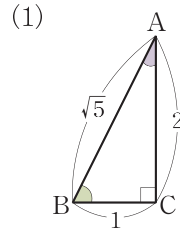


중/단/원 기초

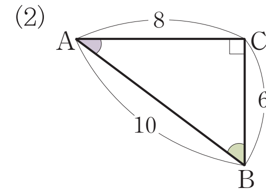


1 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 ∠A, ∠B의 삼각비의 값을 각각 구하여라.

(1)



(2)



A / 삼각비	30°	45°	60°
sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan A	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

2 다음을 계산하여라.

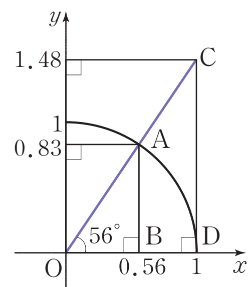
(1) $\sin 60° + \cos 60°$

(2) $\cos 60° - \tan 45°$

(3) $\sin 90° \times \tan 30°$

(4) $\cos 0° \times \sin 45°$

3 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 사분원이 있다. ∠AOB=56°일 때, 다음 삼각비의 값을 구하여라.



(1) $\sin 56°$

(2) $\cos 56°$

(3) $\tan 56°$

4 삼각비의 표를 이용하여 다음 값을 구하여라.

(1) $\sin 53°$

(2) $\cos 66°$

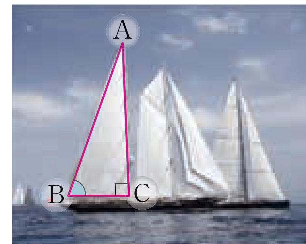
(3) $\tan 79°$

중/단/원 기본

수준별

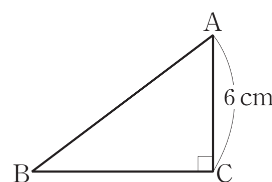
삼각비의 뜻

1 오른쪽 그림은 직각삼각형 모양의 돛을 단 요트이다. $\cos B=\frac{1}{3}$일 때, $\sin B$, $\tan B$의 값을 구하여라.



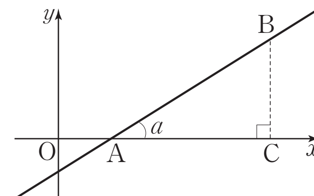
삼각비의 뜻

2 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=6$ cm이고 $\cos A=\frac{3}{5}$일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



삼각비의 뜻

3 오른쪽 그림에서 직선 AB의 기울기가 $\frac{5}{8}$일 때, $\tan a$의 값을 구하여라.



삼각비의 값

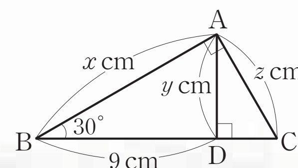
4 다음을 계산하여라.

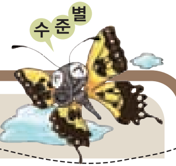
(1) $\sin 30^\circ+\cos 90^\circ+\tan 45^\circ-\sin 90^\circ$

(2) $\sin 45^\circ\times\tan 30^\circ-\cos 0^\circ\times\tan 60^\circ$

삼각비의 값

5 오른쪽 그림에서 x, y, z의 값을 각각 구하여라.

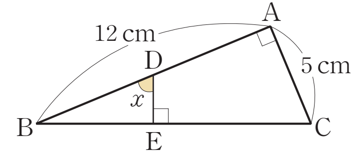




중/단/원 실력

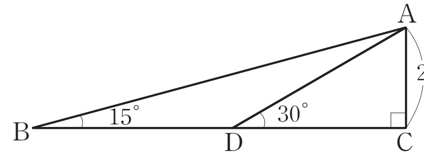
• 닮음인 두 삼각형을 찾아 본다.

1 오른쪽 그림에서 $\cos x$의 값을 구하여라.

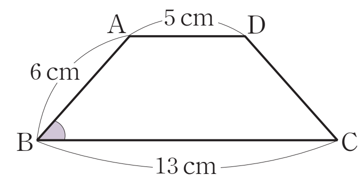


• ∠BAD의 크기를 구하여 본다.

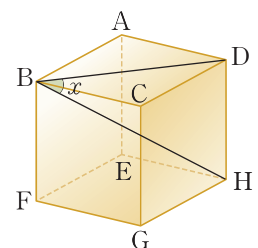
2 다음 그림을 이용하여 $\tan 15°$의 값을 구하여라.



3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}=6$ cm, $\overline{AD}=5$ cm, $\overline{BC}=13$ cm일 때, $\tan B$의 값을 구하여라.



4 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 1인 정육면체에서 $\angle HBD=x$일 때, $\cos x$의 값을 구하여라.



2 삼각비의 활용

준비학습

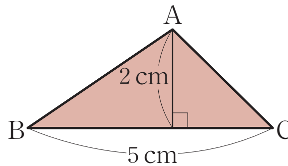
삼각형의 넓이

(삼각형의 넓이)

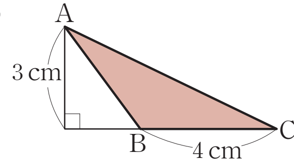
$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(높이)

1 다음 그림과 같은 삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.

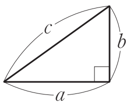
(1)



(2)



피타고라스 정리



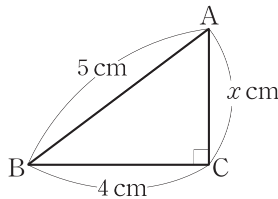
$a=\sqrt{c^2-b^2}$

$b=\sqrt{c^2-a^2}$

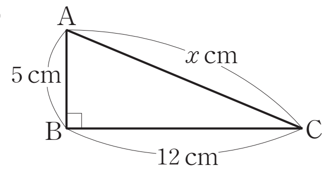
$c=\sqrt{a^2+b^2}$

2 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



삼각비의 값

삼각비 \ A	30°	45°	60°
$\sin A$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan A$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

3 다음을 계산하여라.

(1) $\sin 45^\circ+\cos 30^\circ$

(2) $2\sin 30^\circ-3\tan 60^\circ$

(3) $\cos 60^\circ\times\tan 30^\circ$

2-1 거리 구하기

● 삼각비를 활용하여 거리를 구할 수 있다.

삼각비를 활용하여 거리를 어떻게 구하는가?

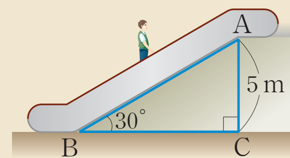
창의력 기르기

에스컬레이터의 경사

계단이나 에스컬레이터를 설계할 때에는 사람들이 안정감을 가지고 편안하게 이용할 수 있도록 인체 구조를 고려한다. 사람의 발바닥 길이를 220∼280 mm라고 하면 발을 들어 올릴 때 부담이 적은 높이는 130∼180 mm라고 한다. 이를 바탕으로 계단이나 에스컬레이터의 경사를 30° 내외로 하는 경우가 많다.

탐구 활동

오른쪽 그림과 같이 높이가 5 m이고 경사가 30°인 에스컬레이터를 설치하려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

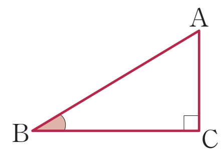


1 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 길이 사이의 관계를 삼각비를 이용하여 나타내어 보자.

2 삼각비를 이용하여 $\overline{AB}$의 길이를 구하는 방법을 말하여 보자.

삼각비를 활용하면 직접 잴 수 없는 두 지점 사이의 거리를 구할 수 있다.

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$의 길이와 ∠B의 크기를 알고 있을 때, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 길이는 다음과 같이 구할 수 있다.



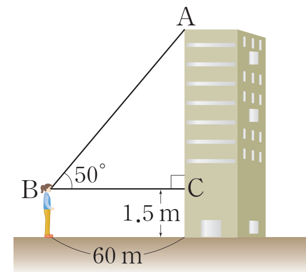
$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\sin B \Rightarrow \overline{AC}=\overline{AB}\sin B$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\cos B \Rightarrow \overline{BC}=\overline{AB}\cos B$$

이와 같이 직각삼각형에서 한 변의 길이와 한 예각의 크기를 알 때, 삼각비를 이용하여 나머지 두 변의 길이를 구할 수 있다.

예 제 1

현진이가 어떤 건물로부터 60 m 떨어진 곳에서 건물의 꼭대기를 올려다본 각도가 $50°$이었다. 현진이의 눈높이가 1.5 m일 때, 건물의 높이를 구하여라.



● 풀이 $\triangle ABC$는 직각삼각형이므로

$$\tan 50° = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AC}}{60}$$

$$\overline{AC} = 60 \tan 50°$$

삼각비의 표에서 $\tan 50° = 1.1918$이므로

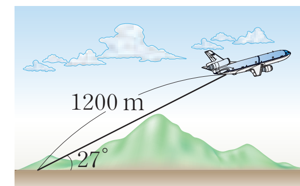
$$\overline{AC} = 60 \times 1.1918 = 71.508(\text{m})$$

따라서 건물의 높이는 $71.508 + 1.5 = 73.008(\text{m})$

답 ● 73.008 m

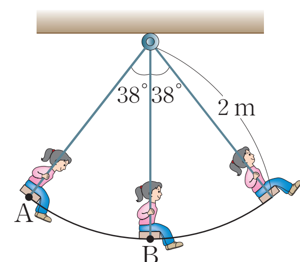
문제 1

오른쪽 그림과 같이 비행기가 이륙한 후 $27°$의 각도로 1200 m의 거리를 비행하였다. 이때 비행기는 지상으로부터 몇 m의 높이에 있겠는가?



발전 **문제 2**

오른쪽 그림과 같이 줄의 길이가 2 m인 그네가 앞뒤로 $38°$씩 흔들렸을 때, A 지점은 B 지점보다 몇 m 더 높은지 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하여라.

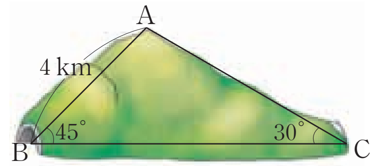


예 제 2

오른쪽 그림과 같이 산을 통과하는 터널을 만들려고 한다. 산꼭대기를 A라 하고, 터널의 양쪽 끝을 B, C라고 할 때,

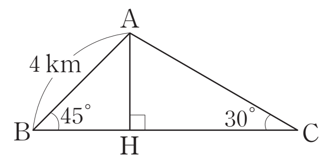
$\overline{AB}=4$ km, $\angle B=45°$, $\angle C=30°$

이다. 이 터널의 길이를 구하여라.



직각삼각형이 아닌 삼각형에서 한 변의 길이와 두 각의 크기를 알면 삼각비를 이용하여 나머지 두 변의 길이를 구할 수 있다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 직각삼각형 ABH에서



$$\cos 45° = \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BH}}{4}$$

이므로 $\overline{BH} = 4\cos 45° = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$ (km)

$\triangle$ABH는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{AH} = \overline{BH} = 2\sqrt{2}$ (km)

직각삼각형 ACH에서 $\tan 30° = \frac{\overline{AH}}{\overline{CH}} = \frac{2\sqrt{2}}{\overline{CH}}$ 이므로

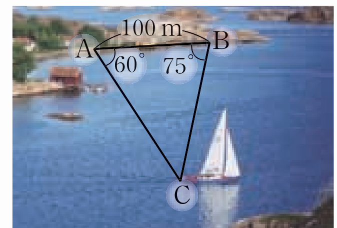
$$\overline{CH} = \frac{2\sqrt{2}}{\tan 30°} = 2\sqrt{2} \div \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{6}\ (\text{km})$$

따라서 터널의 길이는 $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$ (km)

답 $(2\sqrt{2} + 2\sqrt{6})$ km

문 제 3

오른쪽 그림과 같이 바닷가의 두 지점 A, B 사이의 거리는 100 m이다. 두 지점 A, B에서 바다에 있는 배를 바라본 각도가 각각 60°, 75°일 때, 각 지점에서 배까지의 거리를 반올림하여 소수 첫째 자리까지 구하여라.



창의 UP

현우는 지상으로부터 3 km 높이에서 일직선으로 다가오고 있는 경비행기의 평균 속력을 구하려고 올려다본 각도를 재어 보았다. 처음 올려다본 각도는 40°이고 20초 후에 올려다본 각도는 50°이었다. 이 상황을 그림으로 그려 보고, 경비행기의 평균 속력(km/s)을 구하는 방법을 설명하여라. (단, $\tan 40° = 0.8$, $\tan 50° = 1.2$이고, 현우의 키는 생각하지 않는다.)

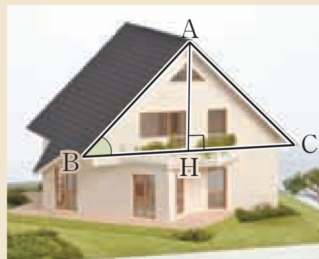
2-2 넓이 구하기

● 삼각비를 활용하여 도형의 넓이를 구할 수 있다.

삼각비를 활용하여 도형의 넓이를 어떻게 구하는가?

탐구 활동

오른쪽 그림과 같은 △ABC에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.



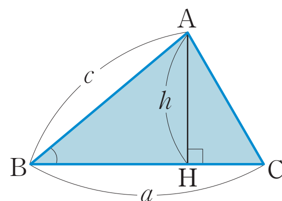
1 △ABC의 높이 $\overline{AH}$를 $\sin B$를 이용하여 나타내어 보자.

2 삼각비를 이용하여 △ABC의 넓이를 어떻게 구하는지 말하여 보자.

△ABC에서 두 변의 길이 a, c와 그 끼인각 ∠B의 크기를 알 때, △ABC의 넓이 S를 구하여 보자.

직각보다 작은 각을 예각이라 하고, 직각보다 크고 평각보다 작은 각을 둔각이라고 한다.

(1) ∠B가 예각인 경우



오른쪽 그림과 같이 △ABC의 꼭짓점 A에서 밑변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{AH}$의 길이를 h라고 하자.

△ABH에서 $\sin B=\dfrac{h}{c}$이므로

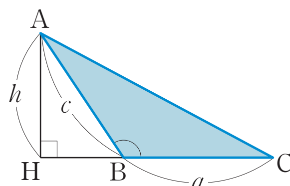
$$h=c\sin B$$

이다.

따라서 △ABC의 넓이 S는 다음과 같다.

$$S=\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}ac\sin B$$

(2) ∠B가 둔각인 경우



오른쪽 그림과 같이 △ABC의 꼭짓점 A에서 밑변 BC의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{AH}$의 길이를 h라고 하자.

$\triangle$ABH에서 $\sin(180^\circ - B) = \dfrac{h}{c}$ 이므로

$$h = c\sin(180^\circ - B)$$

이다.

따라서 $\triangle$ABC의 넓이 S는 다음과 같다.

$$S = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}ac\sin(180^\circ - B)$$

이상을 정리하면 다음과 같다.

삼각형의 넓이

$\triangle$ABC에서 두 변의 길이 a, c와 그 끼인각 $\angle$B의 크기를 알 때, 이 삼각형의 넓이 S는

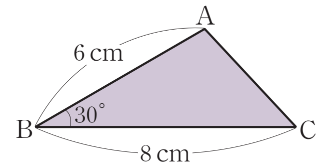
(1) $\angle$B가 예각이면 $S = \dfrac{1}{2}ac\sin B$

(2) $\angle$B가 둔각이면 $S = \dfrac{1}{2}ac\sin(180^\circ - B)$

$\angle$B가 직각이면
$S = \dfrac{1}{2} \times$(밑변의 길이)$\times$(높이)
$= \dfrac{1}{2}ac$

예 제 1

오른쪽 그림과 같이 두 변의 길이가 각각 6 cm, 8 cm이고, 그 끼인각의 크기가 30°인 $\triangle$ABC의 넓이를 구하여라.



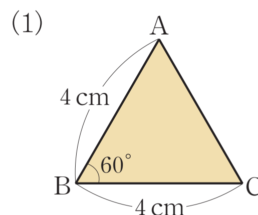
풀이 $\angle$B는 예각이므로 $\triangle$ABC의 넓이 S는

$$S = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 30^\circ = 24 \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm}^2)$$

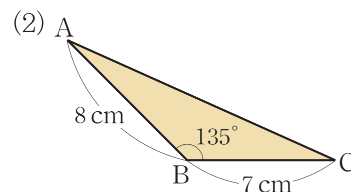
답 $12\ \text{cm}^2$

문제 1 다음 그림과 같은 $\triangle$ABC의 넓이를 구하여라.

(1)

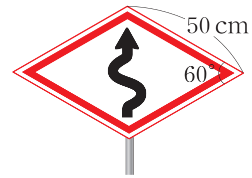


(2)



예 제 2

오른쪽 그림의 표지판이 마름모 모양이라고 할 때, 그 넓이를 구하여라.



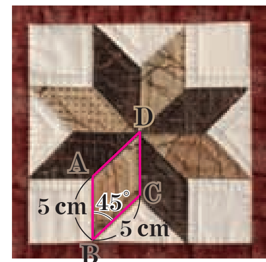
풀이 마름모는 두 개의 합동인 삼각형으로 이루어져 있으므로

$$(\text{넓이})=2\times\left(\frac{1}{2}\times50\times50\times\sin60^\circ\right)$$
$$=2\times\left(\frac{1}{2}\times50\times50\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$
$$=2\times625\sqrt{3}$$
$$=1250\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

답 $1250\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

실생활 **문제 2**

오른쪽 그림에서 평행사변형 ABCD의 넓이를 구하여라.



평행사변형은 대각선을 그어 넓이가 같은 두 개의 삼각형으로 나눌 수 있다.

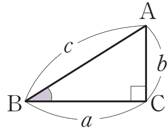
함께 만들어요 **문제 3**

삼각비를 이용하여 사각형의 넓이를 구하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

의사소통

직각삼각형 ABC에서 $\angle B=90^\circ$인 경우에도 삼각형의 넓이 S를 $S=\frac{1}{2}ac\sin B$로 나타낼 수 있는지 토의하여 보자.

∠C=90°인 직각삼각형 ABC에서

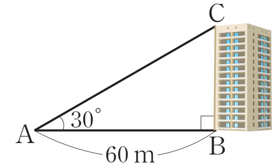


$b=c\sin B$

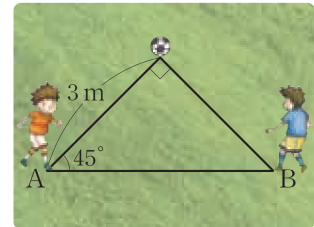
$a=c\cos B$

$b=a\tan B$

1 오른쪽 그림과 같이 A 지점과 건물의 꼭대기 C 지점을 연결한 직선이 지면과 이루는 각의 크기가 30° 이고 A 지점과 B 지점 사이의 거리가 60 m라고 할 때, 이 건물의 높이를 구하여라.



2 오른쪽 그림은 축구 경기의 한 장면이다. 두 선수 A, B 사이의 거리를 구하여라.



△ABC에서 두 변의 길이 a, c와 그 끼인각 ∠B의 크기를 알 때, 이 삼각형의 넓이 S는

(1) ∠B가 예각이면

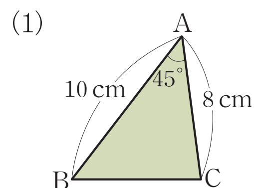
$S=\frac{1}{2}ac\sin B$

(2) ∠B가 둔각이면

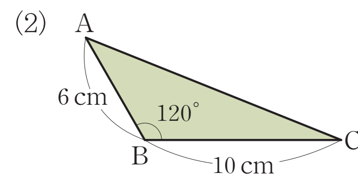
$S=\frac{1}{2}ac\sin(180°-B)$

3 다음 그림과 같은 △ABC의 넓이를 구하여라.

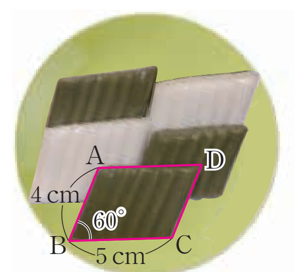
(1)



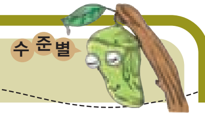
(2)



4 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이를 구하여라.



중/단/원 기본



거리 구하기

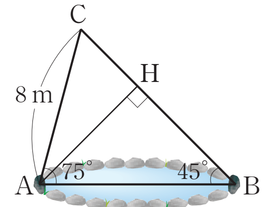
1 오른쪽 그림과 같이 연못의 가장자리에 있는 두 지점 A, B와 A에서 8 m 떨어진 지점 C에 대하여 $\angle BAC=75°$, $\angle ABC=45°$일 때, 다음을 구하여라.

(1) $\angle$BAH의 크기

(2) $\angle$CAH의 크기

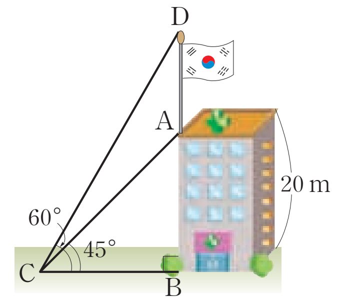
(3) 두 지점 A, H 사이의 거리

(4) 두 지점 A, B 사이의 거리



거리 구하기

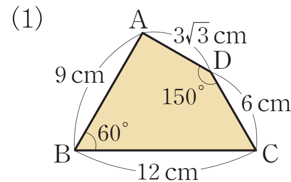
2 오른쪽 그림과 같이 국기 게양대가 빌딩 위에 세워져 있다. C 지점에서 건물 끝을 올려다본 각도가 45°이고, 국기 끝을 올려다본 각도가 60°이다. 건물의 높이가 20 m일 때, 국기 게양대의 높이를 구하여라.



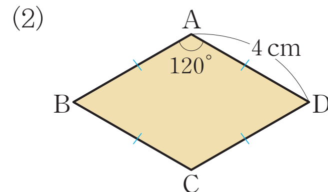
넓이 구하기

3 다음 그림과 같은 □ABCD의 넓이를 구하여라.

(1)



(2)



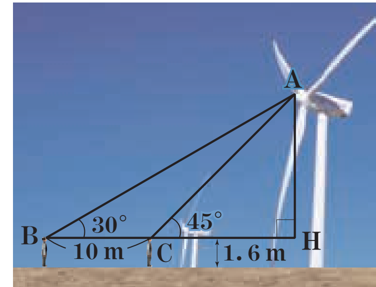
넓이 구하기

4 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 15 cm인 원에 내접하는 정팔각형의 넓이를 구하여라.

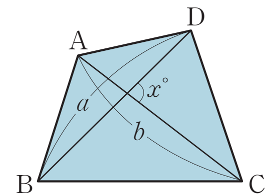
중/단/원 실력

• △ACH에서 $\overline{AH}=\overline{CH}$이므로 △ABH에서
$\overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}$
$=\overline{BC}+\overline{AH}$

1 오른쪽 그림과 같은 풍력 발전기의 높이를 구하려고 한다. 눈높이가 1.6 m인 사람이 B 지점에서 풍력 발전기의 꼭대기 A를 올려다본 각도가 30°이고, 10 m 앞으로 다가가 C 지점에서 풍력 발전기의 꼭대기 A를 올려다본 각도는 45°이다. 이때 풍력 발전기의 높이를 반올림하여 소수 첫째 자리까지 구하여라.

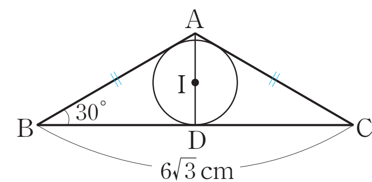


2 오른쪽 그림과 같이 두 대각선의 길이가 a, b이고, 두 대각선이 만나서 이루는 예각의 크기가 $x°$인 □ABCD의 넓이를 a, b를 사용한 식으로 나타내어라.

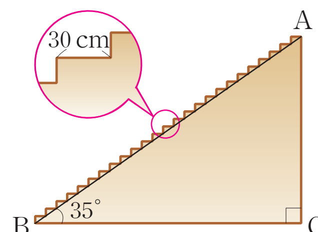


• △ABC의 넓이를 삼각비와 내접원을 이용하여 구해 본다.

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 내접원 I의 반지름의 길이를 구하여라. (단, 점 D는 원 I의 접점이다.)



4 다음 그림과 같이 계단 한 개의 폭은 30 cm이고 총 291개의 계단이 설치되어 있을 때, $\overline{AC}$의 길이를 구하여라. (단, 삼각비의 표를 이용한다.)



수행 과제

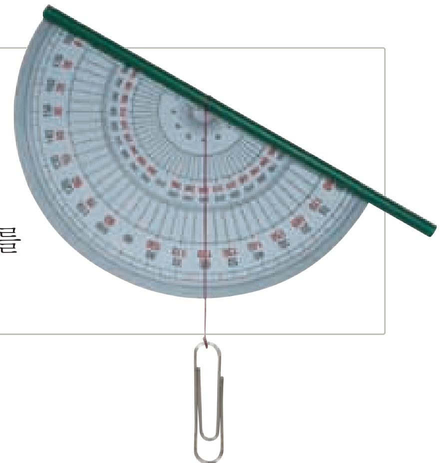
클리노미터를 이용하여 높이 재기

●**준비물** 각도기, 빨대, 테이프, 클립, 실

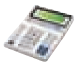
직접 재기 어려운 거리나 사물의 높이는 클리노미터라는 측정 기구를 이용하여 구할 수 있다. 각도기를 이용하여 클리노미터를 만들고, 주변에 있는 나무나 건물, 게양대 등의 높이를 구하여 보자.

과제 1 다음과 같은 순서로 클리노미터를 만들어 보자.

❶ 각도기에 빨대를 붙인다.
❷ 실의 한끝에는 클립을 매달고, 다른 한끝은 각도기의 한가운데에 붙인다.
❸ 빨대의 구멍으로 사물을 바라다보면 시선의 각도를 측정할 수 있다.



과제 2 각자 자신이 만든 클리노미터를 이용하여 주변의 나무, 건물, 게양대 등의 높이를 구하여 보자.



학습에 대한 자/기/평/가

이름: ____________________ (_____학년 ____반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		😟	😐	🙂
학습 내용	삼각비의 뜻을 아는가?			
	간단한 삼각비의 값을 구할 수 있는가?			
	삼각비를 활용하여 거리를 구할 수 있는가?			
	삼각비를 활용하여 도형의 넓이를 구할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기

선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

1 삼각비의 뜻

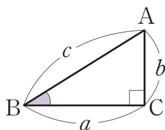
삼각비

(1) $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$의 대변의 길이를 각각 a, b, c라고 하면

$\sin B=\dfrac{b}{c}$

$\cos B=\dfrac{a}{c}$

$\tan B=\dfrac{b}{a}$



(2) $\sin B$, $\cos B$, $\tan B$를 통틀어 $\angle B$의 삼각비라고 한다.

2 삼각비의 값

30°, 45°, 60°의 삼각비의 값

삼각비 / A	$\sin A$	$\cos A$	$\tan A$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

0°, 90°의 삼각비의 값

$\sin 0^\circ=0$, $\cos 0^\circ=1$, $\tan 0^\circ=0$

$\sin 90^\circ=1$, $\cos 90^\circ=0$

$\tan 90^\circ$의 값은 정할 수 없다.

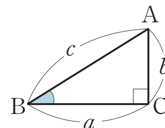
예각의 삼각비의 값

0°에서 90° 사이의 각에 대한 삼각비의 값은 삼각비의 표나 계산기를 이용하여 구할 수 있다.

3 삼각비의 활용

거리 구하기

$\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서



$\sin B=\dfrac{b}{c}$이므로 $b=c\sin B$

$\cos B=\dfrac{a}{c}$이므로 $a=c\cos B$

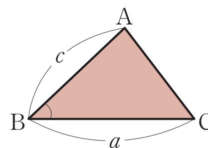
$\tan B=\dfrac{b}{a}$이므로 $b=a\tan B$

넓이 구하기

△ABC에서 두 변의 길이 a, c와 그 끼인각 $\angle B$의 크기를 알 때, 이 삼각형의 넓이 S는

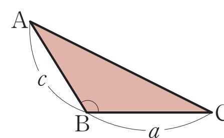
(1) $\angle B$가 예각이면

$$S=\frac{1}{2}ac\sin B$$



(2) $\angle B$가 둔각이면

$$S=\frac{1}{2}ac\sin(180^\circ-B)$$



이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 삼각비, 사인, 코사인, 탄젠트
- $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$

만화로 보는
수학 이야기

무인도 탈출하기

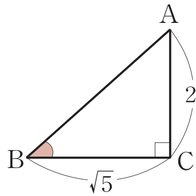
생각 키/우/기

위의 내용과 같이 섬과 육지가 떨어져 있고 섬에서의 두 사람 사이의 거리가 300 m일 때, 육지까지의 거리를 알아내기 위해 필요한 정보를 모두 말하여 보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\cos B \times \tan B$의 값은?



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$
③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{3}{2}$
⑤ $\sqrt{5}$

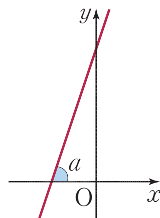
2 $\tan B=3$일 때, $\sin B-\cos B$의 값은?

① $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ③ $\sqrt{2}$
④ $\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{10}$

3 다음 중에서 계산이 옳은 것은?

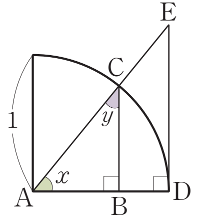
① $\sin 0^\circ+\cos 90^\circ=1$
② $\sin 90^\circ+\tan 45^\circ=2$
③ $\sin 45^\circ+\cos 45^\circ=2\sqrt{2}$
④ $\tan 30^\circ-\tan 60^\circ=\sqrt{3}$
⑤ $\sin 30^\circ+\cos 30^\circ=1+\sqrt{3}$

4 오른쪽 그림과 같이 일차함수 $y=3x+6$의 그래프가 x축과 만나서 생기는 예각의 크기를 a라고 할 때, $\tan a$의 값은?



① $\sqrt{3}$ ② 2
③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$
⑤ 3

5 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 사분원에 대하여 옳지 않은 것은?

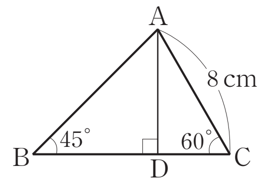


① $\sin x=\overline{BC}$
② $\sin y=\overline{AB}$
③ $\cos x=\overline{AB}$
④ $\cos y=\overline{AC}$
⑤ $\tan x=\overline{DE}$

6 다음 삼각비의 값 중에서 가장 큰 것은?

① $\sin 0^\circ$ ② $\sin 30^\circ$ ③ $\cos 30^\circ$
④ $\sin 45^\circ$ ⑤ $\cos 60^\circ$

7 다음 그림에서 $\overline{AB}$의 길이는?

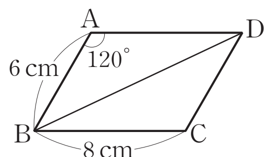


① $3\sqrt{3}$ cm ② $4\sqrt{3}$ cm ③ $3\sqrt{6}$ cm
④ $4\sqrt{6}$ cm ⑤ $8\sqrt{3}$ cm

8 한 변의 길이가 8 cm인 마름모 ABCD에서 $\angle B=30^\circ$일 때, 마름모의 넓이는?

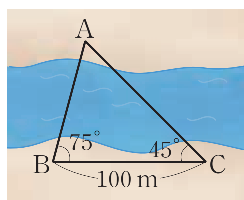
① 16 cm^2 ② 24 cm^2 ③ 32 cm^2
④ 36 cm^2 ⑤ 48 cm^2

9 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 대각선 BD의 길이는?



① $2\sqrt{37}$ cm ② $3\sqrt{37}$ cm
③ $4\sqrt{37}$ cm ④ $5\sqrt{37}$ cm
⑤ $6\sqrt{37}$ cm

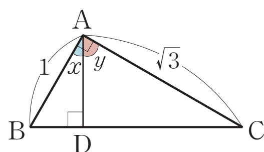
10 오른쪽 그림은 강의 양쪽에 있는 두 지점 A, B 사이의 거리를 알아보기 위하여 측량한 것이다. 두 지점 A, B 사이의 거리는?



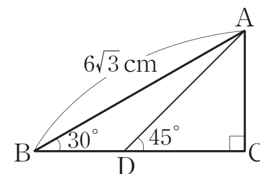
① $50\sqrt{2}$ m ② $\frac{100\sqrt{3}}{3}$ m
③ $\frac{100\sqrt{6}}{3}$ m ④ $100\sqrt{2}$ m
⑤ $100\sqrt{6}$ m

서/답/형

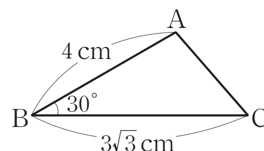
11 다음 그림에서 $\cos x+\sin y$의 값을 구하여라.



12 다음 그림에서 $\overline{BD}$의 길이를 구하여라.

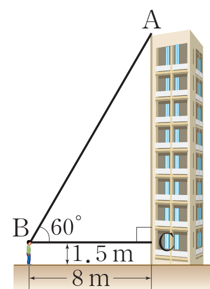


13 다음 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{AC}$의 길이를 구하여라.



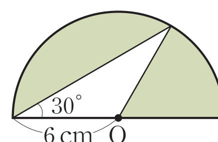
|서술형|

14 오른쪽 그림과 같이 건물에서 8 m 떨어진 지점에서 건물의 꼭대기를 올려다본 각도가 60°이었다. 사람의 눈높이가 1.5 m일 때, 건물의 높이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. (단, $\sqrt{3}=1.73$으로 계산한다.)



|서술형|

15 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm인 반원에서 색칠한 부분의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



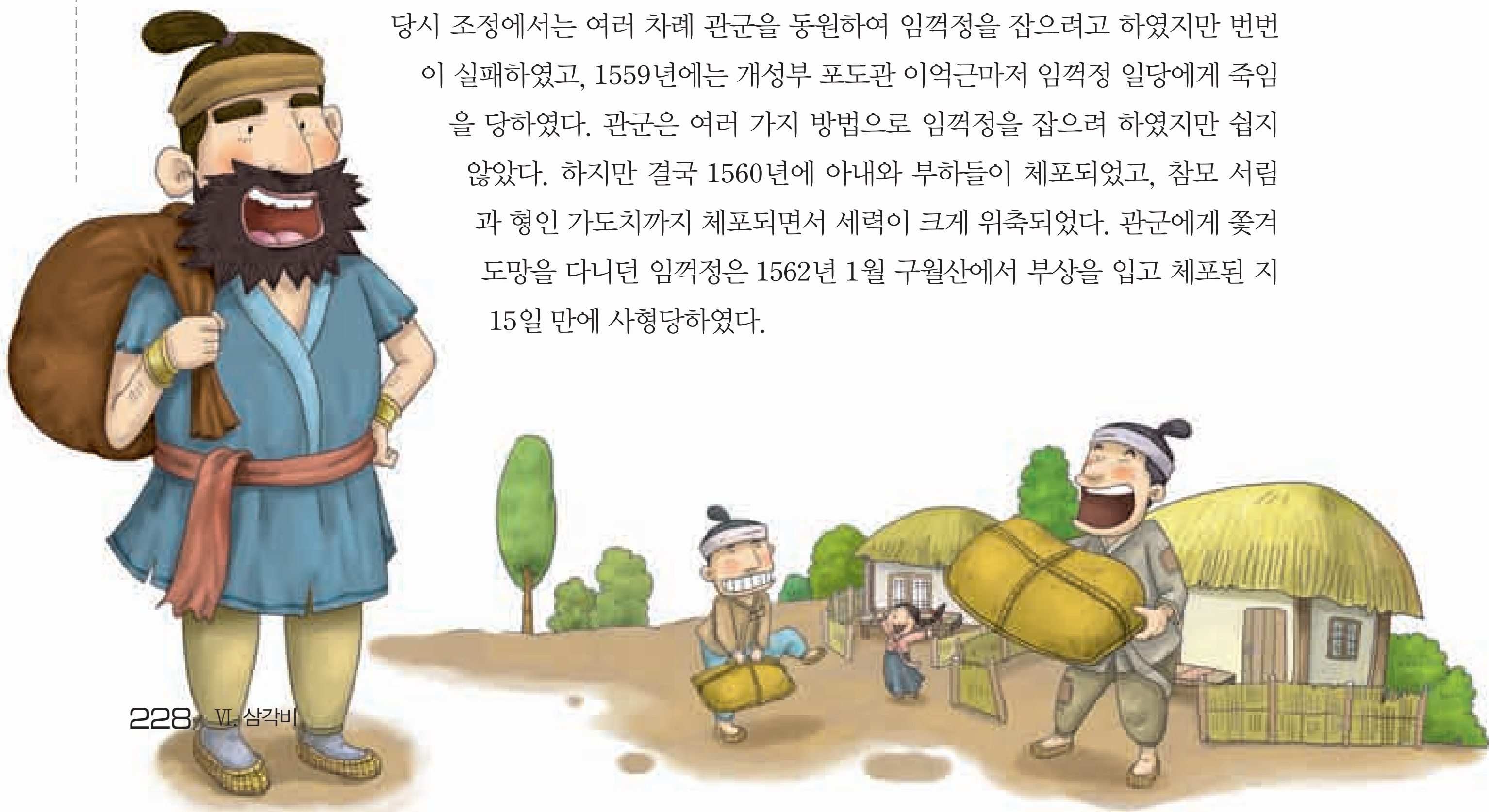
수학산책

소설 속의 삼각비 망해도법

조선 시대 중반 몰락한 농민이나 백정과 같은 천민들을 규합하여 지배층의 수탈 정치에 저항한 임꺽정은 홍길동, 장길산과 함께 조선의 3대 도적으로 알려져 있는데, 이들 중 홍길동을 제외한 나머지 두 사람은 실존 인물이다.

임꺽정은 경기도 양주에서 백정의 신분으로 태어나 황해도에서 어렵게 생활하다가 비슷한 처지에 있던 수십 명의 사람들과 황해도의 산악 지대를 중심으로 도적 활동을 시작하였다. 그는 날쌔고 용맹스러우며 지혜까지 갖추고 있어서 1559년경 황해도, 경기도, 평안도까지 활동 영역을 넓혔다. 그는 주로 관청이나 양반집을 습격하여 이들이 백성들로부터 억지로 거두어들인 재물을 빼앗아 백성들에게 다시 나누어 주었고, 이 때문에 백성들은 그를 의적이라고 불렀다.

당시 조정에서는 여러 차례 관군을 동원하여 임꺽정을 잡으려고 하였지만 번번이 실패하였고, 1559년에는 개성부 포도관 이억근마저 임꺽정 일당에게 죽임을 당하였다. 관군은 여러 가지 방법으로 임꺽정을 잡으려 하였지만 쉽지 않았다. 하지만 결국 1560년에 아내와 부하들이 체포되었고, 참모 서림과 형인 가도치까지 체포되면서 세력이 크게 위축되었다. 관군에게 쫓겨 도망을 다니던 임꺽정은 1562년 1월 구월산에서 부상을 입고 체포된 지 15일 만에 사형당하였다.



특히 임꺽정은 벽초 홍명희의 소설 "임꺽정(林巨正)"을 통하여 우리에게 홍길동과 같이 친숙한 인물이 되었다.

이 소설 속에는 다음과 같은 구절이 있다.

"서림이가 김억석이와 실없는 수작을 하는 동안에 황천동이와 길막봉이는 매로바위 밑에 와서 바위를 치어다보며 서너 길 되느니 못 되느니 눈어림을 다투고 있었다. 서림이가 와서 치어다보고 '이 바위 높이쯤은 긴 바지랭대루 잴 수가 있을지 모르지만 잴 수 없다구 치더래두 망해도법(望海圖法)만 알면 대번 바위 높이를 알 수가 있소. 그 아는 법은 조그만 나무때기를 바위와 같은 방향으로 세우구 그림자 길이를 재어 보구 그 다음에 바위의 그림자 길이만 재어 보면 바위 높이는 자연 알게 되우. 지금 가령 한 자 되는 나무때기의 그림자가 두 자가 되었는데 바위 그림자는 스무 자라구 하면 바위 높이는 열 자가 아니겠소.' 수리(數理)를 알거냥하고 한바탕 잘 지껄이었다."

망해도법을 이용하여 매로바위의 높이를 측정하는 대목인데, 소설에 나오는 '망해도법'은 '멀리 바다의 섬을 바라보아 거리를 재는 방법'이라는 뜻으로, 결국 삼각비를 이용하여 거리나 높이를 재는 방법이다. 우리나라에서는 측량법이 독자적으로 발전하여 왔으며 망해도법에 관한 저술이 전해 오고 있다.

망해도법과 같이 삼각비를 이용하여 삼각형의 변의 길이, 각의 크기 등을 계산하는 방법은 그 역사가 매우 깊으며 세계 여러 나라에서 천문학, 점성술, 토지 측량과 같은 실생활에 널리 사용되었다.

Ⅶ 원의 성질

이 단원의 |학|습|목|표|

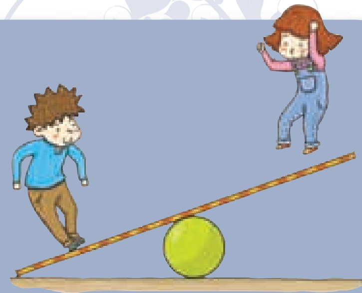
1. 원의 현에 관한 성질과 접선에 관한 성질을 이해한다.
2. 원주각의 성질을 이해한다.
3. 원주각을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

바퀴의 기원에 대해서는 여러 가지 설이 있다. B.C. 4000년경에 고대 메소포타미아 사람들은 나무 판을 잘라 내어 가운데에 구멍을 뚫어 회전축을 끼운 바퀴를 만들었다. 그 후 바빌로니아와 아시리아 사람들은 바퀴를 이용하여 짐마차나 전차(戰車)를 만들었으며, B.C. 2000년경에 판으로 된 바퀴를 개량하여 오늘날과 같이 가벼운 살을 가진 바퀴가 등장하였다. 바퀴가 달린 수레를 사용하면서 바퀴와 수레는 권위의 상징이 되기도 하였다. 바퀴는 태양을 뜻하였는데, 인류에게 태양 숭배는 가장 오래되고 광범위한 형태의 우상 숭배 가운데 하나로 고대 문명을 주도하였던 모든 민족에게서 발견할 수 있다. 그리고 태양과 바퀴는 모두 원형이다. 그래서 인류는 원에 대하여 특별한 의미를 부여하고 있다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용		이 단원에서 공부할 내용		이후에 배울 내용
[초3~4학년군] 원의 구성 요소 **[중1~3학년군]** 부채꼴 삼각형의 성질 사각형의 성질 도형의 닮음 피타고라스 정리		**1. 원과 직선** 원과 현 원의 접선 **2. 원주각** 원주각 원주각의 활용		**[수학 I]** 원의 방정식 도형의 이동 **[기하와 벡터]** 평면 곡선의 접선

1 원과 직선



준 | 비 | 학 | 습

원과 직선
- 할선: 원과 두 점에서 만나는 직선
- 접선: 원과 한 점에서 만나는 직선
- 접점: 원과 접선의 교점

원의 중심과 반지름
원의 중심과 원 위의 한 점을 이은 선분을 원의 반지름이라고 한다.

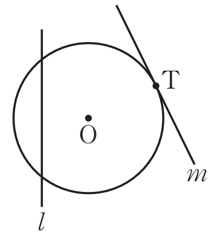
직각삼각형의 합동조건
- 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같을 때
- 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같을 때

피타고라스 정리
직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이를 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라고 하면

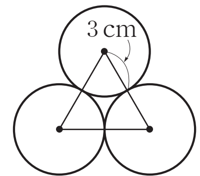
$$a^2+b^2=c^2$$

1 오른쪽 그림과 같은 원 O와 직선 l, m에 대하여 다음을 찾아라.

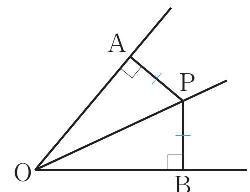
(1) 할선　　(2) 접선　　(3) 접점



2 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 3 cm인 세 원의 중심을 서로 이었을 때 생기는 삼각형의 둘레의 길이를 구하여라.

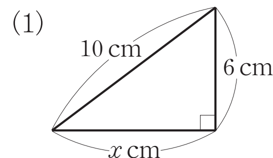


3 오른쪽 그림에서 합동인 두 삼각형을 찾고, 합동인 이유를 말하여라.

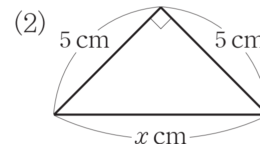


4 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



1-1 원과 현

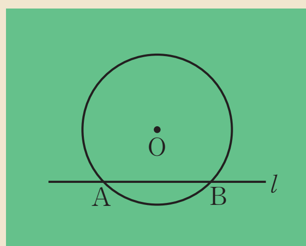
● 원의 현에 관한 성질을 이해한다.

현의 수직이등분선에는 어떤 성질이 있는가?

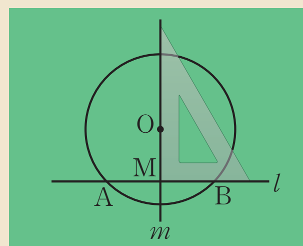
탐구 활동

●준비물
종이, 컴퍼스, 연필, 삼각자

〈그림 1〉과 같이 종이 위에 원 O와 두 점 A, B에서 만나는 직선 l을 그은 다음 〈그림 2〉와 같이 삼각자를 사용하여 원 O의 중심을 지나는 직선 m을 그어 보자. 직선 l과 직선 m의 교점을 M이라고 할 때, 물음에 답하여 보자.



〈그림 1〉



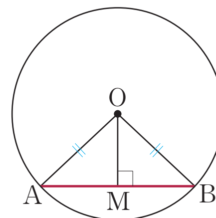
〈그림 2〉

1 직선 l과 직선 m은 서로 수직인지 알아보자.

2 $\overline{AM}$과 $\overline{BM}$의 길이를 비교하여 보자.

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분함을 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심에서 현 AB에 내린 수선의 발을 M이라고 하면 $\triangle OAM$과 $\triangle OBM$에서



$$\angle OMA = \angle OMB = 90^\circ$$
$$\overline{OA} = \overline{OB}\text{(반지름)}$$
$$\overline{OM}\text{은 공통}$$

이다.

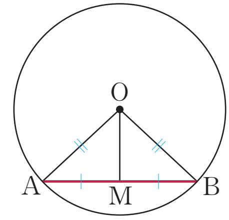
따라서 $\triangle OAM \equiv \triangle OBM$이므로 $\overline{AM} = \overline{BM}$이다.

즉, 원 O의 중심에서 현 AB에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같은 두 직각삼각형은 서로 합동이다.

이제 원에서 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지남을 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 원 O의 현 AB의 중점을 M이라고 하면 △OAM과 △OBM에서



$$\overline{AM}=\overline{BM}$$
$$\overline{OA}=\overline{OB}(\text{반지름})$$
$$\overline{OM}\text{은 공통}$$

이다.

대응하는 세 변의 길이가 각각 같은 두 삼각형은 서로 합동이다.

따라서 △OAM≡△OBM이므로 ∠OMA=∠OMB=90°이다.

$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 원 O의 중심도 현 AB의 수직이등분선 위에 있다. 즉, 현 AB의 수직이등분선은 원 O의 중심을 지난다.

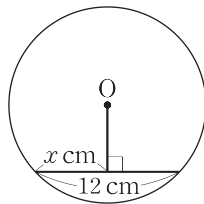
이상을 정리하면 다음과 같다.

현의 수직이등분선

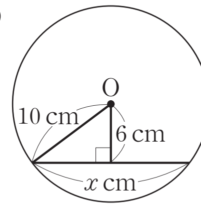
(1) 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.
(2) 원에서 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지난다.

문제 1 다음 그림과 같은 원 O에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)

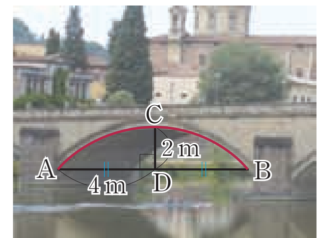


문제 2 문제 1과 같이 원의 중심에서 현에 내린 수선에 관한 문제를 만들고, 풀어 보아라.

문제 3 오른쪽 그림에서 빨간색 선은 원의 일부분이다.

$$\overline{AD}=\overline{BD}=4\text{ m},\ \overline{CD}=2\text{ m},\ \overline{AB}\perp\overline{CD}$$

일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



창의 UP

오른쪽 그림과 같이 점 O를 중심으로 하는 두 원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원과 두 점 C, D에서 만날 때, $\overline{AC}=\overline{BD}$임을 설명하여라.

원의 중심과 현의 길이 사이에는 어떤 관계가 있는가?

탐구 활동

●준비물
투명 종이, 컴퍼스, 연필, 가위

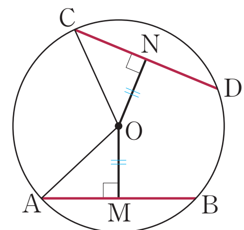
투명 종이 위에 원 O를 그린 후 오려 내어 반으로 접은 다음 일부를 접는다. 이때 생긴 현의 양 끝 점이 서로 포개어지도록 접었다가 펼친 다음 물음에 답하여 보자.

1 현 AB와 현 CD의 길이를 비교하여 보자.

2 원 O의 중심에서 현 AB와 현 CD에 이르는 거리를 비교하여 보자.

한 원에서 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같음을 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심에서 같은 거리에 있는 두 현 AB, CD에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라고 하면 $\triangle OAM$과 $\triangle OCN$에서



$$\angle OMA=\angle ONC=90^\circ$$

$$\overline{OM}=\overline{ON}$$

$$\overline{OA}=\overline{OC}\text{(반지름)}$$

이다.

따라서 $\triangle OAM\equiv\triangle OCN$이므로 $\overline{AM}=\overline{CN}$이다.

그런데 $\overline{AB}=2\overline{AM}$, $\overline{CD}=2\overline{CN}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$이다. 즉, 원 O의 중심에서 같은 거리에 있는 두 현 AB, CD의 길이는 같다.

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

일반적으로 원의 중심과 현의 길이 사이에는 다음이 성립한다.

원의 중심과 현의 길이

한 원에서

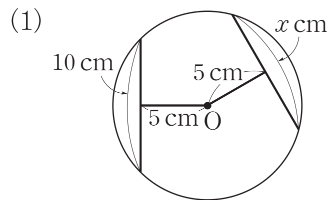
(1) 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다.

(2) 길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있다.

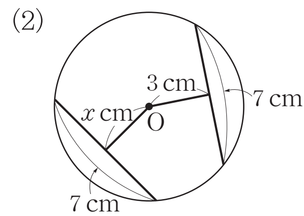
예제 1

다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



● 풀이 (1) 한 원에서 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같으므로 $x=10$이다.

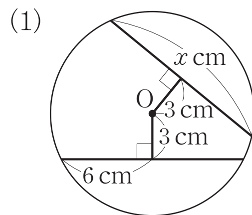
(2) 한 원에서 길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있으므로 $x=3$이다.

답 ● (1) 10 (2) 3

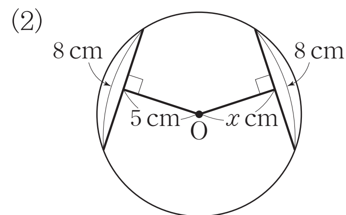
문제 4

다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)

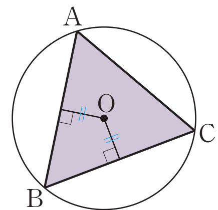


(2)



추론

오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심에서 두 현 AB, BC에 이르는 거리가 같을 때, △ABC는 어떤 삼각형이 되는지 설명하여 보자.



1-2 원의 접선

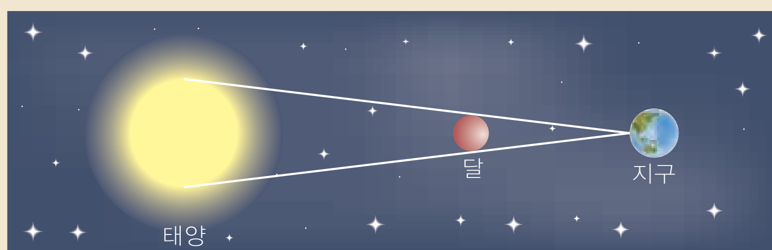
● 원의 접선에 관한 성질을 이해한다.

원의 접선에는 어떤 성질이 있는가?

창의력 기르기

개기 일식

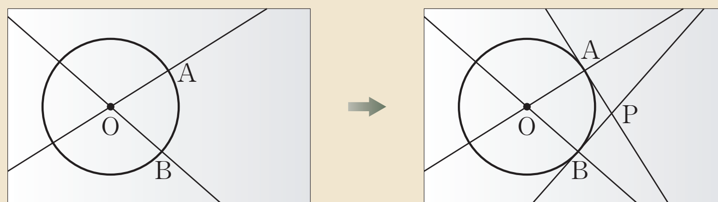
개기 일식은 태양, 달, 지구가 나란히 늘어서서 태양이 달의 그림자에 완전히 가려져 보이지 않는 천문 현상으로 아주 드물게 일어난다.



탐 구 활 동

● 준비물
투명 종이, 컴퍼스, 연필

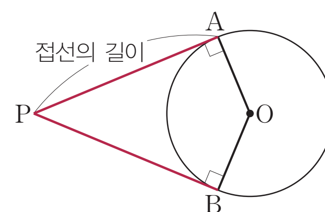
투명 종이 위에 원 O를 그리고 원주 위에 두 점 A, B를 표시한 다음 직선 AO, BO를 접는 선으로 하여 접었다가 펼친다. 또 점 A를 중심으로 직선 AO가 겹쳐지도록 접었다가 펼치고 점 B를 중심으로 직선 BO가 겹쳐지도록 접었다가 펼쳤을 때, 나타난 두 선이 만나는 점을 P라고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 직선 AO와 직선 AP는 서로 수직인가?

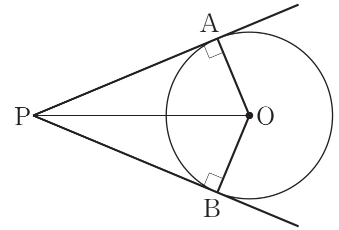
2 선분 PA와 선분 PB의 길이를 비교하여 보자.

원과 한 점에서 만나는 직선을 원의 접선이라고 한다. 이때 원 O의 외부에 있는 한 점 P에서 이 원에 그을 수 있는 접선은 두 개이다. 이 두 접선의 접점을 각각 A, B라고 할 때, 선분 PA, PB의 길이를 점 P에서 원 O에 그은 접선의 길이라고 한다.



이제 원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이가 같음을 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 원 O에 접선 PA, PB를 그으면 $\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서



원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 서로 수직이다.

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$$

$$\overline{OA} = \overline{OB}\text{(반지름)}$$

$$\overline{PO}\text{는 공통}$$

이다.

따라서 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$이므로 $\overline{PA} = \overline{PB}$이다. 즉, 원 O의 외부에 있는 한 점 P에서 그은 두 접선 PA, PB의 길이는 같다.

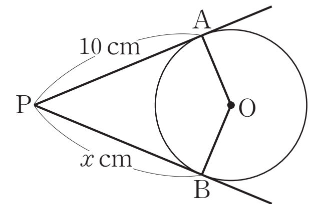
이상을 정리하면 다음과 같다.

접선의 길이

원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

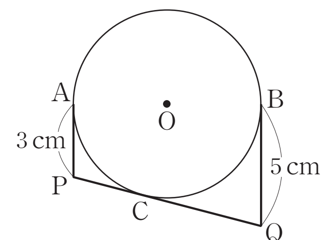
문제 1

오른쪽 그림에서 직선 PA, PB는 원 O의 접선이고 점 A, B는 접점일 때, x의 값을 구하여라.



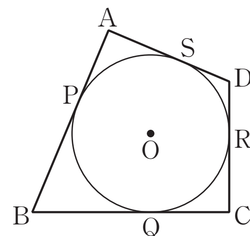
문제 2

오른쪽 그림에서 세 직선 AP, BQ, PQ는 원 O의 접선이고 세 점 A, B, C는 접점이다. $\overline{PA} = 3$ cm, $\overline{QB} = 5$ cm 일 때, $\overline{PQ}$의 길이를 구하여라.



예 제 1

오른쪽 그림과 같이 원 O가 사각형 ABCD와 점 P, Q, R, S에서 접할 때, $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$임을 설명하여라.



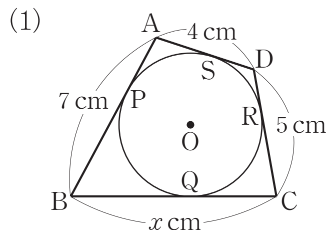
● 풀이 원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$\overline{AP}=\overline{AS}$, $\overline{BP}=\overline{BQ}$, $\overline{CQ}=\overline{CR}$, $\overline{DR}=\overline{DS}$

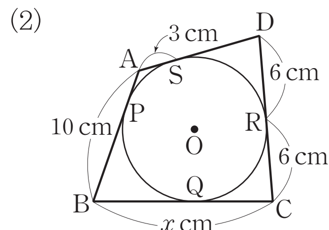
$$\begin{aligned}\overline{AB}+\overline{CD}&=(\overline{AP}+\overline{BP})+(\overline{CR}+\overline{DR})\\&=(\overline{AS}+\overline{BQ})+(\overline{CQ}+\overline{DS})\\&=(\overline{AS}+\overline{DS})+(\overline{BQ}+\overline{CQ})\\&=\overline{AD}+\overline{BC}\end{aligned}$$

문제 3 다음 그림에서 원 O가 □ABCD와 점 P, Q, R, S에서 접할 때, x의 값을 구하여라.

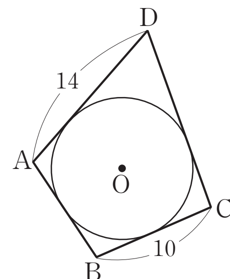
(1)



(2)

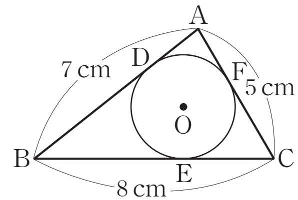


발전 문제 4 오른쪽 그림과 같이 원 O가 사각형 ABCD와 접하고 $\overline{AD}=14$, $\overline{BC}=10$이다. $\overline{AB}:\overline{CD}=3:5$일 때, $\overline{AB}$의 길이를 구하여라.



예 제 2

오른쪽 그림과 같이 원 O가 삼각형 ABC의 각 변과 점 D, E, F에서 접한다. $\overline{AB}=7$ cm, $\overline{BC}=8$ cm, $\overline{CA}=5$ cm일 때, $\overline{BE}$의 길이를 구하여라.



● 풀이 $\overline{BE}=x$ cm라고 하면 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$는 원 O의 접선이므로

$\overline{BD}=\overline{BE}=x$ cm, $\overline{AF}=\overline{AD}=(7-x)$cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=(8-x)$cm

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로

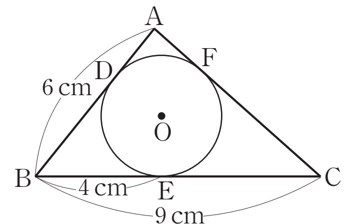
$5=(7-x)+(8-x)$, $2x=10$, $x=5$

따라서 $\overline{BE}$의 길이는 5 cm이다.

답 ● 5 cm

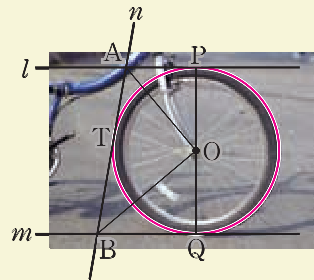
문 제 5

오른쪽 그림과 같이 원 O가 △ABC의 각 변과 점 D, E, F에서 접할 때, $\overline{AC}$의 길이를 구하여라.



창의 UP

오른쪽 그림에서 직선 l, m, n은 원 O의 접선이고, 점 P, Q, T는 접점이다. $\overline{PQ}$가 원 O의 지름일 때, △AOB는 직각삼각형임을 설명하여라.

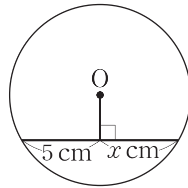


중/단/원 기초

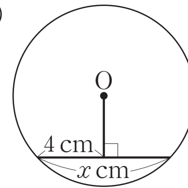
원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

1 다음 그림과 같은 원 O에서 x의 값을 구하여라.

(1)

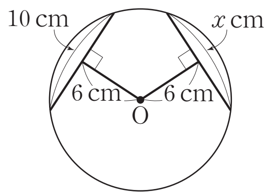


(2)

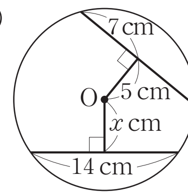


2 다음 그림과 같은 원 O에서 x의 값을 구하여라.

(1)



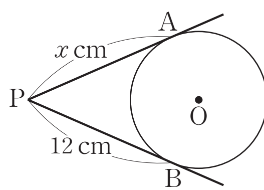
(2)



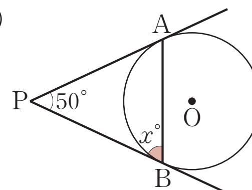
원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

3 다음 그림에서 직선 PA, PB는 원 O의 접선이고 점 A, B는 접점일 때, x의 값을 구하여라.

(1)

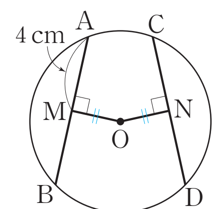


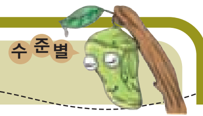
(2)



한 원에서 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다.

4 오른쪽 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OM}=\overline{ON}$일 때, $\overline{CD}$의 길이를 구하여라.

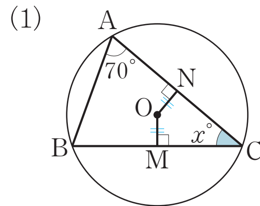


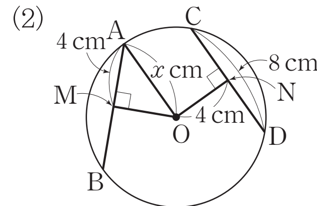


중 / 단 / 원 기본

원과 현

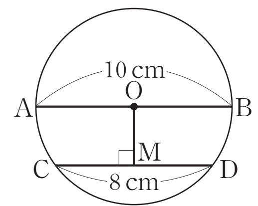
1 다음 그림과 같은 원 O에서 x의 값을 구하여라.

(1)


(2)


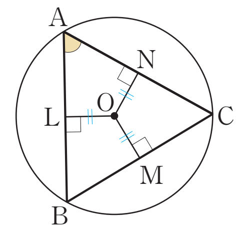
현의 수직이등분선

2 오른쪽 그림에서 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이고 $\overline{CD}\perp\overline{OM}$이다. $\overline{AB}=10$ cm, $\overline{CD}=8$ cm일 때, $\overline{OM}$의 길이를 구하여라.



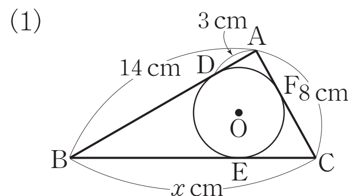
원의 중심과 현의 길이

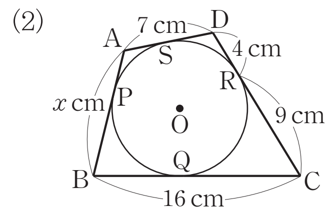
3 오른쪽 그림에서 원 O가 △ABC의 외접원이고 $\overline{OL}=\overline{OM}=\overline{ON}$일 때, ∠A의 크기를 구하여라.



접선의 길이

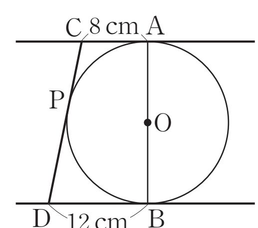
4 다음 그림에서 원 O가 △ABC와 □ABCD의 내접원일 때, x의 값을 구하여라.

(1)


(2)


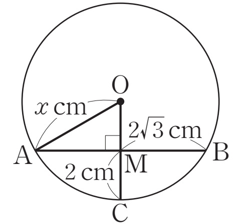
접선의 길이

5 오른쪽 그림과 같이 원 O의 지름 AB의 양 끝 점에서 그은 접선과 원 O 위의 점 P에서 그은 접선이 만나는 점을 각각 C, D라고 할 때, $\overline{CD}$의 길이를 구하여라.



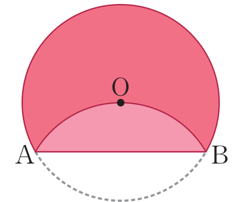
중 / 단 / 원 실력

1 오른쪽 그림과 같은 원 O에서 x의 값을 구하여라.



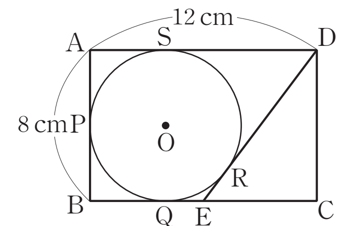
• 반지름 OA를 빗변으로 하는 직각삼각형을 생각하여 본다.

2 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 8 cm인 원 모양의 종이를 현 AB를 접는 선으로 하여 접었더니 $\overparen{AB}$가 원의 중심 O를 지나게 되었다. 이때 $\overline{AB}$의 길이를 구하여라.

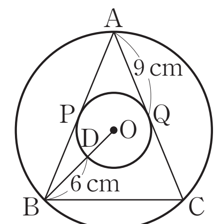


• 직사각형 ABCD의 세 변과 접하는 원 O의 반지름의 길이를 생각하여 본다.

3 오른쪽 그림에서 원 O는 직사각형 ABCD의 세 변과 $\overline{DE}$에 접하고, 점 P, Q, R, S는 접점이다. $\overline{AB}=8$ cm, $\overline{AD}=12$ cm일 때, $\triangle$DEC의 둘레의 길이를 구하여라.



4 오른쪽 그림과 같이 중심이 같은 두 원에서 큰 원의 현 AB와 AC는 작은 원의 접선이다. 그 접점을 각각 P, Q라 하고 $\overline{AQ}=9$ cm, $\overline{BD}=6$ cm일 때, 작은 원의 반지름의 길이를 구하여라. (단, 점 D는 원 O와 $\overline{OB}$의 교점이다.)



2 원주각

준 | 비 | 학 | 습

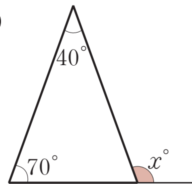
삼각형의 내각과 외각
삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

부채꼴
- 현: 원 위의 두 점을 이은 선분
- 호: 원 위의 두 점을 양 끝 점으로 하는 원의 일부분
- 부채꼴: 원에서 두 반지름과 호로 이루어진 도형
- 중심각: 부채꼴에서 두 반지름이 이루는 각

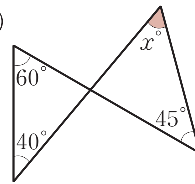
부채꼴의 중심각과 호의 길이
한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.

1 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

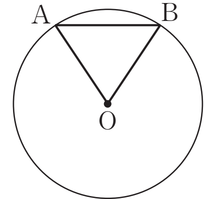
(1)



(2)

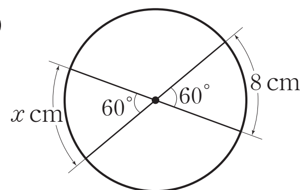


2 오른쪽 그림에서 현 AB의 길이는 원 O의 반지름의 길이와 같다. $\overset{\frown}{AB}$에 대한 중심각의 크기를 구하여라.

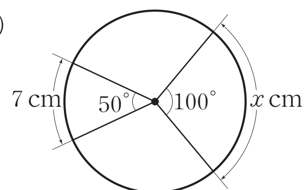


3 다음 그림과 같은 원에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



2-1 원주각

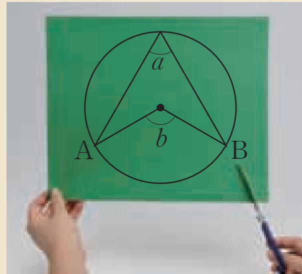
● 원주각의 성질을 이해한다.

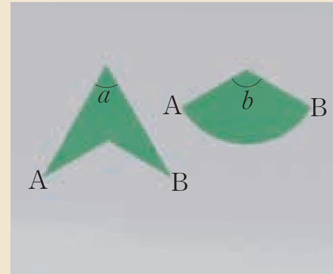
원주각과 중심각 사이에는 어떤 관계가 있는가?

탐구 활동

다음 그림과 같이 색종이 위에 원을 그리고, 호 AB에 대하여 $\angle a$와 $\angle b$를 그려서 오린 후 물음에 답하여 보자.

●준비물
색종이, 컴퍼스, 자, 연필, 가위



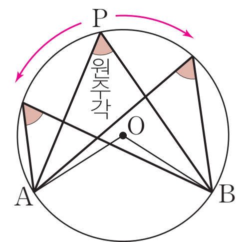


1 $\angle b$를 반으로 접어서 $\angle a$와 겹쳐 보자.

2 크기가 다른 원을 그리고 $\angle a$와 $\angle b$를 그려서 오린 다음 $\angle b$를 반으로 접어서 $\angle a$와 겹쳐 보자.

3 $\angle b$의 크기는 $\angle a$의 크기의 몇 배인가?

오른쪽 그림과 같이 원 O 위에 세 점 A, B, P가 있을 때, $\angle$APB를 호 AB에 대한 **원주각**이라고 한다. 또 호 AB를 원주각 $\angle$APB에 대한 호라고 한다.



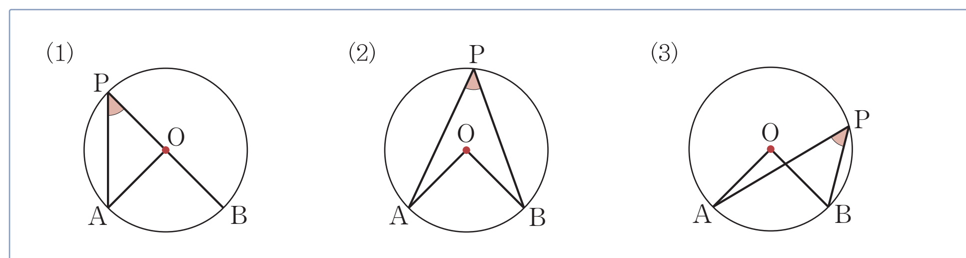
이때 호 AB가 정해지면 호 AB에 대한 중심각 $\angle$AOB는 하나로 정해지지만 원주각 $\angle$APB는 점 P의 위치에 따라 여러 개가 있을 수 있다.

원 O에서 두 반지름 OA, OB로 이루어지는 $\angle$AOB를 호 AB에 대한 중심각이라고 한다.

이제 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$임을 알아보자.

원주각 $\angle$APB와 원의 중심 O의 위치 관계는 점 P의 위치에 따라 세 가지 경우로 나눌 수 있다.

즉, 다음 그림과 같이 중심 O가 원주각 $\angle APB$의 한 변 위에 있는 경우, 내부에 있는 경우, 외부에 있는 경우이다.



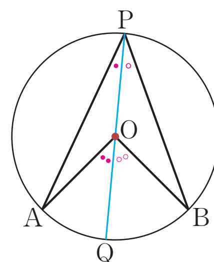
(1)의 경우에 $\triangle OPA$에서 $\overline{OP}=\overline{OA}$이므로 $\angle OPA=\angle OAP$이고, $\angle AOB$는 $\triangle OPA$의 한 외각이므로

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

$$\angle AOB=\angle OPA+\angle OAP=2\angle APB$$

이다. 따라서 $\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB$이다.

(2)의 경우에 지름 PQ를 그으면 (1)에 의하여



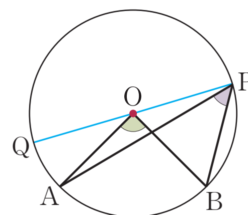
$$\angle APQ=\frac{1}{2}\angle AOQ,\ \angle BPQ=\frac{1}{2}\angle BOQ$$

이므로

$$\begin{aligned}\angle APB&=\angle APQ+\angle BPQ\\&=\frac{1}{2}(\angle AOQ+\angle BOQ)\\&=\frac{1}{2}\angle AOB\end{aligned}$$

이다.

(3)의 경우에 지름 PQ를 그으면 (1)에 의하여



$$\angle APQ=\frac{1}{2}\angle AOQ,\ \angle BPQ=\frac{1}{2}\angle BOQ$$

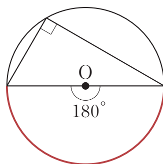
이므로

$$\begin{aligned}\angle APB&=\angle BPQ-\angle APQ\\&=\frac{1}{2}(\angle BOQ-\angle AOQ)\\&=\frac{1}{2}\angle AOB\end{aligned}$$

이다.

한편 한 호에 대한 원주각은 여러 개이지만 그에 대한 중심각은 하나이므로 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같다.

반원인 호에 대한 원주각의 크기는 90°이다.



일반적으로 원주각과 중심각에 대하여 다음이 성립한다.

원주각과 중심각

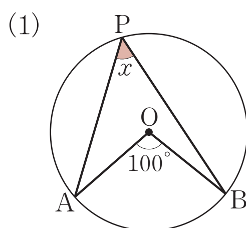
(1) 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$이다.

(2) 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같다.

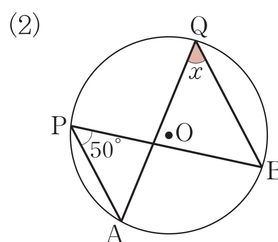
예제 1

다음 그림과 같은 원 O에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)



풀이 (1) 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$이므로

$$\angle x=\frac{1}{2}\angle \mathrm{AOB}=\frac{1}{2}\times 100^\circ=50^\circ$$

(2) 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같으므로

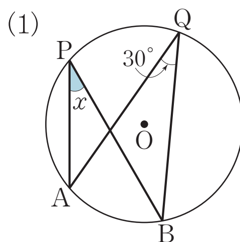
$$\angle x=\angle \mathrm{APB}=50^\circ$$

답 (1) 50° (2) 50°

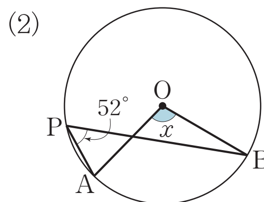
문제 1

다음 그림과 같은 원 O에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)

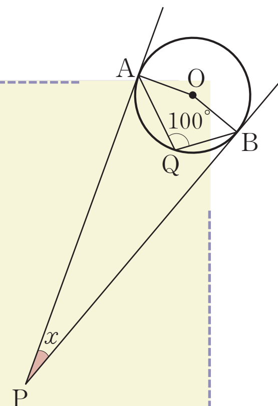


문제 2

문제 1과 같이 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$임을 이용하여 각의 크기를 구하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

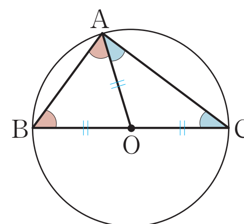
창의 UP

오른쪽 그림과 같이 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라고 하자. $\overset{\frown}{AB}$ 위의 한 점 Q에 대하여 $\angle AQB=100°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하는 방법을 설명하여라.



추론

고대 그리스의 수학자 탈레스(Thales : ?B.C. 624~?B.C. 546)는 오른쪽 그림과 같이 이등변삼각형의 성질을 이용하여 반원에 대한 원주각이 직각임을 보였다고 한다. 이를 설명하여 보자.

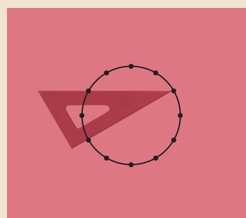


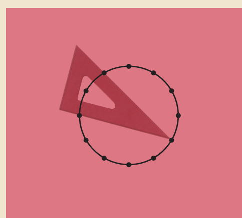
원주각과 호의 길이 사이에는 어떤 관계가 있는가?

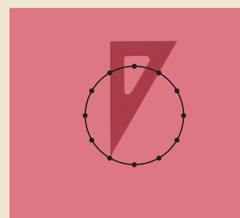
탐 구 활 동

● 준비물
종이, 컴퍼스, 연필, 삼각자

다음 그림은 원 위에 일정한 간격으로 점을 찍은 다음 삼각자의 한 꼭짓점이 원 위의 한 점에 오도록 놓은 것이다. 물음에 답하여 보자.


(가)


(나)


(다)

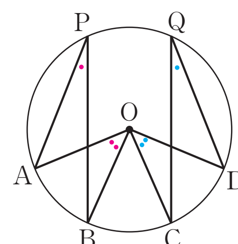
1 (가), (나), (다)에서 삼각자 밑에 있는 호의 길이를 비교하여 보자.

2 이와 같은 방법으로 원 위에 각자 삼각자를 놓아 보고, 삼각자 밑에 있는 호의 길이를 비교하여 보자.

한 원에서 크기가 같은 원주각에 대한 호의 길이가 같음을 알아보자.

원주 위의 두 점은 원주를 두 호로 나눈다. 두 점을 잇는 선분이 원의 지름이 아닌 경우 짧은 호를 열호(劣弧), 긴 호를 우호(優弧)라고 한다. 보통 호를 말할 때는 짧은 호, 즉 열호를 말한다.

오른쪽 그림과 같은 원 O에서



$$\angle AOB = 2\angle APB,\ \angle COD = 2\angle CQD$$

이고, $\angle APB = \angle CQD$이므로

$$\angle AOB = \angle COD$$

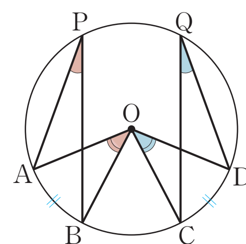
이다. 따라서 중심각의 크기가 같으므로

$$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$$

이다.

이제 한 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기가 같음을 알아보자.

오른쪽 그림과 같은 원 O에서 $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$일 때, $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각을 각각 $\angle APB$, $\angle CQD$라고 하자.



한 원에서 길이가 같은 호에 대한 중심각의 크기는 같으므로

$$\angle AOB = \angle COD$$

이고, 원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$이므로

$$\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB,\ \angle CQD = \frac{1}{2}\angle COD$$

이다. 따라서

$$\angle APB = \angle CQD$$

임을 알 수 있다.

한편 한 원에서 호의 길이는 그에 대한 중심각의 크기에 정비례하고, 중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배이므로 한 원에서 호의 길이는 그에 대한 원주각의 크기에 정비례한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

원주각과 호의 길이에 관한 성질은 합동인 두 원에 대해서도 성립한다.

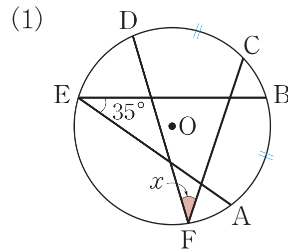
원주각과 호의 길이

한 원에서
(1) 크기가 같은 원주각에 대한 호의 길이는 같다.
(2) 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같다.
(3) 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례한다.

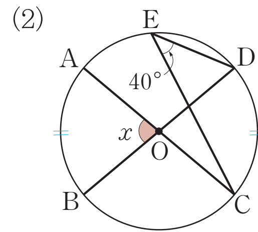
예 제 2

다음 그림과 같은 원 O에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)



● 풀이 (1) $\overparen{CD}=\overparen{AB}$이므로 $\angle AEB=\angle CFD$

그런데 $\angle AEB=35°$이므로 $\angle x=\angle CFD=35°$

(2) $\angle x=\angle COD=2\angle CED$

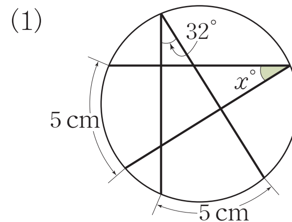
그런데 $\angle CED=40°$이므로 $\angle x=80°$

답 ● (1) 35° (2) 80°

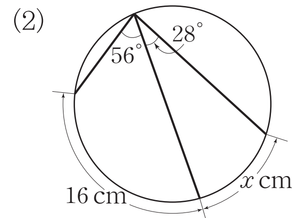
문제 3

다음 그림과 같은 원에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)

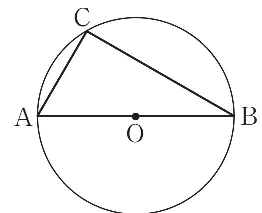


문제 4

오른쪽 그림과 같은 원 O에서

$$\overparen{AB}:\overparen{BC}:\overparen{CA}=3:2:1$$

일 때, $\angle A$의 크기를 구하여라.



2-2 원주각의 활용

● 원주각을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

네 점이 한 원 위에 있을 조건은 무엇인가?

창의력 기르기

아이스하키

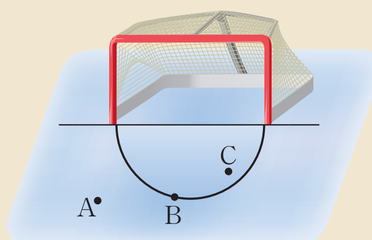
아이스하키는 빙상에서 스케이트를 신은 여섯 사람이 한 팀이 되어 스틱으로 퍽을 쳐서 상대 팀의 골에 넣는 경기이다. 이 스포츠는 선수들의 치열한 몸싸움과 빠른 속도감으로 보는 이에게 박진감을 느끼게 한다.

탐구 활동

A, B, C 세 명의 아이스하키 선수가 오른쪽 그림과 같은 위치에서 골을 넣으려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 각 선수가 골을 넣을 수 있는 각을 그려 보자.

2 **1**에서 그린 각의 크기를 비교하여 보자.

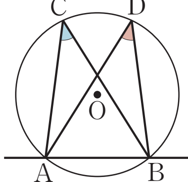


원주각을 활용하면 원과 도형에 관한 여러 가지 성질을 이해할 수 있다.

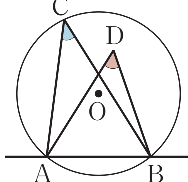
먼저 원주각을 활용하여 네 점이 한 원 위에 있을 조건에 대하여 알아보자.

세 점 A, B, C를 지나는 원 O에서 점 D가 직선 AB에 대하여 점 C와 같은 쪽에 있으면 점 D의 위치는 다음과 같이 세 가지 경우로 나눌 수 있다. 즉, 점 D가 원 O 위에 있는 경우, 원 O의 내부에 있는 경우, 원 O의 외부에 있는 경우이다. 이때 각 경우에 대하여 ∠ADB와 ∠ACB의 크기를 비교하여 보자.

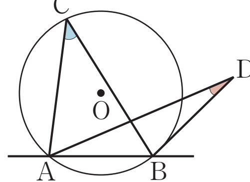
(1)



(2)



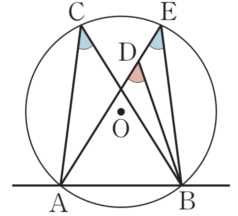
(3)



(1)의 경우에 $\angle ADB$와 $\angle ACB$는 모두 $\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각이므로

$$\angle ADB = \angle ACB$$

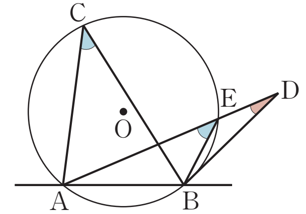
(2)의 경우에 $\overline{AD}$의 연장선과 원 O와의 교점을 E라고 하면 $\angle ADB$는 $\triangle EDB$의 한 외각이므로



삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

$$\angle ADB = \angle AEB + \angle EBD$$
$$= \angle ACB + \angle EBD$$
$$\angle ADB > \angle ACB$$

(3)의 경우에 $\overline{AD}$와 원 O와의 교점을 E라고 하면 $\angle AEB$는 $\triangle DEB$의 한 외각이므로



$$\angle ADB + \angle EBD = \angle AEB$$
$$= \angle ACB$$
$$\angle ADB < \angle ACB$$

위의 세 가지 경우에 대하여 $\angle ADB = \angle ACB$가 되는 것은 점 D가 원 O 위에 있는 경우뿐이다.

따라서

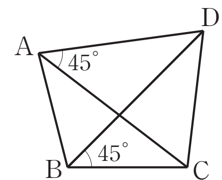
$$\angle ADB = \angle ACB$$

이면 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있음을 알 수 있다.

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다는 것은 □ABCD가 원에 내접하는 사각형이라는 것이다.

예 제 1

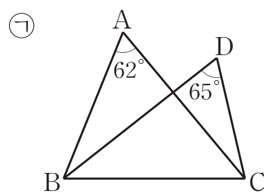
오른쪽 그림의 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는가?

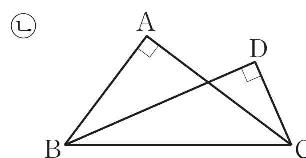


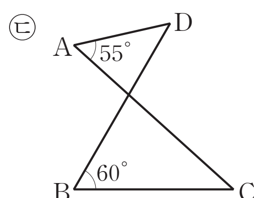
풀이 네 점 A, B, C, D에 대하여 $\angle CBD = \angle CAD = 45°$이다.
따라서 네 점은 한 원 위에 있다.

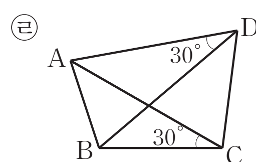
답 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

문제 | 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것을 모두 찾아라.

㉠ 

㉡ 

㉢ 

㉣ 

원에 내접하는 사각형에는 어떤 성질이 있는가?

창의력 기르기

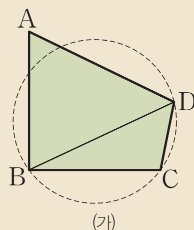
미스터리 서클

들판 한가운데에 농작물이 일정한 방향으로 눕혀져 원 또는 사각형 등의 형태를 나타내는 것을 미스터리 서클이라고 한다. 이것은 한때 외계인이 지구에 보낸 메시지로 여겨져 크게 주목을 받았지만, 사람들의 호기심이나 흥미를 이끌어 내기 위하여 만든 경우가 많다고 한다. 미스터리 서클 중에는 원 안에 사각형이 내접해 있는 모양도 있다.

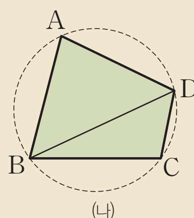
탐구 활동

다음 그림과 같이 종이 위에 원과 사각형을 그리고 사각형을 오린 후, 물음에 답하여 보자.

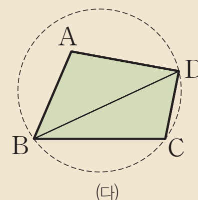
- 준비물
  종이, 컴퍼스, 자, 연필, 가위



(가)



(나)



(다)

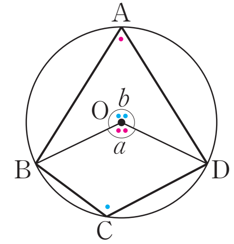
1 (가), (나), (다)의 □ABCD를 대각선 BD를 따라 각각 자른 후, ∠A와 ∠C를 이어 붙여 ∠A+∠C의 크기를 평각의 크기와 비교하여 보자.

2 사각형이 원에 내접할 때, 대각의 크기의 합은 어떠한지 말하여 보자.

모든 삼각형은 원에 내접하지만, 모든 사각형이 원에 내접하는 것은 아니다.

원주각을 활용하여 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 $180°$임을 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 □ABCD가 원 O에 내접할 때, 한 호에 대한 원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$이므로



$$\angle A=\frac{1}{2}\angle a,\quad \angle C=\frac{1}{2}\angle b$$

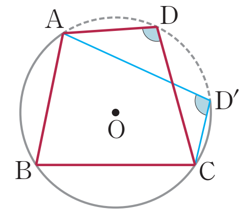
이다. 그런데 $\angle a+\angle b=360°$이므로

$$\angle A+\angle C=\frac{1}{2}(\angle a+\angle b)$$
$$=180°$$

이다. 마찬가지로 $\angle B+\angle D=180°$이다.

이제 한 쌍의 대각의 크기의 합이 $180°$인 사각형은 원에 내접함을 알아보자.

오른쪽 그림의 □ABCD에서



$$\angle B+\angle D=180° \qquad \cdots\cdots ①$$

라 하고, 세 점 A, B, C를 지나는 원 O를 그려 보자. 원 O 위에 점 D′을 잡으면 □ABCD′은 원 O에 내접하므로

$$\angle B+\angle D'=180° \qquad \cdots\cdots ②$$

이다. ①, ②에서

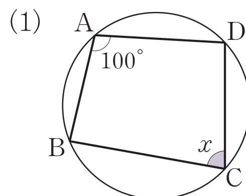
$$\angle D=\angle D'$$

이므로 네 점 A, C, D, D′은 원 O 위에 있다.

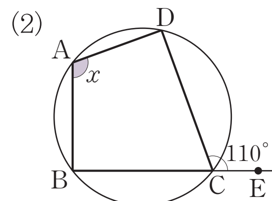
따라서 □ABCD는 원 O에 내접한다.

문제 2 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)

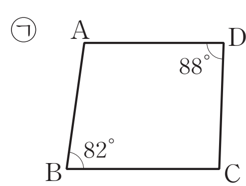


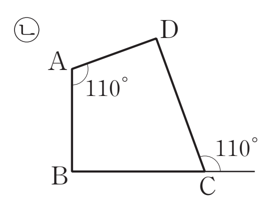
문제 3

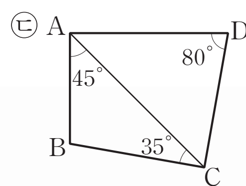
문제 2와 같이 원에 내접하는 사각형에서 각의 크기를 구하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

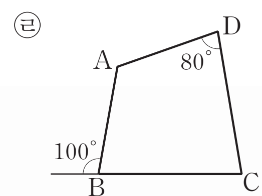
문제 4

다음 그림에서 □ABCD가 원에 내접하는 것을 모두 찾아라.

㉠


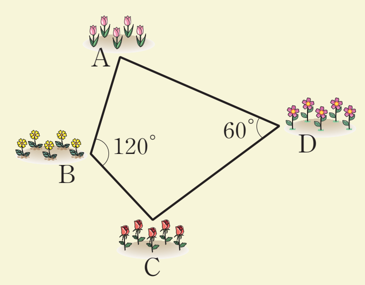
㉡


㉢


㉣


창의 UP

오른쪽 그림과 같이 A, B, C, D 네 지점에 꽃밭이 있다. 꽃밭에 물을 공급하기 위한 우물을 파려고 할 때, 우물이 각 꽃밭에서 같은 거리에 위치할 수 있는지 설명하여라.

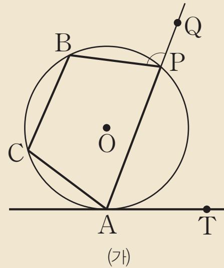


여러 가지 사각형 중에서 항상 원에 내접하는 사각형을 말하여 보자.

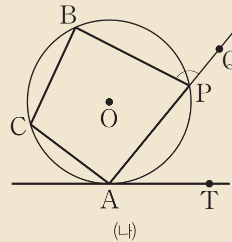
접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 어떠한가?

탐구 활동

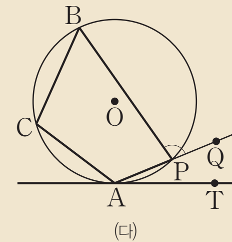
다음 그림에서 세 점 A, B, C는 원 O 위의 점이고, 점 P는 호 AB를 따라 움직이는 점이다. 직선 AT는 원 O의 접선이고 현 AP의 연장선 위의 한 점을 Q라고 할 때, 물음에 답하여 보자.



(가)



(나)



(다)

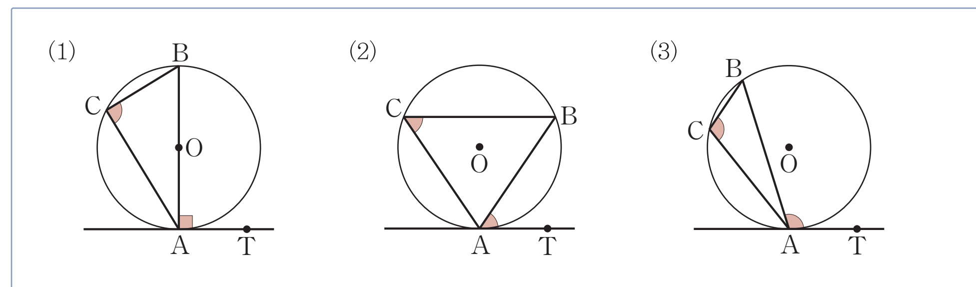
1 (가), (나), (다)에서 ∠BPQ와 크기가 같은 각을 각각 찾아보자.

2 점 P가 점 A에 가까워질 때, ∠BPQ는 어떤 각에 가까워지는가?

3 점 P가 점 A와 일치하면 ∠BCA는 어떤 각의 크기와 같게 되는가?

원 O 위에 세 점 A, B, C가 있을 때, 원주각을 활용하여 점 A에서의 접선 AT와 현 AB가 이루는 각인 ∠BAT의 크기가 ∠BCA의 크기와 같음을 알아보자.

다음 그림과 같이 ∠BAT는 크기에 따라 직각, 예각, 둔각인 세 가지 경우로 나눌 수 있다.



(1)의 경우에 ∠BCA는 반원인 $\widehat{AB}$에 대한 원주각이므로

$$\angle BCA = 90^\circ$$

이다. 따라서

$$\angle BAT = \angle BCA$$

이다.

반원인 호에 대한 원주각의 크기는 90°이다.

(2)의 경우에 오른쪽 그림과 같이 지름 AD를 그으면

(1)에 의하여

$$\angle DAT = \angle DCA = 90^{\circ} \quad \cdots\cdots \text{①}$$

이고, $\angle DAB$와 $\angle DCB$는 $\overset{\frown}{DB}$에 대한 원주각이므로

$$\angle DAB = \angle DCB \quad \cdots\cdots \text{②}$$

이다.

따라서 ①, ②에서

$$\begin{aligned}\angle BAT &= \angle DAT - \angle DAB \\ &= \angle DCA - \angle DCB \\ &= \angle BCA\end{aligned}$$

이다.

한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같다.

(3)의 경우에 오른쪽 그림과 같이 지름 AD를 그으면

(1)에 의하여

$$\angle DAT = \angle DCA = 90^{\circ} \quad \cdots\cdots \text{①}$$

이고, $\angle DAB$와 $\angle DCB$는 $\overset{\frown}{DB}$에 대한 원주각이므로

$$\angle DAB = \angle DCB \quad \cdots\cdots \text{②}$$

이다.

따라서 ①, ②에서

$$\begin{aligned}\angle BAT &= \angle DAT + \angle DAB \\ &= \angle DCA + \angle DCB \\ &= \angle BCA\end{aligned}$$

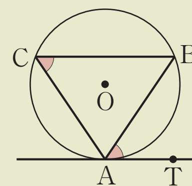
이다.

일반적으로 다음이 성립한다.

접선과 현이 이루는 각

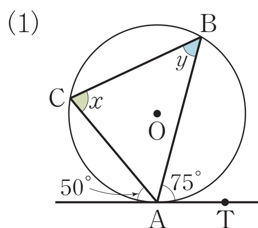
원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

$$\angle BAT = \angle BCA$$

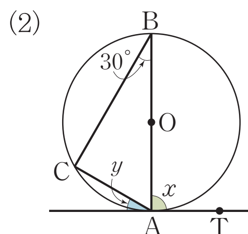


문제 5 다음 그림에서 직선 AT는 원 O의 접선이고 점 A는 접점일 때, $\angle x$, $\angle y$의 크기를 구하여라.

(1)

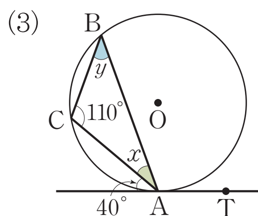


(2)

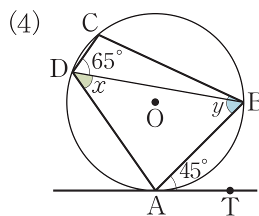


(4) 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.

(3)



(4)

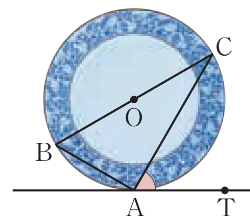


함께 만들어요

문제 6 문제 5와 같이 원의 접선과 현이 이루는 각의 크기에 대한 문제를 만들고, 풀어 보아라.

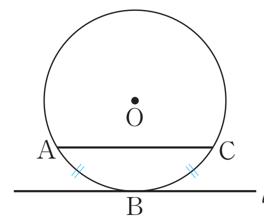
발전

문제 7 오른쪽 그림에서 $\overline{BC}$는 원 O의 지름이고, 직선 AT는 점 A에서 원 O와 접한다. $\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{AC} = 1 : 2$일 때, $\angle CAT$의 크기를 구하여라.



추론

원 O 위의 점 B를 지나는 접선 l에 대하여 $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$이면 직선 l과 현 AC가 서로 평행한 이유를 말하여 보자.

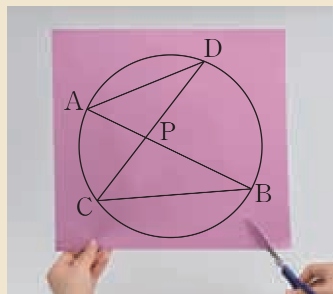


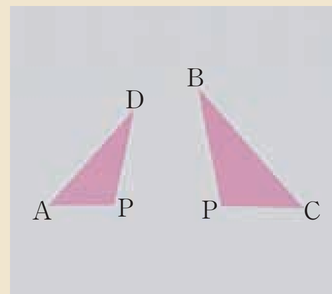
두 현이 만나서 생기는 선분의 길이 사이에는 어떤 관계가 있는가?

탐구 활동

●준비물
색종이, 컴퍼스, 자, 연필, 가위

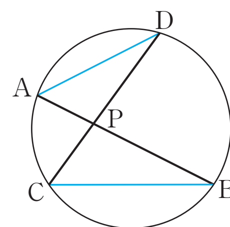
다음 그림과 같이 색종이 위에 원을 그리고 두 현 AB와 CD를 그어 그 교점을 P라고 하자. △PAD와 △PCB를 오린 후, 물음에 답하여 보자.





1 두 삼각형이 서로 닮음임을 확인하여 보자.

2 두 삼각형에서 대응하는 변의 길이의 비 사이의 관계를 알아보자.



오른쪽 그림과 같이 한 원에서 두 현 AB, CD가 만나는 점을 P라고 할 때, 원주각을 활용하여 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$, $\overline{PC}$, $\overline{PD}$ 사이의 관계를 알아보자.

△PAD와 △PCB에서

$$\angle PDA = \angle PBC$$

$$\angle APD = \angle CPB$$

이므로

$$\triangle PAD \backsim \triangle PCB$$

이다.

이때 두 닮은 삼각형의 대응하는 변의 길이의 비는 일정하므로

$$\overline{PA} : \overline{PC} = \overline{PD} : \overline{PB}$$

이다. 따라서

$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$$

이다.

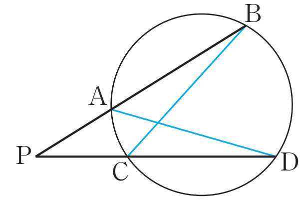
● 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같은 두 삼각형은 서로 닮은 도형이다.

△PAD와 △PCB에서
∠PDA=∠PBC이고,
∠P는 공통이므로
△PAD∽△PCB

한편 한 원에서 두 현 AB, CD의 연장선이 점 P에서 만나는 경우에도 앞과 같은 방법으로

$$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$$

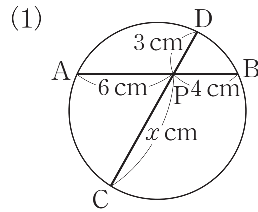
가 성립함을 알 수 있다.



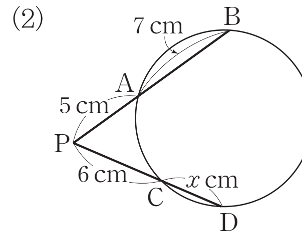
예 제 2

다음 그림과 같은 원에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



(2) 그림에서
$\overline{PA}\cdot\overline{AB}=\overline{PC}\cdot\overline{CD}$
로 생각하지 않도록 주의한다.

● 풀이 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

(1) $6\times4=x\times3$, $x=8$

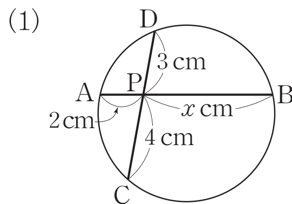
(2) $5\times(5+7)=6\times(6+x)$, $60=36+6x$, $x=4$

답 ● (1) 8 (2) 4

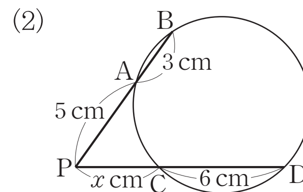
문 제 8

다음 그림과 같은 원에서 x의 값을 구하여라.

(1)

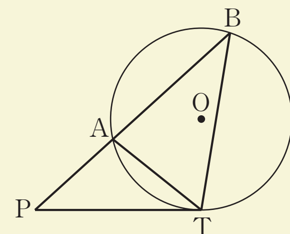


(2)



창의 UP

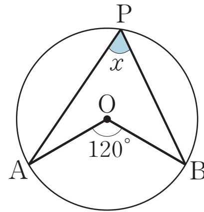
오른쪽 그림과 같이 원 O의 외부에 있는 한 점 P에서 원 O에 그은 접선의 접점을 T라 하고, 점 P를 지나는 할선이 원 O와 만나는 점을 A, B라고 하자. 원주각을 활용하여 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$가 성립함을 설명하여라.

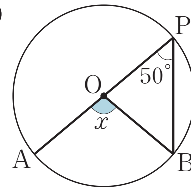


중 / 단 / 원 기초

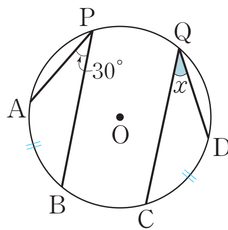
> 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같고, 그 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$이다.

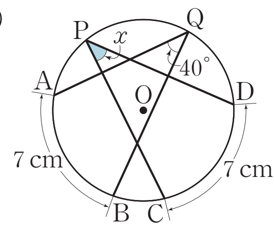
1 다음 그림과 같은 원 O에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)


(2)


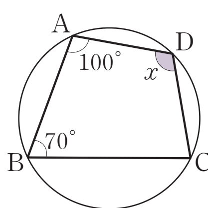
2 다음 그림과 같은 원 O에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

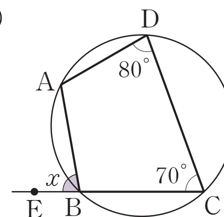
(1)


(2)


> 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.

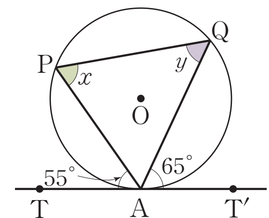
3 다음 그림과 같은 원에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)


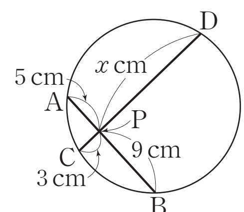
(2)


> 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

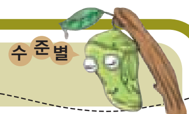
4 오른쪽 그림에서 직선 TT′은 원 O의 접선이고 점 A는 접점일 때, $\angle x$, $\angle y$의 크기를 구하여라.



5 오른쪽 그림과 같은 원에서 x의 값을 구하여라.



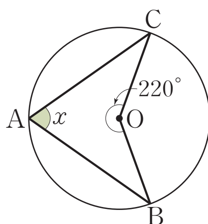
중 / 단 / 원 기본



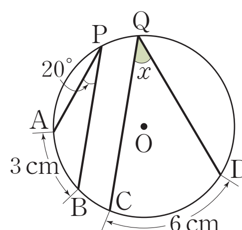
원주각의 성질

1 다음 그림과 같은 원 O에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

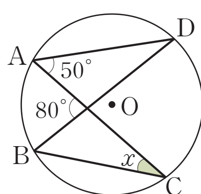
(1)



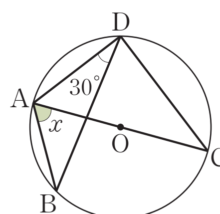
(2)



(3)



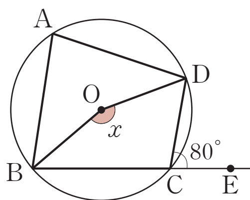
(4)



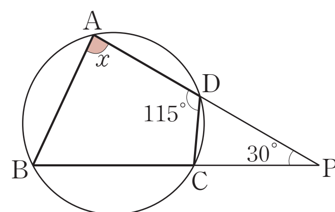
원에 내접하는 사각형의 성질

2 다음 그림과 같은 원에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)

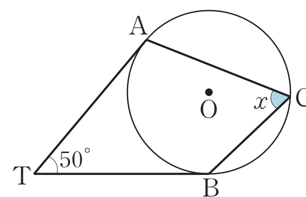


(2)



접선과 현이 이루는 각

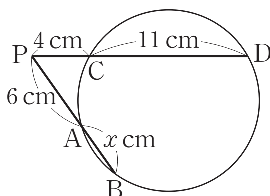
3 오른쪽 그림에서 선분 AT, BT는 각각 원 O와 점 A, B에서 접하고 $\angle \mathrm{ATB}=50^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



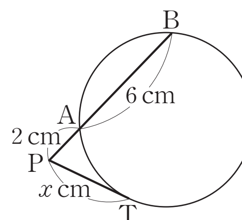
두 현이 만나서 생기는 선분의 길이

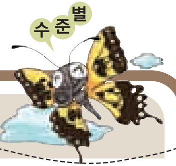
4 다음 그림과 같은 원에서 x의 값을 구하여라. (단, 점 T는 접점이다.)

(1)



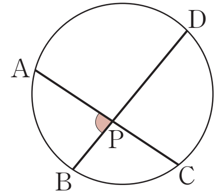
(2)





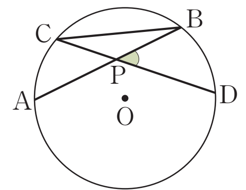
중 / 단 / 원 실력

1 오른쪽 그림에서 $\overset{\frown}{AB}$의 길이는 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{5}$이고 $\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD} = 3 : 4$일 때, $\angle APB$의 크기를 구하여라.



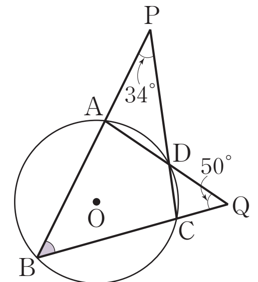
• 한 원에서 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례한다.

2 오른쪽 그림에서 반지름의 길이가 6인 원 O의 두 현 AB, CD가 점 P에서 만나고 $\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD} = 3\pi$일 때, $\angle BPD$의 크기를 구하여라.



• 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

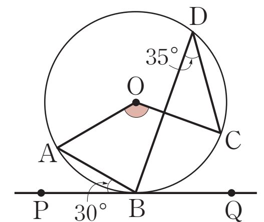
3 오른쪽 그림에서 원 O에 내접하는 □ABCD의 변 AB, CD의 연장선의 교점을 P, 변 AD, BC의 연장선의 교점을 Q라고 하자. $\angle P = 34^\circ$, $\angle Q = 50^\circ$일 때, $\angle B$의 크기를 구하여라.



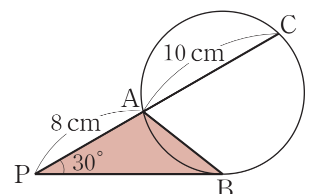
4 오른쪽 그림에서 직선 PQ는 점 B에서 원 O와 접한다.

$$\angle ABP = 30^\circ, \angle BDC = 35^\circ$$

일 때, $\angle AOC$의 크기를 구하여라.



5 오른쪽 그림에서 $\overleftrightarrow{PB}$는 원의 접선이고, 점 B는 접점이다. $\angle P = 30^\circ$, $\overline{PA} = 8$ cm, $\overline{AC} = 10$ cm일 때, $\triangle APB$의 넓이를 구하여라.



수행 과제

실로 만드는 원과 현

●준비물 두꺼운 색지, 컴퍼스, 연필, 핑킹가위, 실

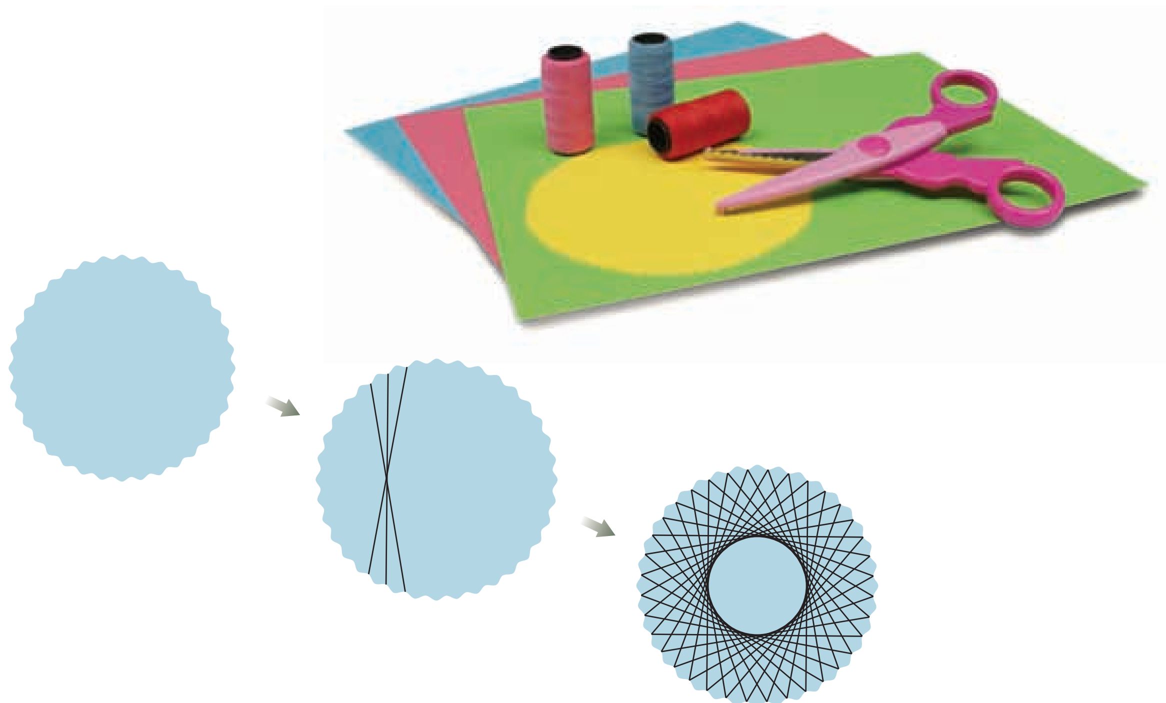
다음과 같은 순서에 따라 원과 현을 만들어 보자.

❶ 두꺼운 색지에 원을 그린 후, 핑킹가위로 원을 따라 오린다.

② 원의 톱날에 실을 걸쳐서 현을 만든다.

③ 원의 톱날을 한 칸씩 옮겨 원을 감으면서 길이가 같은 현을 계속 만들어 간다.

④ 현을 계속 만들다가 처음 시작한 곳까지 오면 실을 묶어 풀어지지 않도록 고정시킨다.



과제 1 색지의 안쪽에 만들어지는 도형이 원 모양이 되는 이유를 말하여 보자.

과제 2 만들어진 원의 중심은 처음 원의 중심과 일치하는지 말하여 보자.

학습에 대한 자/기/평/가

이름: ____________ (____학년 ____반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		☹	😐	☺
학습 내용	원의 현에 관한 성질을 이해하였는가?			
	원의 접선에 관한 성질을 이해하였는가?			
	원주각의 성질을 이해하였는가?			
	원주각을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기

선생님 의견

절선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

① 원과 직선

현의 수직 이등분선	(1) 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다. (2) 원에서 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지난다.
원의 중심과 현의 길이	한 원에서 (1) 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다. ⇨ $\overline{OM}=\overline{ON}$이면 $\overline{AB}=\overline{CD}$ (2) 길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있다. ⇨ $\overline{AB}=\overline{CD}$이면 $\overline{OM}=\overline{ON}$
접선의 길이	원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다. ⇨ $\overline{PA}=\overline{PB}$ 접선의 길이

② 원주각

원주각과 호	한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$이다. ⇨ $\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB$
	한 원에서 (1) 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같다. (2) 크기가 같은 원주각에 대한 호의 길이는 같다. (3) 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례한다.

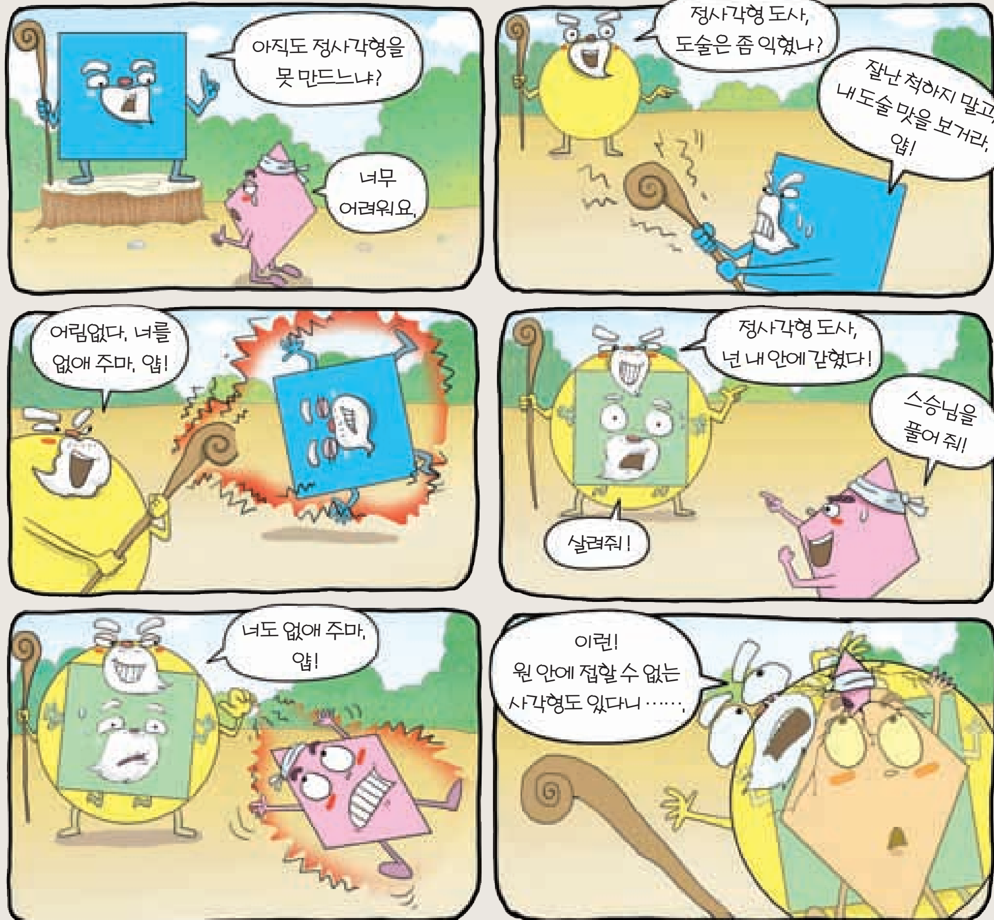
③ 원주각의 활용

네 점이 한 원 위에 있을 조건	두 점 C, D가 직선 AB에 대하여 같은 쪽에 있을 때, $\angle ACB=\angle ADB$이면 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
원에 내접하는 사각형	원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다. $\angle ABC+\angle CDA=180°$ $\angle BAD+\angle BCD=180°$
접선과 현이 이루는 각	원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다. ⇨ $\angle BAT=\angle BCA$
두 현이 만나서 생기는 선분의 길이 사이의 관계	한 원에서 두 현 AB, CD 또는 이들의 연장선이 만나는 점을 P라고 하면 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$

이번 단원에서 배운 용어와 기호

• 원주각

원에 꼭 맞는 사각형?

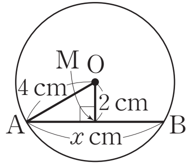


생각 키/우/기 원 도사의 도술이 정사각형 도사의 제자에게 통하지 않은 이유를 말하여 보자.

대/단/원 평가 문제

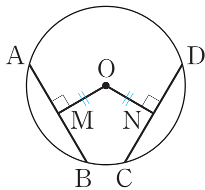
선/택/형

1 오른쪽 그림과 같은 원 O에서 x의 값은?



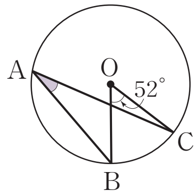
① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$
③ $4\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$
⑤ $6\sqrt{3}$

2 오른쪽 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OM}=\overline{ON}$일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것은?



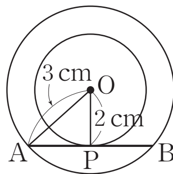
① $\overline{AB}=\overline{CD}$
② $\overline{BM}=\overline{ON}$
③ $\overline{OA}=\overline{OC}$
④ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$
⑤ $\overline{AM}=\overline{CN}$

3 오른쪽 그림과 같은 원 O에서 $\angle BOC=52°$일 때, $\angle BAC$의 크기는?



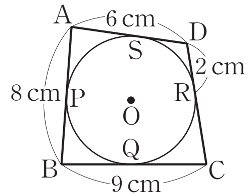
① 26° ② 30°
③ 45° ④ 50°
⑤ 52°

4 오른쪽 그림과 같이 점 O를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 각각 2 cm, 3 cm인 두 원이 있다. 작은 원 위의 점 P에서 그은 접선이 큰 원과 만나는 점을 A, B라고 할 때, $\overline{AB}$의 길이는?



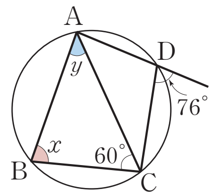
① $2\sqrt{2}$ cm ② $2\sqrt{3}$ cm ③ 4 cm
④ $2\sqrt{5}$ cm ⑤ $2\sqrt{6}$ cm

5 오른쪽 그림에서 원 O가 □ABCD의 각 변과 점 P, Q, R, S에서 접할 때, $\overline{CR}$의 길이는?



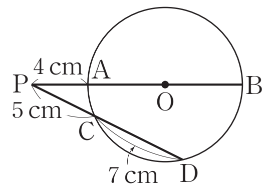
① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm
④ 6 cm ⑤ 7 cm

6 오른쪽 그림과 같은 원에서 $\angle x-\angle y$의 크기는?



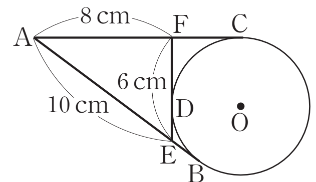
① 32° ② 34°
③ 36° ④ 38°
⑤ 40°

7 오른쪽 그림에서 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이고 $\overline{PA}=4$ cm, $\overline{PC}=5$ cm, $\overline{CD}=7$ cm일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



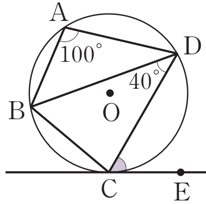
① $\frac{7}{2}$ cm ② $\frac{9}{2}$ cm ③ $\frac{11}{2}$ cm
④ $\frac{13}{2}$ cm ⑤ $\frac{15}{2}$ cm

8 오른쪽 그림에서 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$는 원 O의 접선이고, 점 B, C는 접점이다. 원 O 위의 점 D에서 그은 접선이 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$와 만나는 점을 각각 E, F라고 할 때, $\overline{BE}$의 길이는?



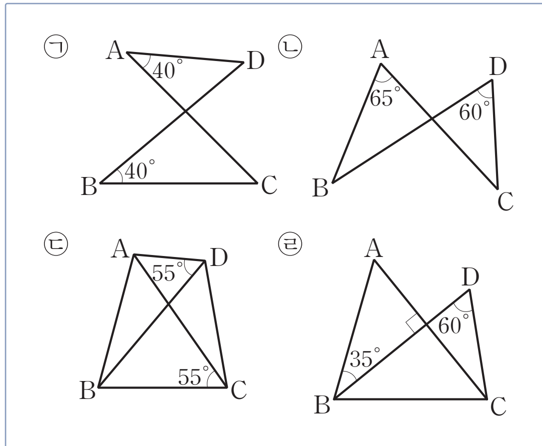
① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm
④ 4 cm ⑤ 5 cm

9 오른쪽 그림에서 $\overleftrightarrow{CE}$는 원 O의 접선이고, 점 C는 접점이다. □ABCD가 원 O에 내접할 때, ∠DCE의 크기는?



① 40° ② 50° ③ 60°
④ 70° ⑤ 80°

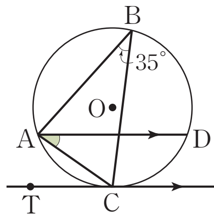
10 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것을 모두 찾은 것은?



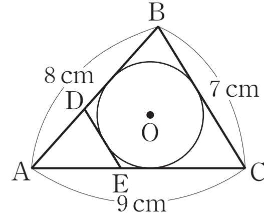
① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

서/답/형

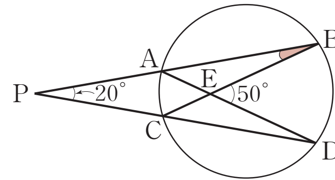
11 오른쪽 그림에서 직선 TC는 원 O의 접선이고, 점 C는 접점이다. 직선 TC와 현 AD는 평행하고 ∠ABC=35°일 때, ∠CAD의 크기를 구하여라.



12 다음 그림과 같이 원 O는 △ABC의 내접원이고 $\overline{DE}$는 원 O에 접할 때, △ADE의 둘레의 길이를 구하여라.

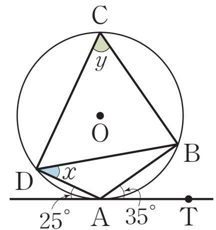


13 다음 그림에서 점 P는 두 현 AB, CD의 연장선의 교점일 때, ∠ABC의 크기를 구하여라.



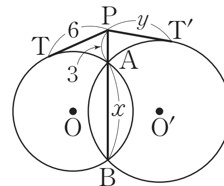
|서술형|

14 오른쪽 그림에서 $\overleftrightarrow{AT}$는 원 O의 접선이고 점 A는 접점일 때, ∠x+∠y의 크기를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



|서술형|

15 다음 그림에서 x, y의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. (단, 점 T, T′은 각각 원 O, O′의 접점이다.)



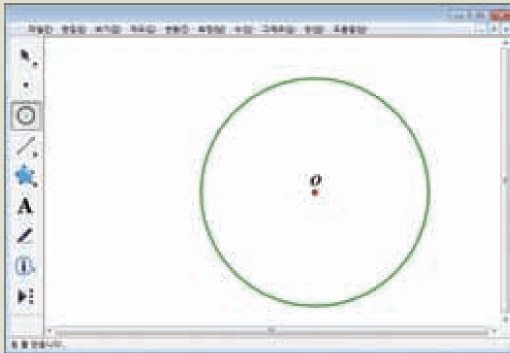
컴 퓨 터 의 활용

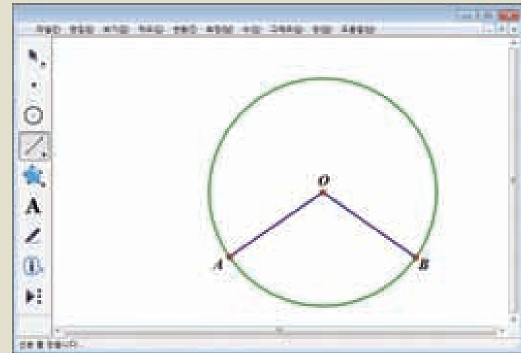
컴퓨터로 원주각의 성질을 알아보자.

도형을 그리는 컴퓨터 프로그램을 이용하여 한 호에 대한 중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배임을 확인하여 보자.

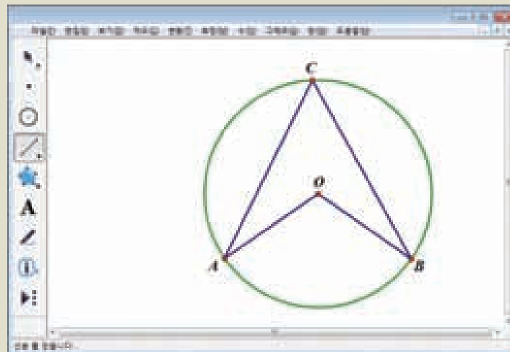
1 한 호에 대한 중심각과 원주각을 그려 보자.

1. 아이콘 [⊙]을 클릭하여 원 O를 그리고, 아이콘 [⁄]을 클릭하여 반지름 OA, OB를 그린다. 이때 ∠AOB는 $\widehat{AB}$에 대한 중심각이다.



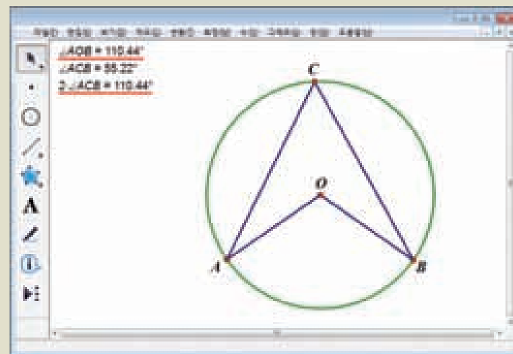


2. 아이콘 [•]을 클릭하여 원 위의 한 점 C를 그리고, 아이콘 [⁄]을 클릭하여 $\overline{CA}$, $\overline{CB}$를 그린다. 이때 ∠ACB는 $\widehat{AB}$에 대한 원주각이다.

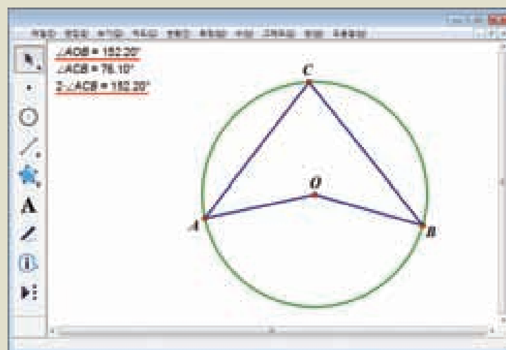


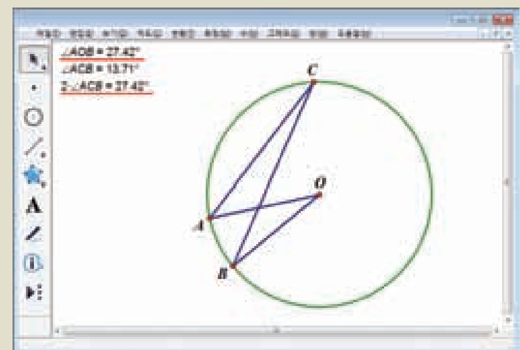
2 한 호에 대한 중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배임을 확인하여 보자.

1. 아이콘 을 클릭한 후 점 A, O, B를 차례로 선택하고, 메뉴에서 [측정]–[각의 크기]를 클릭하면 ∠AOB의 크기가 구해진다.
마찬가지 방법으로 ∠ACB의 크기도 구한 후, 메뉴에서 [수]–[계산]을 클릭하여 2∠ACB의 크기를 구하면 ∠AOB=2∠ACB임을 확인할 수 있다.



2. 아이콘 을 클릭한 후 두 점 A, B를 선택하고, 원 위에서 드래그하여 각의 크기를 변형시켜도 중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배임을 확인할 수 있다.



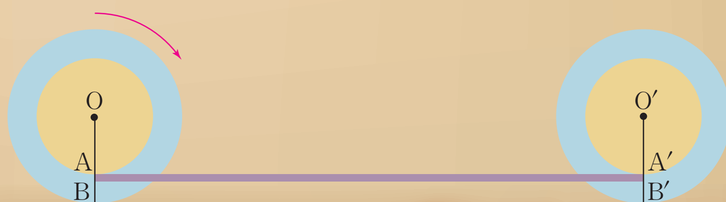


수학산책

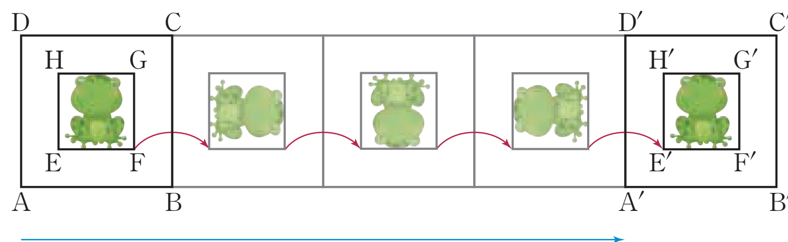
아리스토텔레스의 바퀴

지구가 돌고 있다는 것을 밝혀낸 수학자 중 한 사람인 갈릴레이(Galilei, G. : 1564～1642)가 1638년에 쓴 "두 가지 새로운 과학"이라는 책에는 다음과 같은 흥미로운 문제가 소개되어 있다.

"다음 그림과 같이 중심을 O로 하는 두 개의 바퀴를 생각하자. 중심이 같은 원을 동심원이라고 하는데, 이 동심원의 바퀴를 평면 상에서 1회전시키면 점 O, A, B는 각각 점 O′, A′, B′의 위치로 굴러간다. 여기서 작은 바퀴와 큰 바퀴는 모두 정확하게 1회전하였다. 이때 $\overline{AA'}$의 길이는 작은 바퀴의 둘레의 길이이고, $\overline{BB'}$의 길이는 큰 바퀴의 둘레의 길이이다. 또 $\overline{AA'}=\overline{BB'}$이므로 큰 바퀴와 작은 바퀴의 둘레의 길이는 같다. 그렇다면 바퀴는 반지름의 길이에 관계없이 항상 같은 거리를 움직일까?"



직관적으로 생각하면 큰 바퀴 위의 점은 항상 $\overline{BB'}$ 위에 나타날 것이고, 작은 바퀴 위의 점은 $\overline{AA'}$ 위에 나타날 것이다. 따라서 큰 바퀴와 작은 바퀴의 둘레의 길이는 바퀴의 반지름의 길이에 관계없이 같다는 이상한 결론이 나온다. 그러나 이 문제는 다음 그림과 같이 정사각형을 회전시켜 보면 쉽게 이해할 수 있다.



큰 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 1, □ABCD 내부에 있는 작은 정사각형 EFGH의 한 변의 길이를 $\frac{1}{2}$이라 하고 두 정사각형을 동시에 한 바퀴 굴리면 □ABCD는 그림과 같이 □A′B′C′D′이 된다. 이때 □ABCD가 굴러간 거리는 두 점 A와 A′ 사이의 거리와 같고, $\overline{AA'}$의 길이는 큰 정사각형의 둘레의 길이이므로 $1\times4=4$이다. 또 □ABCD가 한 바퀴 구르는 동안 □EFGH도 한 바퀴 굴렀고, □EFGH의 한 변의 길이는 $\frac{1}{2}$이므로 이 작은 정사각형이 한 바퀴 구른 거리는 $\frac{1}{2}\times4=2$가 되어야 한다.

그런데 작은 정사각형이 처음에 있던 자리의 점 E와 한 바퀴 구른 후의 자리인 점 E′ 사이의 거리, 즉 $\overline{EE'}$의 길이는 $\overline{AA'}$의 길이와 같은 4이다. 그렇다면 2는 어디서 생긴 것일까? 그림을 잘 보면 큰 정사각형의 변은 언제나 $\overline{AA'}$에 밀착되어 있으나, 작은 정사각형의 변은 군데군데에서 점프하고 있다. 즉, □EFGH가 굴러 □E′F′G′H′으로 옮겨 가는 동안 화살표로 표시한 4개의 '점프하는 부분'이 생기게 된다. 이 '점프하는 부분'의 길이의 합이 바로 2인 것이다.

이와 같은 방법으로 원을 생각하면 작은 바퀴의 둘레와 큰 바퀴의 둘레는 무한히 많은 '점프하는 부분'을 합한 만큼 차이가 나는 것이다. 다시 말해서 큰 바퀴가 굴러가는 동안 작은 바퀴는 눈에 띄지 않게 점프하면서 굴러간 것이다.

이것은 이미 아리스토텔레스(Aristoteles : B.C. 384~B.C. 322)가 설명한 적이 있기 때문에 '아리스토텔레스의 바퀴'라고 부른다.

부록

I 실수와 그 계산

1 제곱근과 실수

준|비|학|습 p.12

1 ㉠, ㉢

2 (1) 9　(2) 9　(3) 0.49　(4) 0.49

3 $-3,\ -2,\ -\frac{3}{4},\ 0,\ \frac{1}{3},\ \frac{3}{4},\ 1$

4 ㄱ

1-1 제곱근과 그 성질 [p.13~p.19]

1 (1) $8,\ -8$　(2) $10,\ -10$
(3) $0.3,\ -0.3$　(4) $\frac{1}{4},\ -\frac{1}{4}$

2 (1) $\pm\sqrt{2}$　(2) $\pm\sqrt{5}$
(3) $\pm\sqrt{1.4}$　(4) $\pm\sqrt{\frac{1}{3}}$

3 (1) 4　(2) -9
(3) $\frac{5}{8}$　(4) -0.7

4 (1) 7　(2) 8
(3) 10　(4) 11

5 (1) -1.5　(2) $-\frac{6}{13}$

창의 UP

$a<0$일 때, $a=-b(b>0)$라고 하면
$\sqrt{a^2}=\sqrt{(-b)^2}=b=-a$이므로　$\sqrt{a^2}\neq a$

6 (1) 9　(2) 6　(3) 4　(4) -5

7 $a>0$이므로　$\sqrt{a^2}=a$
$-3a<0$이므로　$\sqrt{(-3a)^2}=-(-3a)=3a$
따라서 $\sqrt{a^2}+\sqrt{(-3a)^2}=a+3a=4a$이다.

의사소통

9의 제곱근은 제곱하여 9가 되는 수이므로 3과 -3이다. 그러나 제곱근 9는 $\sqrt{9}$, 즉 9의 양의 제곱근이므로 3이다.

8 (1) $\sqrt{7}>\sqrt{6}$　(2) $\sqrt{11}<\sqrt{13}$
(3) $5>\sqrt{5}$　(4) $\sqrt{8}<4$

9 (1) $0.6=\sqrt{(0.6)^2}=\sqrt{0.36}$이고 $0.36<0.7$이므로
$\sqrt{0.36}<\sqrt{0.7}$
따라서 $0.6<\sqrt{0.7}$이다.
(2) $\frac{1}{2}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$이고, $\frac{1}{3}>\frac{1}{4}$이므로
$\sqrt{\frac{1}{3}}>\sqrt{\frac{1}{4}}$
따라서 $\sqrt{\frac{1}{3}}>\frac{1}{2}$이다.

추론

$0<a<1$일 때, $a^2<a$이므로　$\sqrt{a^2}<\sqrt{a}$
그런데 $\sqrt{a^2}=a$이므로　$a<\sqrt{a}$

1-2 무리수 [p.20~p.22]

1

$\sqrt{7}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{3^2}$	$\sqrt{0.1}$	$-\sqrt{0.04}$
$-\sqrt{13}$	$\sqrt{\frac{4}{9}}$	π	$\sqrt{(-2.6)^2}$	$\sqrt{2}+3$

2 (1) 2
(2) $2,\ -3,\ -\sqrt{4}$
(3) $2,\ 1.3,\ 0.4\dot{3},\ -3,\ -\sqrt{4}$
(4) $\pi,\ -\sqrt{7},\ 1+\sqrt{2}$
(5) $\pi,\ 2,\ -\sqrt{7},\ 1.3,\ 0.4\dot{3},\ -3,\ -\sqrt{4},\ 1+\sqrt{2}$

3 예시
보기의 수 중에서 다음에 해당하는 수를 모두 찾아 써라.

보기
$-\sqrt{3},\ \sqrt{4},\ -7,\ \frac{1}{9},\ \sqrt{0.9}$

(1) 자연수 (2) 정수 (3) 유리수
(4) 무리수 (5) 실수

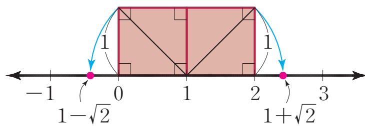
답 (1) $\sqrt{4}$ (2) $\sqrt{4},\ -7$ (3) $\sqrt{4},\ -7,\ \frac{1}{9}$
(4) $-\sqrt{3},\ \sqrt{0.9}$ (5) $-\sqrt{3},\ \sqrt{4},\ -7,\ \frac{1}{9},\ \sqrt{0.9}$

창의 UP

예를 들어 순환소수 $0.\dot{2}$, $0.4\dot{7}$은 각각 $\frac{2}{9}$, $\frac{43}{90}$과 같이 분자, 분모(0이 아니다.)가 모두 정수인 분수로 나타낼 수 있으므로 유리수이다. 즉, 무리수가 아니다. 이와 같이 순환소수는 무리수가 아님을 알 수 있다.

1-3 실수의 대소 관계 [p.23~p.26]

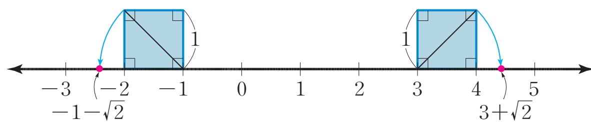
1



2 (1) $\sqrt{3}+4>5$ (2) $2<\sqrt{11}-1$
(3) $\sqrt{5}-2<1$ (4) $4-\sqrt{2}>2$

3 $\sqrt{5}+0.1,\ \sqrt{5}+0.01,\ \sqrt{5}+0.001$
이외에도 여러 가지가 있다.

문제해결



위의 수직선에서 $-1-\sqrt{2}<n<3+\sqrt{2}$를 만족시키는 정수 n은 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$이다.

중/단/원 기초 p.27

1 (1) $\pm\sqrt{6}$ (2) $\pm\sqrt{13}$ (3) ±0.5 (4) $\pm\frac{5}{9}$

2 (1) 8 (2) 9

3 $\sqrt{3},\ \sqrt{5}$

4 $\overline{PQ}=\overline{PS}=\sqrt{2}$
따라서 점 A에 대응하는 수는 $3-\sqrt{2}$이고, 점 B에 대응하는 수는 $3+\sqrt{2}$이다.

5 (1) $2+\sqrt{6}<5$ (2) $\sqrt{3}-2>\sqrt{3}-\sqrt{7}$

중/단/원 기본 p.28

1 (1) ±13 (2) $\pm\sqrt{\frac{2}{3}}$ (3) ±5
(4) 0 (5) ±3 (6) $\pm\sqrt{7}$

2 $\sqrt{15}$ cm

3 ㄱ. 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

4 $\sqrt{2},\ 1.5,\ \sqrt{3},\ \sqrt{8},\ 3$

5 (1) $1\ \boxed{<}\ \sqrt{5}-1$
(2) $2\ \boxed{>}\ 3-\sqrt{3}$
(3) $2+\sqrt{6}\ \boxed{>}\ \sqrt{6}+\sqrt{3}$
(4) $\sqrt{7}-\sqrt{5}\ \boxed{<}\ \sqrt{11}-\sqrt{5}$

중/단/원 실력 p.29

1 $\sqrt{16}=4$의 양의 제곱근은 $a=2$
$(-\sqrt{5})^2=5$의 양의 제곱근은 $b=\sqrt{5}$
따라서 $2<\sqrt{5}$이므로 $a<b$

2 $\sqrt{135x}=\sqrt{3^2\times3\times5\times x}$
따라서 조건을 만족시키는 x의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $3\times5=15$이다.

3 $4<\sqrt{3x}<5$에서 $\sqrt{16}<\sqrt{3x}<\sqrt{25}$

$16<3x<25$이므로 $5\frac{1}{3}<x<8\frac{1}{3}$

따라서 조건을 만족시키는 자연수 x의 값은 6, 7, 8 이다.

4 (1) $\square\text{PQRS}=4^2-4\times\left(\frac{1}{2}\times3\times1\right)$

$=16-6=10$

정사각형 PQRS의 넓이가 10이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$이다.

즉, $\overline{\text{PQ}}=\overline{\text{PS}}=\sqrt{10}$

$\overline{\text{PA}}=\overline{\text{PQ}}$, $\overline{\text{PB}}=\overline{\text{PS}}$이므로 두 점 A, B에 대응하는 수는 각각 $1+\sqrt{10}$, $1-\sqrt{10}$이다.

(2) $\sqrt{10}$, $-1+\sqrt{10}$, $-2+\sqrt{10}$

이외에도 여러 가지가 있다.

5 ㄱ. $3>\sqrt{5}$이므로 3은 두 수 사이에 있는 수가 아니다.

ㄴ. 두 수 사이에 있는 정수는 2 하나뿐이다.

ㄷ. $\sqrt{2}-0.01<\sqrt{2}$이므로 $\sqrt{2}-0.01$은 두 수 사이에 있는 무리수가 아니다.

ㄹ. 두 수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

2 근호를 포함한 식의 계산

준|비|학|습 p. 30

1 (1) $3000=3\times$ 1000 $=30\times$ 100

(2) $0.003=3\times$ 0.001 $=30\times$ 0.0001

(3) $0.652\times100=$ 65.2

(4) $0.652\times0.01=$ 0.00652

2 (1) 14 (2) -5 (3) -2 (4) 6

3 (1) $4a+b$ (2) $8a-5b$

(3) $-a+4b$ (4) $5a-13b$

4 (1) $(x+8)^2=x^2+16x+64$

(2) $(x-3)^2=x^2-6x+9$

(3) $(x+1)(x-1)=x^2-1$

(4) $(x+2)(x+5)=x^2+7x+10$

2-1 제곱근의 곱셈과 나눗셈 [p. 31~p. 38]

1 (1) $\sqrt{10}$ (2) 6 (3) $\sqrt{42}$ (4) 10

2 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $7\sqrt{3}$ (3) $2\sqrt{6}$ (4) $3\sqrt{7}$

3 예시

다음을 $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타내어라.

(1) $\sqrt{3^2\times7}$ (2) $\sqrt{5^3}$

답 (1) $3\sqrt{7}$ (2) $5\sqrt{5}$

4 (1) $\sqrt{27}$ (2) $-\sqrt{98}$ (3) $\sqrt{700}$ (4) $-\sqrt{180}$

창의 UP

$\sqrt{(-3)^2\times6}=\sqrt{9\times6}=\sqrt{3^2\times6}=3\sqrt{6}$이므로 $-3\sqrt{6}$과 같지 않다.

5 (1) $\sqrt{5}$ (2) $\frac{2\sqrt{2}}{7}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $\sqrt{15}$

6 (1) $\sqrt{3}$ (2) 10 (3) $2\sqrt{21}$ (4) $2\sqrt{2}$

7 (1) $(-3\sqrt{7})\times\sqrt{7}\times\sqrt{12}=-21\times2\sqrt{3}$

$=-42\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{18}\div\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\div(-\sqrt{20})=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}\times\left(-\frac{1}{2\sqrt{5}}\right)$

$=\frac{3\sqrt{5}}{2}\times\left(-\frac{1}{2\sqrt{5}}\right)$

$=-\frac{3}{4}$

의사소통

$\sqrt{12}\div\sqrt{3}\times\sqrt{4}$에서 차례로 계산하는 경우와 그렇지 않은 경우를 살펴보면

• $\sqrt{12}\div\sqrt{3}\times\sqrt{4}=\sqrt{\frac{12}{3}}\times\sqrt{4}$

$=\sqrt{4}\times\sqrt{4}=4$

• $\sqrt{12}\div\sqrt{3}\times\sqrt{4}=\sqrt{12}\div\sqrt{3\times4}$

$=\sqrt{12}\div\sqrt{12}=1$

과 같이 서로 다른 계산 결과가 나타나므로 곱셈과 나눗셈이 섞여 있을 때에는 앞에서부터 차례로 계산하는 것을 원칙으로 한다.

8 (1) $\sqrt{3}$ (2) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ (3) $\frac{\sqrt{42}}{14}$ (4) $\sqrt{6}$

9 예시

다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\frac{3}{\sqrt{7}}$ (2) $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$

답 (1) $\frac{3\sqrt{7}}{7}$ (2) $\frac{\sqrt{30}}{3}$

2-2 제곱근의 덧셈과 뺄셈 [p. 39~p. 46]

1 (1) $4\sqrt{2}$ (2) $-9\sqrt{6}$ (3) $4\sqrt{3}$ (4) $-2\sqrt{7}$

2 (1) $5\sqrt{3}-\frac{6}{\sqrt{3}}=5\sqrt{3}-\frac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=5\sqrt{3}-\frac{6\sqrt{3}}{3}=5\sqrt{3}-2\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

(2) $3\sqrt{7}-\frac{14}{\sqrt{7}}=3\sqrt{7}-\frac{14\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$

$=3\sqrt{7}-\frac{14\sqrt{7}}{7}=3\sqrt{7}-2\sqrt{7}=\sqrt{7}$

3 (1) $-5\sqrt{2}-6\sqrt{7}$ (2) $-\sqrt{6}+\sqrt{2}$

4 (1) $4\sqrt{7}$ (2) $\frac{5}{3}\sqrt{3}$

5 (1) $10+\sqrt{15}$ (2) $-4\sqrt{3}-24\sqrt{2}$

6 (1) $9+2\sqrt{14}$ (2) $15-6\sqrt{6}$
(3) -11 (4) $10+13\sqrt{2}$

7 (1) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$ (2) $3-\sqrt{7}$
(3) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ (4) $5+2\sqrt{6}$

$2<\sqrt{5}<3$이므로 $3<6-\sqrt{5}<4$

따라서 $a=3$이고, $b=(6-\sqrt{5})-3=3-\sqrt{5}$이므로

$a^2-b^2=3^2-(3-\sqrt{5})^2$

$=9-(9-6\sqrt{5}+5)$

$=6\sqrt{5}-5$

• 영훈: 근호 안의 수가 다르지만
$\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times3}=2\sqrt{3}$이고, $\sqrt{48}=\sqrt{4^2\times3}=4\sqrt{3}$이므로
$\sqrt{12}+\sqrt{48}$은 다음과 같이 계산할 수 있다.
$\sqrt{12}+\sqrt{48}=2\sqrt{3}+4\sqrt{3}=(2+4)\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

• 수연: $\sqrt{12}+\sqrt{48}=6\sqrt{3}=\sqrt{108}$이고 $\sqrt{12+48}=\sqrt{60}$이므로 $\sqrt{12}+\sqrt{48}\neq\sqrt{12+48}$이다. 이와 같이 제곱근의 합을 계산할 때 근호 안의 수를 더하면 실제의 값과 다른 값이 나타난다.

8 (1) 1.149 (2) 2.124 (3) 5.254 (4) 9.182

9 (1) 제곱근표: $\sqrt{167}=10\sqrt{1.67}=12.92$
계산기: $\sqrt{167}=12.9228479833$ → 12.92
(2) 제곱근표: $\sqrt{2300}=10\sqrt{23}=47.96$
계산기: $\sqrt{2300}=47.9583152331$ → 47.96
(3) 제곱근표: $\sqrt{0.052}=\frac{\sqrt{5.2}}{10}=0.2280$
계산기: $\sqrt{0.052}=0.22803508501$ → 0.2280
(4) 제곱근표: $\sqrt{0.841}=\frac{\sqrt{84.1}}{10}=0.9171$
계산기: $\sqrt{0.841}=0.91706052144$ → 0.9171

10 (1) $\sqrt{7}=2.646$이므로
$\sqrt{700}=\sqrt{7\times100}=10\sqrt{7}=26.46$
(2) $\sqrt{70}=8.367$이므로
$\sqrt{7000}=\sqrt{70\times100}=10\sqrt{70}=83.67$
(3) $\sqrt{70}=8.367$이므로
$\sqrt{0.7}=\sqrt{\frac{70}{100}}=\frac{\sqrt{70}}{10}=0.8367$
(4) $\sqrt{7}=2.646$이므로
$\sqrt{0.07}=\sqrt{\frac{7}{100}}=\frac{\sqrt{7}}{10}=0.2646$

중/단/원 기초 p. 47

1 (1) $\sqrt{21}$ (2) $\sqrt{22}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

2 (1) $7\sqrt{5}$ (2) $6\sqrt{7}$

3 (1) $\dfrac{\sqrt{42}}{7}$ (2) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

(3) $\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$ (4) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

4 (1) $3\sqrt{7}$ (2) 0

(3) $8+2\sqrt{15}$ (4) $4\sqrt{2}$

5 (1) 제곱근표: $\sqrt{1700}=41.23$

계산기: $\sqrt{1700}=41.23$

(2) 제곱근표: $\sqrt{0.017}=0.1304$

계산기: $\sqrt{0.017}=0.1304$

중/단/원 기본 p. 48

1 (1) $11\sqrt{2}$ (2) $21\sqrt{5}$ (3) $3\sqrt{5}$ (4) $5\sqrt{3}$

2 (1) $\dfrac{\sqrt{6}-3\sqrt{3}}{3}$ (2) $\dfrac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{12}$

(3) $\sqrt{6}+1$ (4) $\dfrac{11-6\sqrt{2}}{7}$

3 (1) $3\sqrt{15}$ (2) 1 (3) $\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$

(4) $(-4\sqrt{7})\div(-\sqrt{28})\times\sqrt{21}$

$=(-4\sqrt{7})\times\left(-\dfrac{1}{\sqrt{28}}\right)\times\sqrt{21}$

$=4\sqrt{7}\times\dfrac{1}{2\sqrt{7}}\times\sqrt{21}=2\sqrt{21}$

4 (1) $7\sqrt{3}$ (2) $-3\sqrt{2}+3\sqrt{5}$

(3) $3\sqrt{2}$ (4) $2\sqrt{6}-3$

5 (1) $(2\sqrt{5}+\sqrt{3})^2=(2\sqrt{5})^2+2\times2\sqrt{5}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$

$=20+4\sqrt{15}+3=23+4\sqrt{15}$

(2) $(\sqrt{7}-2\sqrt{2})^2=(\sqrt{7})^2-2\times\sqrt{7}\times2\sqrt{2}+(2\sqrt{2})^2$

$=7-4\sqrt{14}+8=15-4\sqrt{14}$

(3) $\dfrac{1+2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{(1+2\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{2}+2\sqrt{6}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{6}$

(4) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$

$=\dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}+\dfrac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$

$=\dfrac{\sqrt{2}-1}{2-1}+\dfrac{\sqrt{2}+1}{2-1}=2\sqrt{2}$

중/단/원 실력 p. 49

1 $\dfrac{\sqrt{396}}{\sqrt{x}}=\sqrt{\dfrac{2^2\times3^2\times11}{x}}$이 자연수가 되기 위한 x의 값은 11, 44, 99, 396이므로 가장 작은 짝수는 44이다.

2 $\sqrt{175}=\sqrt{5^2\times7}=(\sqrt{5})^2\times\sqrt{7}=a^2b$

3 $2x=2\sqrt{7}$, $\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{7}}{7}$

$2\sqrt{7}\div\dfrac{\sqrt{7}}{7}=2\sqrt{7}\times\dfrac{7}{\sqrt{7}}=14$

따라서 $2x$는 $\dfrac{1}{x}$의 14배이다.

4 $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$=\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}-\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

$=\dfrac{5+2\sqrt{15}+3}{5-3}-\dfrac{5-2\sqrt{15}+3}{5-3}=2\sqrt{15}$

5 $a=1-\sqrt{2}$, $b=3+\sqrt{2}$이므로

$\dfrac{b}{a}=\dfrac{3+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}=\dfrac{(3+\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}$

$=\dfrac{3+4\sqrt{2}+2}{1-2}=\dfrac{5+4\sqrt{2}}{-1}=-5-4\sqrt{2}$

대/단/원 평가 문제 [p. 54~p. 55]

1 ④ **2** ③ **3** ① **4** ④ **5** ③, ④
6 ① **7** ② **8** ② **9** ④ **10** ②
11 12 **12** $\dfrac{1}{15}$ **13** $2a-3$ **14** $10\sqrt{5}-10\sqrt{3}$
15 풀이 참조 **16** 풀이 참조

3 ① 순환하는 무한소수는 유리수이다.

4 ① $\sqrt{ab^2}=b\sqrt{a}$
② $(-\sqrt{ab})^2=ab$
③ $a=1$, $b=4$라고 하면
$\sqrt{a}+\sqrt{b}=3$, $\sqrt{a+b}=\sqrt{5}$
따라서 $\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a+b}$이다.
④ $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}=\sqrt{ba}=\sqrt{b}\times\sqrt{a}$
⑤ $a=1$, $b=4$라고 하면
$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\frac{1}{2}$, $\sqrt{b\div a}=2$
따라서 $\sqrt{a}\div\sqrt{b}\neq\sqrt{b\div a}$이다.

8 $\frac{6}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\frac{\sqrt{27}-\sqrt{72}}{\sqrt{3}}$
$=\left(6+\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)-(\sqrt{9}-\sqrt{24})$
$=6+3\sqrt{6}-3+2\sqrt{6}=3+5\sqrt{6}$

9 $a-b=(2+\sqrt{2})-(\sqrt{2}+\sqrt{3})=2-\sqrt{3}>0$이므로
$a>b$
$b-c=(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{3}+1)=\sqrt{2}-1>0$이므로
$b>c$
따라서 $c<b<a$이다.

13 $1-a<0$이므로 $\sqrt{(1-a)^2}=a-1$
$2-a>0$이므로 $\sqrt{(2-a)^2}=2-a$
$\sqrt{(1-a)^2}-\sqrt{(2-a)^2}=(a-1)-(2-a)$
$=a-1-2+a$
$=2a-3$

14 $3\sqrt{20}+\sqrt{80}-\sqrt{48}-2\sqrt{27}$
$=6\sqrt{5}+4\sqrt{5}-4\sqrt{3}-6\sqrt{3}$
$=10\sqrt{5}-10\sqrt{3}$

15 $p=-1-\sqrt{2}$, $q=-2+\sqrt{2}$이므로
$2p+q=2(-1-\sqrt{2})+(-2+\sqrt{2})$
$=-2-2\sqrt{2}-2+\sqrt{2}$
$=-4-\sqrt{2}$

16 $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{5}+1$
$2<\sqrt{5}<3$, $3<\sqrt{5}+1<4$이므로
$a=3$, $b=(\sqrt{5}+1)-3=\sqrt{5}-2$
$b^2+ab=(\sqrt{5}-2)^2+3(\sqrt{5}-2)$
$=5-4\sqrt{5}+4+3\sqrt{5}-6=3-\sqrt{5}$

Ⅱ 이차방정식

1 다항식의 인수분해

준|비|학|습 p. 60

1 (1) 3^3 (2) $2^4\times5$ (3) 11^2 (4) $2^2\times7^2$

2 (1) $2ax+6a$
(2) $5x^2-10x$
(3) $ab-5a+4b-20$
(4) $2xy-12x-y+6$

3 (1) x^2+6x+9
(2) $x^2-8x+16$
(3) x^2-49
(4) $x^2+8x+12$

4 $(x+5)(2x+3)=\boxed{2}x^2+\boxed{13}x+15$

1-1 인수분해 [p. 61~p. 62]

1 (1) $a(x+5y)$
(2) $x(x-2a)$
(3) $4x(2x-y)$
(4) $a(x+y-z)$

의사소통

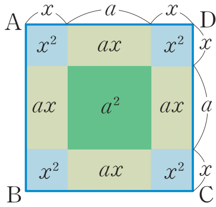
인수분해를 할 때에는 공통인수로 모두 묶어 내야 하므로 $2x^2+4x=2x(x+2)$와 같이 인수분해하여야 한다.

1-2 인수분해 공식 [p. 63~p. 70]

1 (1) $(a+5)^2$ (2) $(a-7)^2$
(3) $(2x+3)^2$ (4) $(3x-2)^2$

2 (1) 9 (2) 16 (3) 25 (4) 6

창의 UP



정사각형 ABCD는 넓이가 x^2, ax, a^2인 직사각형이 각각 4개, 4개, 1개로 이루어져 있으므로 구하는 넓이는
$4x^2+4ax+a^2$
정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 $2x+a$이므로 넓이는 $(2x+a)^2$으로 나타낼 수 있다.
따라서 $4x^2+4ax+a^2=(2x+a)^2$이다.

3 (1) $(a+7)(a-7)$ (2) $(4x+1)(4x-1)$
(3) $(3a+8)(3a-8)$ (4) $(2x+9)(2x-9)$

4 (1) $x^2+\boxed{5}x+6=(x+\boxed{2})(x+3)$
(2) $x^2-5x-\boxed{6}=(x+\boxed{1})(x-6)$

5 (1) $(x+2)(x+5)$ (2) $(x-1)(x-3)$
(3) $(x-3)(x+4)$ (4) $(x+5)(x-7)$

6 예시
다항식 $x^2-7x-30$을 인수분해하여라.
답 $(x+3)(x-10)$

7 (1) $(x+2)(5x+3)$ (2) $(x-2)(4x-1)$
(3) $(x+3)(2x-7)$ (4) $(2x-3)(5x+4)$

8 (1) $3(x+1)(x-5)$ (2) $5a(x+3)(x-3)$
(3) $a(3x+1)^2$ (4) $2(x-1)(5x+3)$

9 $4x^2-5x+A=(x-2)(Bx+C)$
$=Bx^2+(C-2B)x-2C$
$B=4$
$C-2B=C-8=-5$에서 $C=3$
$A=-2C$
$=(-2)\times3=-6$
따라서 $A+B+C=(-6)+4+3=1$이다.

중/단/원 기초 p.71

1 (1) $a(b-3)$ (2) $5a(3b+1)$
(3) $-x(x+6)$ (4) $2x(x+2y)$

2 (1) $x^2+4x+4=(x+\boxed{2})^2$
(2) $x^2-8x+16=(x-\boxed{4})^2$
(3) $x^2-81=(x+\boxed{9})(x-\boxed{9})$
(4) $x^2-25=(x+\boxed{5})(x-\boxed{5})$

3 (1) $x^2+5x+4=(x+\boxed{1})(x+\boxed{4})$
(2) $x^2-8x+15=(x-\boxed{3})(x-\boxed{5})$
(3) $x^2+x-12=(x+\boxed{4})(x-\boxed{3})$
(4) $x^2-3x-54=(x+\boxed{6})(x-\boxed{9})$

4 (1) $(x+2)(5x+2)$ (2) $(2x+1)(2x-3)$
(3) $(x-2)(3x+1)$ (4) $(x-1)(2x-3)$

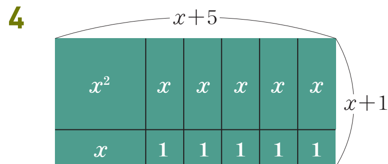
중/단/원 기본 p.72

1 (1) $by(a-x)$ (2) $-2x(x+y)$
(3) $ab(a+b+1)$ (4) $x(3a-b+2)$

2 (1) $(x-6)^2$ (2) $(2x+1)^2$
(3) $(a+6)(a-6)$ (4) $-(3a+2)(3a-2)$

3 (1) $(x+3)(x-2)$ (2) $(x+7)(x-5)$
(3) $(x+2)(2x-5)$ (4) $(x-2)(3x+1)$

4



큰 직사각형의 넓이 x^2+6x+5는 $(x+5)(x+1)$로 인수분해할 수 있다.

5 $9x^2+42x+8k+1=(3x)^2+2\times3x\times7+8k+1$
$=(3x+7)^2$
이 되어야 하므로
$8k+1=7^2$에서 $k=6$

중/단/원 실력 p.73

1 $8x^2-13x+a=(x-1)(Ax+B)$로 인수분해되므로 우변을 전개하여 나타내면
$8x^2-13x+a=Ax^2+(B-A)x-B$에서
$A=8$, $B-A=-13$이므로 $B=-5$
따라서 $a=5$이다.

2 $2^{16}-1=(2^8+1)(2^8-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$
따라서 $2^{16}-1$은 2^4+1과 2^4-1, 즉 17과 15로 나누어떨어진다.

3 $a^2+ab+b^2+(a-1)(b-1)$
$=a^2+ab+b^2+ab-a-b+1$
$=a^2+2ab+b^2-a-b+1$
$=(a+b)^2-(a+b)+1$
$=25-5+1$
$=21$

4 인수분해 공식 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$를 이용하면
$(1^2-2^2)+(3^2-4^2)+(5^2-6^2)+(7^2-8^2)+(9^2-10^2)$
$=(1+2)\times(1-2)+(3+4)\times(3-4)+\cdots$
$+(9+10)\times(9-10)$
$=(-1)\times(1+2+3+4+\cdots+9+10)$
$=-1\times55$
$=-55$

5 $6a^2+11a-10=(3a-2)(2a+5)$이므로 가로의 길이는 $2a+5$이다. 따라서 둘레의 길이는
(둘레의 길이)$=2\{(3a-2)+(2a+5)\}$
$=2(5a+3)$
$=10a+6$

6 윤수가 인수분해한 식 $(x-2)(x+3)$을 전개하면 x^2+x-6이고 일차항의 계수를 잘못 본 것이므로 이차항의 계수와 상수항은 옳다.
미영이가 인수분해한 식 $(x+2)(x+3)$을 전개하면 x^2+5x+6이고 상수항을 잘못 본 것이므로 이차항의 계수와 일차항의 계수는 옳다. 따라서 올바른 이차식은 x^2+5x-6이고 이를 인수분해하면 $(x+6)(x-1)$이다.

2 이차방정식

준|비|학|습 p.74

1 (1) $x=-3$ (2) $x=3$
(3) $x=-6$ (4) $x=2$

2 (1) ±3 (2) $\pm\sqrt{10}$
(3) $\pm\sqrt{15}$ (4) ±6

3 (1) $(x-5)^2$ (2) $(3x+5)(3x-5)$
(3) $(x+2)(x-3)$ (4) $(3x+2)(x-1)$

4 (1) $x+9=4x$ (2) $3x=x-8$

2-1 이차방정식과 그 해 [p.75~p.76]

1 ㉠, ㉣

2 (1) $x=0$ 또는 $x=2$ (2) $x=-1$ 또는 $x=2$

2-2 이차방정식의 풀이 [p.77~p.85]

1 (1) $x=-2$ 또는 $x=3$ (2) $x=0$ 또는 $x=-6$
(3) $x=4$ 또는 $x=-\frac{1}{5}$ (4) $x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=8$

2 (1) $x=-2$ 또는 $x=7$ (2) $x=-5$ 또는 $x=1$
(3) $x=-5$ 또는 $x=2$ (4) $x=-5$ 또는 $x=3$

3 (1) $x=7$(중근) (2) $x=4$(중근)
(3) $x=1$ 또는 $x=4$ (4) $x=2$(중근)
따라서 중근을 가지는 것은 (1), (2), (4)이다.

4 (1) $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{3}$ (2) $x=\pm\sqrt{5}$
(3) $x=\pm\frac{1}{2}$ (4) $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

5 (1) $x=8$ 또는 $x=-2$ (2) $x=-1\pm2\sqrt{3}$
(3) $x=-5\pm\sqrt{2}$ (4) $x=2\pm\frac{\sqrt{7}}{3}$

6 (1) $x^2+4x=2$의 양변에 $\left(4\times\frac{1}{2}\right)^2=4$를 더하면

$x^2+4x+\boxed{4}=2+\boxed{4}$

$(x+\boxed{2})^2=\boxed{6}$

(2) $x^2-x=1$의 양변에 $\left(-1\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$을 더하면

$x^2-x+\boxed{\frac{1}{4}}=1+\boxed{\frac{1}{4}}$

$\left(x-\boxed{\frac{1}{2}}\right)^2=\boxed{\frac{5}{4}}$

7 (1) $x=-2\pm\sqrt{7}$ (2) $x=3\pm2\sqrt{2}$

(3) $x=5\pm\sqrt{5}$ (4) $x=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$

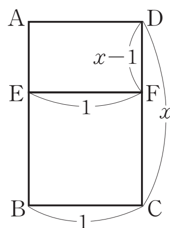
8 (1) $x=\frac{-3\pm\sqrt{29}}{2}$ (2) $x=\frac{4\pm\sqrt{11}}{5}$

9 (1) $x=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{4}$ (2) $x=\frac{5\pm\sqrt{7}}{3}$

2-3 이차방정식의 활용 [p.86~p.88]

1 12쪽과 13쪽

창의 UP



오른쪽 그림과 같이 직사각형 ABCD에서 사각형 BCFE가 정사각형이 되도록 점 E와 점 F를 표시하면 직사각형 ABCD와 직사각형 DAEF는 닮은 도형이다.

즉, 닮은 두 직사각형에서 가로의 길이와 세로의 길이를 이용하여 비례식으로 나타내면

$x : 1=1 : (x-1)$

$x(x-1)=1$, $x^2-x-1=0$

근의 공식에 의하여

$x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

$x>0$이므로 $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

2 (1) 3초 후와 7초 후 (2) 10초 후

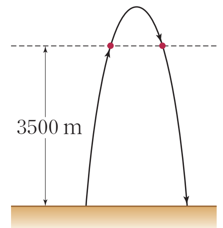
3 $-5t^2+150t+2500=3500$에서

$-5t^2+150t-1000=0$

$t^2-30t+200=0$

$(t-10)(t-20)=0$

$t=10$ 또는 $t=20$



따라서 분출물의 높이가 3500 m 이상인 것은 10초부터 20초까지이므로 10초 동안이다.

문제해결

공원의 세로의 길이를 x m라고 하면

가로의 길이는 $(x+12)$ m이다.

(공원의 넓이)$=x(x+12)$

$=x^2+12x(\text{m}^2)$

(공원의 넓이)+(자전거 도로의 넓이)

$=(x+12+12)(x+12)$

$=x^2+36x+288(\text{m}^2)$

공원의 넓이와 자전거 도로의 넓이가 같으므로 공원의 넓이와 자전거 도로의 넓이의 합은 공원의 넓이의 2배이다.

즉, $x^2+36x+288=2(x^2+12x)$이므로

$x^2-12x-288=0$

$(x+12)(x-24)=0$

$x=-12$ 또는 $x=24$

$x>0$이므로 $x=24$

따라서 구하는 공원의 세로의 길이는 24 m이고, 가로의 길이는 36 m이다.

중/단/원 기초 p.89

1 ㉠, ㉢

2 ㉠, ㉣

3 (1) $x=-1$ 또는 $x=-3$

(2) $x=-2$ 또는 $x=2$

(3) $x=3$ (중근)

(4) $x=1$ 또는 $x=-5$

4 근의 공식에 $a=1$, $b=\boxed{-5}$, $c=\boxed{2}$를 대입하면

$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{\boxed{(-5)^2}-4\times\boxed{1}\times\boxed{2}}}{2\times1}$

따라서 $x=\boxed{\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{2}}$이다.

5 십각형

중/단/원 기본 p.90

1 $a=-1$

2 (1) $x=-1$ 또는 $x=\dfrac{3}{2}$

(2) $x=-1$ 또는 $x=5$

(3) $x=\dfrac{-1\pm2\sqrt{2}}{2}$

(4) $x=\dfrac{1\pm\sqrt{7}}{2}$

(5) $x=3\pm\sqrt{5}$

(6) $x=\dfrac{5\pm\sqrt{22}}{3}$

3 $x^2-8x+2a-3=0$이 중근을 가지므로

$2a-3=\left(-8\times\dfrac{1}{2}\right)^2=16$에서 $a=\dfrac{19}{2}$

4 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라고 하면

$x(x-1)=(x-1)+x+(x+1)$이므로

$x^2-x=3x$, $x^2-4x=0$, $x(x-4)=0$

$x=0$ 또는 $x=4$

x는 자연수이므로 $x=4$

따라서 연속하는 세 자연수는 3, 4, 5이다.

5 야구공의 높이가 25 m이므로

$-4x^2+20x+1=25$에서

$-4x^2+20x-24=0$

$x^2-5x+6=0$, $(x-2)(x-3)=0$

$x=2$ 또는 $x=3$

따라서 야구공의 높이가 25 m인 순간은 타자가 야구공을 친 지 2초 후와 3초 후이다.

중/단/원 실력 p.91

1 $ax^2+bx-4=0$에 $x=-1$을 대입하면

$a-b-4=0$ ······ ①

$ax^2+bx-4=0$에 $x=2$를 대입하면

$4a+2b-4=0$ ······ ②

①의 양변에 2를 곱하여 ②와 변끼리 더하면

$6a-12=0$에서 $a=2$

$a=2$를 ①에 대입하면

$2-b-4=0$에서 $b=-2$

2 $x^2+2x-6=0$의 근은

$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+24}}{2}=-1\pm\sqrt{7}$이므로

$p^2+q^2=(-1+\sqrt{7})^2+(-1-\sqrt{7})^2$

$=1-2\sqrt{7}+7+1+2\sqrt{7}+7$

$=16$

3 $3x^2+px-q=0$에 $x=2$를 대입하면

$12+2p-q=0$ ······ ①

$3x^2+px-q=0$에 $x=-\dfrac{2}{3}$를 대입하면

$\dfrac{4}{3}-\dfrac{2}{3}p-q=0$ ······ ②

①, ②를 연립하여 풀면 $p=-4$, $q=4$

$x^2+qx+p=0$에서 $x^2+4x-4=0$이므로

이 이차방정식의 근은

$x=\dfrac{-4\pm\sqrt{16+16}}{2}=-2\pm2\sqrt{2}$

따라서 구하는 두 근의 차는

$(-2+2\sqrt{2})-(-2-2\sqrt{2})=4\sqrt{2}$

4 $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$이므로

$\overline{DE}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{AC}$

$x:8=x+3:(x+3)+(x-3)$

$x:8=x+3:2x$

$2x^2=8(x+3)$

$2x^2-8x-24=0$

$x^2-4x-12=0$

$(x+2)(x-6)=0$

$x=-2$ 또는 $x=6$

$x>0$이므로 $x=6$

5 농구 코트의 가로의 길이를 x m라고 하면 세로의 길이는 $\left(\frac{1}{2}x+1\right)$ m이다.
농구 코트의 넓이가 420 m^{2}이므로
$x\left(\frac{1}{2}x+1\right)=420$
$\frac{1}{2}x^2+x=420$
$x^2+2x-840=0$
$(x+30)(x-28)=0$
$x=-30$ 또는 $x=28$
$x>0$이므로 $x=28$
따라서 농구 코트의 가로의 길이는 28 m이고,
세로의 길이는 $\frac{1}{2}\times28+1=15$(m)이다.

대/단/원 평가 문제 [p. 96~p. 97]

1 ⑤	**2** ①, ⑤	**3** ②	**4** ⑤	**5** ②, ④
6 ⑤	**7** ④	**8** ①	**9** ①, ③	**10** ④
11 150	**12** $x=\frac{2\pm\sqrt{22}}{3}$		**13** 16	**14** -14
15 풀이 참조		**16** 풀이 참조		

5 $x^2-\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}=0$에서 $3x^2-2x-1=0$
$(x-1)(3x+1)=0$
$x=1$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

6 $x^2-6x+2a-3=0$이 중근을 가지므로
$2a-3=\left(-6\times\frac{1}{2}\right)^2=9$, $2a=12$, $a=6$

8 $9a^2-12a+4=(3a-2)^2$
따라서 광장의 한 변의 길이가 $3a-2$이므로
광장의 둘레의 길이는
$4(3a-2)=12a-8$

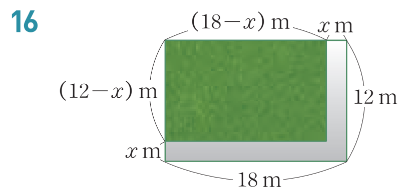
9 $60t-5t^2=160$에서 $-5t^2+60t-160=0$
$t^2-12t+32=0$
$(t-4)(t-8)=0$
$t=4$ 또는 $t=8$
따라서 물체의 높이가 160 m인 순간은 물체를 쏘아 올린 지 4초 후와 8초 후이다.

10 연속하는 두 자연수를 x, $x+1$이라고 하면
$x(x+1)=506$이므로
$x^2+x-506=0$, $(x+23)(x-22)=0$
$x=-23$ 또는 $x=22$
x는 자연수이므로 $x=22$
따라서 연속하는 두 자연수는 22, 23이므로 이 두 자연수의 제곱의 차는
$23^2-22^2=(23+22)(23-22)=45$

12 $\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{3}x=\frac{1}{2}$의 양변에 12를 곱하면
$3x^2-4x=6$, $3x^2-4x-6=0$
$x=\frac{4\pm\sqrt{16+72}}{6}=\frac{2\pm\sqrt{22}}{3}$

14 $2x^2+ax+b=0$에 $x=-1$을 대입하면
$2-a+b=0$ …… ①
$2x^2+ax+b=0$에 $x=4$를 대입하면
$32+4a+b=0$ …… ②
①, ②를 연립하여 풀면 $a=-6$, $b=-8$이므로
$a+b=-14$

15 (색칠한 부분의 넓이)$=x(48-2x)$
$=-2x^2+48x$
$-2x^2+48x=288$, $x^2-24x+144=0$, $(x-12)^2=0$
$x=12$ (중근)

16


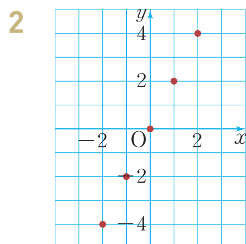
산책로의 폭을 x m라고 하면 잔디밭의 넓이는 위의 그림과 같이 가로의 길이가 $(18-x)$ m, 세로의 길이가 $(12-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로
$(18-x)(12-x)=160$
$x^2-30x+56=0$
$(x-2)(x-28)=0$
$x=2$ 또는 $x=28$
$0<x<12$이므로 $x=2$
따라서 산책로의 폭을 2 m로 해야 한다.

Ⅲ 이차함수

1 이차함수와 그래프

준|비|학|습 p.102

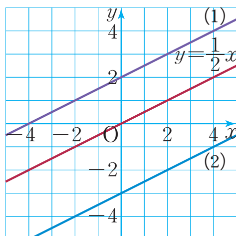
1 x와 y 사이의 관계식은 $y=500x$이고, x의 값이 정해지면 y의 값도 단 하나로 정해지므로 y는 x의 함수이다.

2 

3 ㉠, ㉢

4 (1) $y=\frac{1}{2}x+2$의 그래프는 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 직선이다.

(2) $y=\frac{1}{2}x-3$의 그래프는 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프를 y축의 방향으로 −3만큼 평행이동한 직선이다.



1-1 이차함수의 뜻 [p.103~p.105]

1 (1) $y=-x^2+6x$ (2) $y=x^3$
(3) $y=3x$ (4) $y=4\pi x^2$
따라서 이차함수인 것은 (1), (4)이다.

2 $x=0$일 때, $y=1$
$x=1$일 때, $y=-1$
$x=2$일 때, $y=-11$
$x=3$일 때, $y=-29$

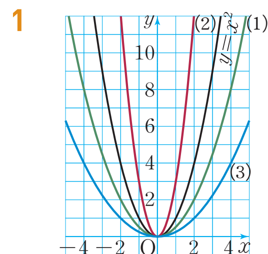
3 −5

4 (1) $f(a)=3a^2+a=10$이므로 이차방정식
$3a^2+a-10=0$을 풀면 $(3a-5)(a+2)=0$이다.
따라서 $a=\frac{5}{3}$ 또는 $a=-2$이다.
(2) $f(-1)=3\times(-1)^2+a=3+a$
$f(0)=3\times0^2+a=a$
$f(1)=3\times1^2+a=3+a$
이때 각 x의 값에 대한 함숫값의 총합이 9이므로
$(3+a)+a+(3+a)=9$
따라서 $a=1$이다.

의사소통

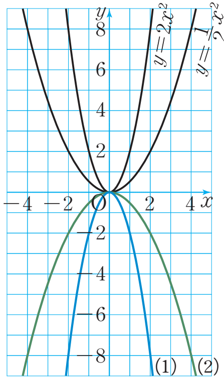
한 변의 길이가 x m인 정사각형 모양의 밭의 넓이를 y m²라고 하면 $y=x^2$인 관계가 성립한다.

1-2 이차함수 $y=ax^2$의 그래프 [p.106~p.110]

1 

2 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열하면 (2), (1), (3)이다.

3



4 ㉠, ㉣

5 ㉡, ㉠, ㉢, ㉣

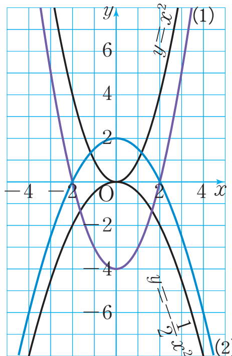
1-3 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

[p. 111~p. 116]

1 (1) 이차함수 $y=4x^2-5$의 그래프는 $y=4x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 것이다.

(2) 이차함수 $y=4x^2+1$의 그래프는 $y=4x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

2



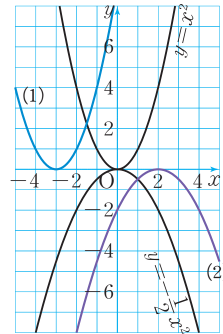
3 (1) 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 이차함수의 식은 $y=x^2+4$이고, 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 4)$이다.

(2) 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{3}x^2-2$이고, 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -2)$이다.

4 (1) 이차함수 $y=3(x+1)^2$의 그래프는 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

(2) 이차함수 $y=3(x-5)^2$의 그래프는 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이다.

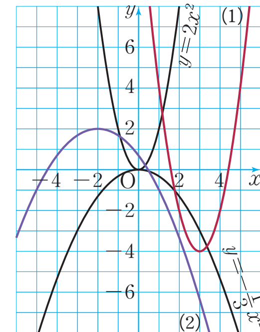
5



6 (1) 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 이차함수의 식은 $y=2(x-1)^2$이고, 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 0)$이다.

(2) 이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{4}(x+3)^2$이고, 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 0)$이다.

7



8 (1) 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 이차함수의 식은 $y=(x+2)^2+1$이고, 이 그래프의 축의 방정식은 $x=-2$, 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 1)$이다.

(2) 이차함수 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 이차함수의 식은 $y=3(x-3)^2-2$이고, 이 그래프의 축의 방정식은 $x=3$, 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ -2)$이다.

(3) 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}(x+1)^2-2$이고, 이 그래프의 축의 방정식은 $x=-1$, 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -2)$이다.

(4) 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 이차함수의 식은 $y=-2(x-1)^2+2$이고, 이 그래프의 축의 방정식은 $x=1$, 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 2)$이다.

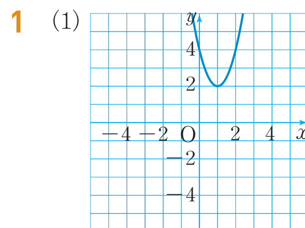
의사소통

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 a, p, q의 부호에 따라 다음과 같은 사분면을 지난다.

		$q>0$	$q<0$
$a>0$	$p>0$	제1, 2사분면	제1, 2, 4사분면 또는 모든 사분면
	$p<0$	제1, 2사분면	제1, 2, 3사분면 또는 모든 사분면
$a<0$	$p>0$	제1, 3, 4사분면 또는 모든 사분면	제3, 4사분면
	$p<0$	제2, 3, 4사분면 또는 모든 사분면	제3, 4사분면

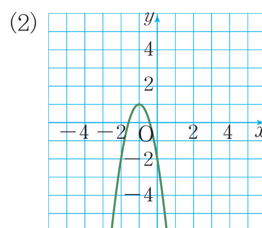
1-4 이차함수의 그래프의 성질 [p. 117~p. 122]

1 (1)



이차함수 $y=2x^2-4x+4$의 그래프는 위의 그림과 같고, 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 2)$, y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ 4)$이다.

(2)



이차함수 $y=-3x^2-6x-2$의 그래프는 위의 그림과 같고, 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 1)$, y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ -2)$이다.

2 $y=2x^2+8x+11$

창의 UP

$y=-x^2-8x-10$
$=-(x^2+8x)-10$
$=-(x^2+8x+16)+16-10$
$=-(x+4)^2+6$

따라서 이차함수 $y=-x^2-8x-10$의 꼭짓점의 좌표는 $(-4,\ 6)$이다.

꼭짓점이 이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2-k$의 그래프 위에 있으므로 이 함수의 식에 $x=-4$, $y=6$을 대입하면

$6=\frac{1}{4}\times(-4)^2-k$에서 $k=-2$

3 (1) 최솟값은 $x=3$일 때 -4이고, 최댓값은 없다.
(2) 최댓값은 $x=2$일 때 2이고, 최솟값은 없다.

4 (1) 최솟값은 $x=-2$일 때 -4이고, 최댓값은 없다.
(2) 최댓값은 $x=1$일 때 -2이고, 최솟값은 없다.

5 주어진 이차함수의 그래프의 최댓값이 $x=-2$일 때 1이므로 구하는 이차함수의 식은

$y=a(x+2)^2+1$ ……①

의 꼴로 나타낼 수 있다.

또 이 그래프가 점 $(-1,\ -3)$을 지나므로 ①에 $x=-1$, $y=-3$을 대입하면

$-3=a(-1+2)^2+1$

$a=-4$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-4(x+2)^2+1$이므로 $y=-4x^2-16x-15$

6 예시

이차함수 $y=2x^2+8x-9$의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

답 최솟값은 $x=-2$일 때 -17이고, 최댓값은 없다.

중/단/원 기초 p.123

1 ㉡

2 (1) 축의 방정식: $x=0$, 꼭짓점의 좌표: $(0,\ 0)$

(2) 축의 방정식: $x=0$, 꼭짓점의 좌표: $(0,\ 2)$

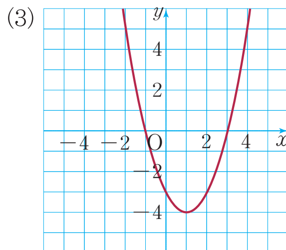
(3) 축의 방정식: $x=-4$, 꼭짓점의 좌표: $(-4,\ 0)$

(4) 축의 방정식: $x=2$, 꼭짓점의 좌표: $(2,\ -3)$

3 (1) $y=(x-1)^2-4$

(2) 꼭짓점의 좌표: $(1,\ -4)$, 축의 방정식: $x=1$

(3)



4 (1) 최솟값은 $x=0$일 때 0이고, 최댓값은 없다.

(2) 최댓값은 $x=0$일 때 5이고, 최솟값은 없다.

(3) 최솟값은 $x=3$일 때 -5이고, 최댓값은 없다.

(4) 최댓값은 $x=-1$일 때 4이고, 최솟값은 없다.

중/단/원 기본 p.124

1 (1) ㉢, ㉤, ㉥

(2) 폭이 가장 넓은 것: ㉤, 폭이 가장 좁은 것: ㉡

(3) ㉠과 ㉥, ㉢과 ㉣

2 $y=-x^2+4x+1$

3 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+ax+b$의 그래프가 점 $(0,\ 2)$를 지나므로

$2=b$에서 $b=2$

이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+ax+2$의 그래프가 점 $(-4,\ 0)$을 지나므로

$0=-8-4a+2,\ 4a=-6,\ a=-\frac{3}{2}$

따라서 주어진 이차함수는

$y=-\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+2$

$=-\frac{1}{2}\left(x^2+3x+\frac{9}{4}\right)+\frac{9}{8}+2$

$=-\frac{1}{2}\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{8}$

이므로 구하는 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2},\ \frac{25}{8}\right)$이다.

4 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(0,\ 4)$, $(-2,\ 20)$, $(2,\ -4)$를 지나므로

$x=0$, $y=4$를 대입하면 $4=c$

$x=-2$, $y=20$을 대입하면

$20=4a-2b+c$ ……①

$x=2$, $y=-4$를 대입하면

$-4=4a+2b+c$ ……②

$c=4$를 ①, ②에 대입하면

$20=4a-2b+4$에서

$2a-b=8$ ……③

$-4=4a+2b+4$에서

$2a+b=-4$ ……④

③, ④를 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-6$이다.

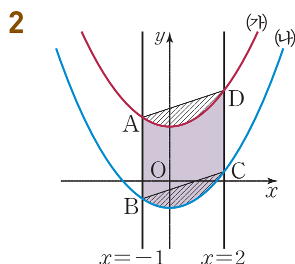
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=x^2-6x+4$

5 $a=-2$, $b=4$

중/단/원 실력 p. 125

1 원점을 꼭짓점으로 하고, y축을 축으로 하는 포물선을 나타내는 이차함수의 식은 $y=ax^2$이다.
이때 포물선이 점 $(-2, 8)$을 지나므로
$8=a\times(-2)^2$
$8=4a$
$a=2$
따라서 이차함수의 식은 $y=2x^2$이고, 이 그래프가 점 $(3, k)$를 지나므로
$k=2\times3^2=18$

2



위의 그림과 같이 (가), (나)의 그래프와 직선 $x=-1$의 교점을 각각 A, B라 하고, (가), (나)의 그래프와 직선 $x=2$의 교점을 각각 D, C라고 하자.
$y=\frac{1}{3}x^2+2$의 그래프는 $y=\frac{1}{3}x^2-1$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프이므로 위의 그림에서 빗금 친 부분의 넓이는 서로 같다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 평행사변형 ABCD의 넓이와 같고, $\overline{AB}=3$, (높이)$=3$이므로 구하는 넓이는 $3\times3=9$

3 $y=-\frac{1}{2}x^2-2x+1$
$=-\frac{1}{2}(x+2)^2+3$
따라서 $A(-2, 3)$, $B(-2, 0)$, $C(0, 1)$이므로 구하는 사다리꼴의 넓이는
$\frac{1}{2}\times(3+1)\times2=4$

4 이차함수 $y=3x^2+bx+c$의 그래프가 두 점 $(-1, 5)$, $(2, 2)$를 지나므로
$5=3-b+c$에서 $-b+c=2$
$2=12+2b+c$에서 $2b+c=-10$
이 두 식을 연립하여 풀면
$b=-4$, $c=-2$
따라서 이차함수의 식은
$y=3x^2-4x-2=3\left(x-\frac{2}{3}\right)^2-\frac{10}{3}$
이므로 구하는 최솟값은 $x=\frac{2}{3}$일 때 $-\frac{10}{3}$이다.

대/단/원 평가 문제 [p. 130~p. 131]

1 ②, ④	**2** ②	**3** ③	**4** ②	**5** ④
6 ③	**7** ②	**8** ①	**9** ⑤	**10** ③
11 $y=x^2-4x+2$	**12** 6 m	**13** 풀이 참조		
14 풀이 참조				

3 ① 폭이 가장 좁은 것은 ㉠, ㉡이다.
② 폭이 가장 넓은 것은 ㉢, ㉣이다.
④ ㉠과 ㉣은 아래로 볼록한 포물선이다.
⑤ ㉢과 ㉣은 직선 $x=0$을 축으로 한다.

4 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -3)$이 된다.
즉, $y=\frac{1}{2}(x+2)^2-3$이다.

7 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
그래프의 꼭짓점의 x좌표가 원점보다 오른쪽에 있으므로 $p>0$

11 주어진 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2, -2)$이므로 $y=a(x-2)^2-2$로 놓자. 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표가 $(0, 2)$이므로
$2=a(0-2)^2-2$에서 $a=1$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=(x-2)^2-2$이므로 $y=x^2-4x+2$

13 $y=2(x-1)^2-3$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -3)$에서 $(-2,\ 1)$로 옮겨지므로 이 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $y=2(x+2)^2+1$이다.
이 그래프가 점 $(a,\ 9)$를 지나므로
$9=2(a+2)^2+1$, $2a^2+8a=0$, $2a(a+4)=0$
$a=0$ 또는 $a=-4$

14 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 최솟값은 $x=-1$일 때 -3이므로 $y=a(x+1)^2-3$
그래프가 점 $(1,\ 5)$를 지나므로
$5=a(1+1)^2-3$에서 $a=2$
$y=2(x+1)^2-3$에서 $y=2x^2+4x-1$이므로
$a=2$, $b=4$, $c=-1$
따라서 $a+b+c=2+4+(-1)=5$이다.

IV 통계

1 대푯값과 산포도

준 | 비 | 학 | 습

p. 138

1 4.9회

2 (1)

수돗물의 양

계급(t)	계급값(t)	도수(명)
0이상 ~ 10미만	5	2
10 ~ 20	15	14
20 ~ 30	25	10
30 ~ 40	35	8
40 ~ 50	45	2
50 ~ 60	55	4
합계		40

(2) 도수가 가장 큰 계급은 10 t 이상 20 t 미만이고, 도수가 가장 작은 계급은 0 t 이상 10 t 미만과 40 t 이상 50 t 미만이다.
(3) 26.5 t

1-1 대푯값

[p. 139~p. 143]

1 (1) 6 (2) 33

2 7시 32분

의사소통

열 명 중에 문자 메시지를 아주 많이 보내는 사람이 한 명이 있는 어느 집단에서 하루에 보내는 문자 메시지 건수의 대푯값을 구할 때, 평균보다 중앙값이 더 적절하다.

3 5천 원

4 95

5 평균은 $\dfrac{176}{20}=8.8$(회)
지진이 발생한 횟수를 작은 값부터 차례로 나열하면 2, 5, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 10, 11, 11, 11, 14, 15, 16이다.
따라서 중앙값은 10번째 변량 8회와 11번째 변량 8회의 평균이므로 8회이고, 최빈값은 지진이 발생한 횟수 중 가장 많이 나타난 7회이다.

6 (1) 예시
다음 자료의 중앙값을 구하여라.

2, 7, 10, 9, 8

(2) 예시
다음 자료의 최빈값을 구하여라.

6, 8, 8, 9, 12

의사소통

- 수학 성적: 극단적인 값이 없고, 가장 많이 나타난 값도 없으므로 평균이 적절하다.
- 양말의 치수: 가장 많이 신는 양말의 치수를 많이 생산해야 하므로 최빈값이 적절하다.
- 등교 시간: 40분과 같이 다른 값과 동떨어진 값이 있을 경우에는 중앙값이 적절하다.

1-2 산포도

[p.144~p.150]

1 4.4 g

문제해결

모둠별로 조사한 자료의 분산 또는 표준편차를 구하여 분포 상태를 알아본다.

2 분산: 139
표준편차: 12시간

3 (1) 8월의 표준편차: 54분, 9월의 표준편차: 57분
(2) 휴대 전화 통화 시간의 표준편차가 8월이 더 작으므로 8월의 휴대 전화 통화 시간이 9월보다 더 고르다고 할 수 있다.

창의 UP

주어진 히스토그램을 도수분포표로 나타내면 다음과 같다.

기다린 시간

계급(분)	도수(회)
0이상 ~ 2미만	2
2 ~ 4	11
4 ~ 6	3
6 ~ 8	3
8 ~ 10	1
합계	20

따라서 평균을 구하면

(평균)$=\dfrac{1\times2+3\times11+5\times3+7\times3+9\times1}{20}=4$(분)

이므로 다음과 같은 표를 만들어서 표준편차를 구할 수 있다.

계급(분)	도수(회)	편차(분)	(편차)$^2\times$(도수)
0이상 ~ 2미만	2	-3	18
2 ~ 4	11	-1	11
4 ~ 6	3	1	3
6 ~ 8	3	3	27
8 ~ 10	1	5	25
합계	20		84

(분산)$=\dfrac{84}{20}=4.2$

(표준편차)$=\sqrt{4.2}=2.0\cdots$(분) ➡ 2분

중/단/원 기초

p.151

1 평균: 5.4회, 중앙값: 3회

2 평균: 1.875명, 중앙값: 2명, 최빈값: 2명

3 (1) 평균: 6권

(2)

요일	월	화	수	목	금
권수(권)	5	6	6	7	6
편차(권)	-1	0	0	1	0

(3) 분산: 0.4, 표준편차: 0.6권

4 (분산)$=\dfrac{48}{10}=4.8$

(표준편차)$=\sqrt{4.8}=2.19\cdots$ ➡ 2.2

중/단/원 기본

p.152

1 1567 m

2 맥박 수를 작은 값부터 차례로 나열하면

85, 87, 88, 88, 89, 89, 90, 90, 90, 90, 90, 91, 91, 91, 92, 92, 93, 93, 94, 94

이므로 중앙값은 10번째 변량 90회와 11번째 변량 90회의 평균인 90회이다.

최빈값은 가장 많이 나타난 90회이다.

3 (평균)

$=\dfrac{10\times3+30\times3+50\times5+70\times6+90\times10+110\times5}{32}$

$=\dfrac{2240}{32}=70$(회)

계급(회)	도수(명)	편차(회)	(편차)$^2\times$(도수)
0이상 ~ 20미만	3	-60	10800
20 ~ 40	3	-40	4800
40 ~ 60	5	-20	2000
60 ~ 80	6	0	0
80 ~ 100	10	20	4000
100 ~ 120	5	40	8000
합계	32		29600

(분산)$=\dfrac{29600}{32}=925$

(표준편차)$=\sqrt{925}=30.4\cdots$(회) ➡ 30회

중/단/원 실력 p.153

1 평균은

$\frac{105+110+130+1000+95+100+140+120}{8}$

$=\frac{1800}{8}=225$(만 원)

중앙값은 월 매출액을 작은 값부터 차례로 나열하였을 때, 4번째 변량 110만 원과 5번째 변량 120만 원의 평균이므로

$\frac{110+120}{2}=115$(만 원)

한편 각 변량이 나타난 횟수가 한 번이므로 최빈값은 없다. 그런데 이 가게의 월 매출액 중에 1000만 원이 있었지만 대개는 100여만 원이므로 중앙값인 115만 원이 대푯값으로 더 적절하다.

2 (1) (평균)$=\frac{42+41+44+40+38}{5}$

$=\frac{205}{5}=41$(점)

(분산)$=\frac{1^2+0^2+3^2+(-1)^2+(-3)^2}{5}$

$=\frac{1+0+9+1+9}{5}$

$=\frac{20}{5}=4$

(표준편차)$=\sqrt{4}=2$(점)

(2) (평균)$=\frac{12+13+21+24+25}{5}$

$=\frac{95}{5}=19$(점)

(분산)$=\frac{(-7)^2+(-6)^2+2^2+5^2+6^2}{5}$

$=\frac{49+36+4+25+36}{5}$

$=\frac{150}{5}=30$

(표준편차)$=\sqrt{30}=5.47\cdots$(점) ➡ 5.5점

(3) 실점의 표준편차가 득점의 표준편차보다 크다. 따라서 실점이 득점보다 팀 사이에 더 심한 차이를 보인다.

3 승희네 모둠 학생의 키의 평균은

$\frac{156+156+158+172+180+156+156}{7}$

$=\frac{1134}{7}=162(\text{cm})$

키(cm)	편차(cm)	(편차)^2
156	-6	$(-6)^2=36$
156	-6	$(-6)^2=36$
158	-4	$(-4)^2=16$
172	10	$10^2=100$
180	18	$18^2=324$
156	-6	$(-6)^2=36$
156	-6	$(-6)^2=36$
합계		584

승희네 모둠 학생의 키의 분산은

$\frac{584}{7}=83.4\cdots$ ➡ 83

영호네 모둠 학생의 키의 평균은

$\frac{162+161+162+164+160+165+160}{7}$

$=\frac{1134}{7}=162(\text{cm})$

키(cm)	편차(cm)	(편차)^2
162	0	$0^2=0$
161	-1	$(-1)^2=1$
162	0	$0^2=0$
164	2	$2^2=4$
160	-2	$(-2)^2=4$
165	3	$3^2=9$
160	-2	$(-2)^2=4$
합계		22

영호네 모둠 학생의 키의 분산은

$\frac{22}{7}=3.1\cdots$ ➡ 3

따라서 분산이 작은 영호네 모둠 학생들의 키가 더 고르다고 할 수 있다.

대/단/원 평가 문제 [p.158~p.159]

1 ②	2 ②	3 ①	4 ①	5 ②
6 ①	7 ④	8 ④	9 5.5	10 수학
11 풀이 참조		12 풀이 참조		

4 중앙값은 3번째 변량인 5이고, 중앙값과 평균이 같으므로

$\frac{2+4+5+7+x}{5}=5$, $18+x=25$

$x=7$

6 $(\text{평균})=\frac{4\times10+12\times7+20\times3+28\times2+36\times2}{24}$

$=13(\text{분})$

계급(분)	도수(명)	편차(분)	(편차)$^2\times$(도수)
0이상 ~ 8미만	10	−9	810
8 ~16	7	−1	7
16 ~24	3	7	147
24 ~32	2	15	450
32 ~40	2	23	1058
합계	24		2472

$(\text{분산})=\frac{2472}{24}=103$

$(\text{표준편차})=\sqrt{103}=10.1\cdots(\text{분})$ ➡ 10분

8 ㄱ. (편차)=(변량)−(평균)이므로 평균보다 작은 변량의 편차는 음수이다.
ㄴ. 각 변량의 편차의 합이 0이므로 편차의 평균은 0이다.
ㄷ. 변량들이 고르게 분포되어 있을수록 변량들이 평균 주위에 모여 있다는 것이므로 표준편차는 작아진다.

9 다섯 개의 변량의 평균은

$\frac{(2a-3)+(2b-3)+(2c-3)+(2d-3)+(2e-3)}{5}=8$

$2\times\frac{a+b+c+d+e}{5}-3=8$

$\frac{a+b+c+d+e}{5}=5.5$

따라서 변량 a, b, c, d, e의 평균은 5.5이다.

11 평균이 5회이므로

$\frac{2+a+8+b+9}{5}=5$, $a+b=6$

분산이 10이므로

$\frac{(-3)^2+(a-5)^2+3^2+(b-5)^2+4^2}{5}=10$

$a^2+b^2-10(a+b)=-34$

$a^2+b^2-10\times6=-34$, $a^2+b^2=26$

한편 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$이므로

$36=26+2ab$에서 $ab=5$

12

계급(원)	도수(개월)	계급값(원)	(계급값)×(도수)	편차(원)	(편차)^2×(도수)
900이상~1100미만	9	1000	9000	−200	360000
1100 ~1300	1	1200	1200	0	0
1300 ~1500	3	1400	4200	200	120000
1500 ~1700	3	1600	4800	400	480000
합계	16		19200		960000

$(\text{평균})=\frac{19200}{16}=1200(\text{원})$

$(\text{분산})=\frac{960000}{16}=60000$

$(\text{표준편차})=\sqrt{60000}=244.9\cdots(\text{원})$ ➡ 245원

V 피타고라스 정리

1 피타고라스 정리

준|비|학|습 p.166

1 $\triangle ABD\equiv\triangle CDB$

2 $\frac{9}{2}$

3 (1) $\pm\sqrt{10}$ (2) ±7 (3) ±13 (4) $\pm2\sqrt{6}$

4 (1) 3 (2) 5 (3) 5 (4) 6

1-1 피타고라스 정리 [p. 167~p. 172]

1 (1) $\dfrac{a^2+2ab+b^2}{2}$

(2) $\triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}ab$, $\triangle\mathrm{DEB}=\dfrac{1}{2}ab$, $\triangle\mathrm{CBE}=\dfrac{1}{2}c^2$

(3) (1)에서 사다리꼴의 넓이는

$\dfrac{a^2+2ab+b^2}{2}=ab+\dfrac{a^2+b^2}{2}$

(2)에서

$\triangle\mathrm{ABC}+\triangle\mathrm{DEB}+\triangle\mathrm{CBE}$

$=\dfrac{1}{2}ab+\dfrac{1}{2}ab+\dfrac{1}{2}c^2=ab+\dfrac{c^2}{2}$

사다리꼴의 넓이는 세 개의 삼각형의 넓이의 합과 같으므로

$ab+\dfrac{a^2+b^2}{2}=ab+\dfrac{c^2}{2}$에서 $a^2+b^2=c^2$

$\angle\mathrm{BCA}=\angle\mathrm{BHC}=90^\circ$, $\angle\mathrm{CBA}=\angle\mathrm{HBC}$이므로

$\triangle\mathrm{CAB}\backsim\triangle\mathrm{HCB}$

$\angle\mathrm{BCA}=\angle\mathrm{CHA}=90^\circ$, $\angle\mathrm{CAB}=\angle\mathrm{HAC}$이므로

$\triangle\mathrm{CAB}\backsim\triangle\mathrm{HAC}$

따라서 $\triangle\mathrm{CAB}\backsim\triangle\mathrm{HCB}\backsim\triangle\mathrm{HAC}$이다.

$\triangle\mathrm{CAB}\backsim\triangle\mathrm{HCB}$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{CB}}=\overline{\mathrm{CB}}:\overline{\mathrm{HB}}$

$c:a=a:x$에서 $a^2=cx$

$\triangle\mathrm{CAB}\backsim\triangle\mathrm{HAC}$이므로

$\overline{\mathrm{CA}}:\overline{\mathrm{HA}}=\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{AC}}$

$b:c-x=c:b$, $b^2=c(c-x)$에서 $b^2=c^2-cx$

$cx=a^2$이므로 $b^2=c^2-cx$에서 $b^2=c^2-a^2$

따라서 $a^2+b^2=c^2$이다.

2 (1) 5 (2) $\sqrt{130}$

3 ㉠, ㉡, ㉣

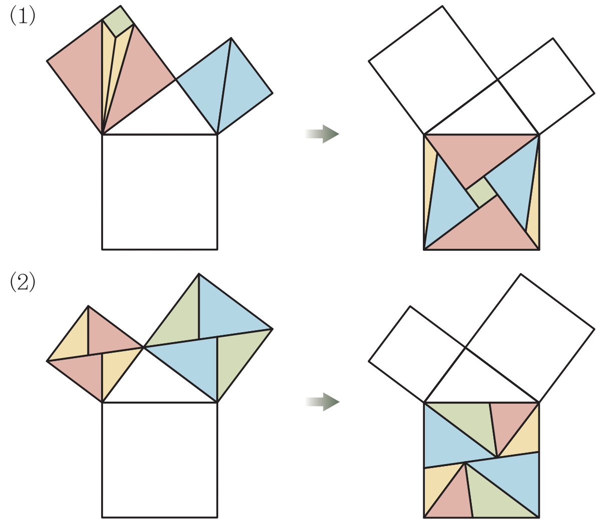
4 예시

세 변의 길이가 각각 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형인 것을 모두 찾아라.

㉠ 3 cm, 3 cm, 4 cm ㉡ $\sqrt{7}$ cm, 3 cm, 4 cm

㉢ 3 cm, $3\sqrt{3}$ cm, 6 cm ㉣ 5 cm, 6 cm, $2\sqrt{30}$ cm

답 ㉡, ㉢



직각삼각형의 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 직각을 낀 두 변을 한 변으로 하는 두 정사각형의 넓이의 합과 같다.

그런데 정사각형의 넓이는 한 변의 길이의 제곱과 같으므로 직각삼각형의 직각을 낀 두 변의 길이의 제곱의 합은 빗변의 길이의 제곱과 같다.

따라서 피타고라스 정리가 성립한다.

중/단/원 기초 p. 173

1 11 cm^2

2 (1) $\sqrt{13}$ (2) $2\sqrt{6}$

(3) $\sqrt{51}$ (4) $6\sqrt{2}$

3 26 m

4 54.77 m

중/단/원 기본 p. 174

1

a	3	8	10	11	$5\sqrt{2}$
b	4	15	10	12	$5\sqrt{2}$
c	5	17	$10\sqrt{2}$	$\sqrt{265}$	10

2 25

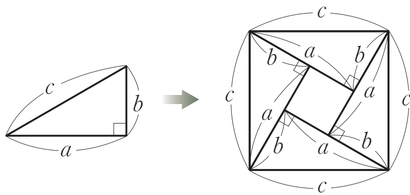
3 $a<a+2<a+4$이므로 세 변 중 가장 긴 변의 길이는 $a+4$이다.
따라서 직각삼각형이 되려면
$a^2+(a+2)^2=(a+4)^2$, $a^2-4a-12=0$,
$(a+2)(a-6)=0$이므로 $a=-2$ 또는 $a=6$
$a>0$이므로 $a=6$

4 △ADC에서 $x=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$
△ABD에서 $y=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{256}=16$

5 삼각형 ABC, ACD, ADE, AEF, AFG는 모두 직각삼각형이므로
$\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}(\text{cm})$
$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2(\text{cm})$
$\overline{AF}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}(\text{cm})$
$\overline{AG}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+1^2}=\sqrt{6}(\text{cm})$

중/단/원 실력 p.175

1 빗변의 길이가 c이고 다른 두 변의 길이가 각각 a, b인 직각삼각형 4개가 다음 그림과 같이 배열되어 한 변의 길이가 c인 큰 정사각형을 이루고 있다.

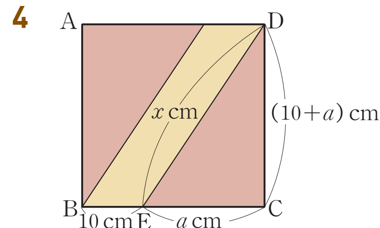


여기서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $a-b$이다.
직각삼각형 하나의 넓이가 $\frac{1}{2}ab$이므로 다음 등식이 성립함을 알 수 있다.
$c^2=(a-b)^2+4\times\frac{1}{2}ab$
$=a^2-2ab+b^2+2ab$
$=a^2+b^2$
따라서 $c^2=a^2+b^2$이 성립한다.

2 (경사로의 기울기)$=\frac{(\text{경사로의 높이})}{(\text{경사로의 수평 거리})}=\frac{1}{12}$이고 높이가 30 cm이므로 경사로의 수평 거리를 a cm라고 하면
$\frac{1}{12}=\frac{30}{a}$에서 $a=360$
따라서 빗변이 아닌 두 변의 길이가 30 cm, 360 cm인 직각삼각형에서 피타고라스 정리를 이용하면
$x=\sqrt{30^2+360^2}=361.24\cdots$ ➡ 361.2

3 $\overline{AE}=\overline{BE}=x$ cm라고 하면 $\overline{EC}=(8-x)$cm
△AEC에서 $x^2=(8-x)^2+6^2$
$16x=100$, $x=\frac{25}{4}$
$\overline{AB}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10(\text{cm})$이므로
$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$
△ADE는 직각삼각형이므로
$\overline{DE}=\sqrt{\left(\frac{25}{4}\right)^2-5^2}=\frac{15}{4}(\text{cm})$

4



$\overline{EC}=a$ cm라고 하면 □ABCD는 정사각형이므로
$\overline{DC}=(10+a)$ cm
세 부분의 넓이가 같으므로 직각삼각형 DEC의 넓이는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{3}$이다.
$\frac{1}{2}a(10+a)=\frac{1}{3}(10+a)^2$
$3a(10+a)=2(10+a)^2$
$a^2-10a-200=0$, $(a+10)(a-20)=0$
$a=-10$ 또는 $a=20$
$a>0$이므로 $a=20$
△DEC에서
$x=\sqrt{20^2+30^2}$
$=\sqrt{1300}=10\sqrt{13}$

2 피타고라스 정리의 활용

준 | 비 | 학 | 습 p.176

1 (1) $56\ cm^3$

(2) $\frac{20}{3}\pi\ cm^3$

2 (1) 6 cm

(2) 12 cm

3 (1) 5

(2) $\sqrt{11}$

2-1 평면도형에의 활용 [p.177~p.180]

1 (1) 25 cm

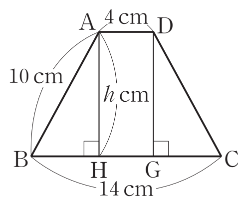
(2) $4\sqrt{337}$ cm

2 38.75 m

3 (1) $4\sqrt{3}$ cm

(2) $\sqrt{21}$ cm

4 오른쪽 그림과 같이 등변 사다리꼴 ABCD의 꼭짓점 A, D에서 변 BC에 내린 수선의 발을 각각 H, G라고 하면



$\overline{BH}=\overline{CG}$

$=\frac{1}{2}(14-4)=5(cm)$

△ABH에서 $\overline{AH}=h$ cm라고 하면 피타고라스 정리에 의하여

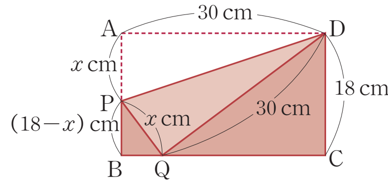
$5^2+h^2=10^2$, $h^2=75$

$h>0$이므로 $h=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$

따라서 구하는 높이는 $5\sqrt{3}$ cm이다.

5 $\frac{15\sqrt{7}}{4}\ cm^2$

창의 UP



$\overline{AP}=x$ cm로 놓으면

$\overline{BP}=(18-x)$ cm, $\overline{PQ}=x$ cm

△DQC는 직각삼각형이고

$\overline{DQ}=\overline{AD}=30(cm)$, $\overline{DC}=18(cm)$

이므로 $\overline{QC}=\sqrt{30^2-18^2}=24(cm)$

$\overline{BQ}=30-24=6(cm)$

△PBQ는 직각삼각형이므로

$x^2=(18-x)^2+6^2$

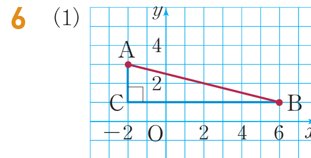
$36x=360$

$x=10$

△PQD는 직각삼각형이므로 넓이는

$\frac{1}{2}\times10\times30=150(cm^2)$

6 (1)



피타고라스 정리에 의하여

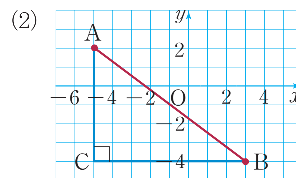
$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2$

$=2^2+8^2=68$

$\overline{AB}>0$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$

(2)



피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2$

$=6^2+8^2=100$

$\overline{AB}>0$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{100}=10$

문제해결

문을 통과할 수 있는 가장 긴 길이는 문의 대각선의 길이이므로 이 길이를 x cm라고 하면 피타고라스 정리에 의하여

$200^2+80^2=x^2$, $x^2=46400$

$x>0$이므로 $x=\sqrt{46400}=40\sqrt{29}$

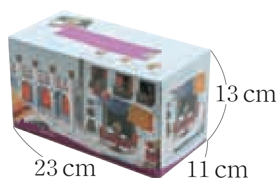
따라서 한 변의 길이가 $40\sqrt{29}$ cm인 정사각형 모양의 나무 판까지 문을 통과하여 옮길 수 있다.

2-2 입체도형에의 활용 [p. 181~p. 184]

1 (1) $3\sqrt{10}$ cm (2) $3\sqrt{14}$ cm

2 $\sqrt{3}a$

문제해결



위와 같은 직육면체의 대각선의 길이는

$\sqrt{23^2+11^2+13^2}=\sqrt{819}=3\sqrt{91}$(cm)

이다.

3 320π cm^3

4 397.7 cm^3

5 예시

모선의 길이가 10 cm이고, 밑면인 원의 반지름의 길이가 6 cm인 원뿔의 부피를 구하여라.

답 96π cm^3

6 높이: $5\sqrt{2}$ cm

부피: $\dfrac{500\sqrt{2}}{3}$ cm^3

중/단/원 기초 p. 185

1 $10\sqrt{2}$

2 (1) 5 cm (2) $5\sqrt{3}$ cm

3 (1) $\sqrt{13}$ (2) $4\sqrt{2}$

4 (1) $2\sqrt{29}$ cm (2) $5\sqrt{2}$ cm

5 $8\sqrt{2}$

중/단/원 기본 p. 186

1 (1) 60 cm^2 (2) 330 cm^2

2 $25\sqrt{2}$ cm

3 $\overline{BG}$는 직사각형 BFGC의 대각선의 길이이므로

$\overline{BG}=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$(cm)

$\overline{AG}$는 직육면체의 대각선의 길이이므로

$\overline{AG}=\sqrt{6^2+8^2+4^2}=\sqrt{116}=2\sqrt{29}$(cm)

따라서 △ABG의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BG}+\overline{AG}=8+2\sqrt{13}+2\sqrt{29}$(cm)

4 밑면인 정사각형의 대각선의 길이는

$\sqrt{230^2+230^2}=230\sqrt{2}$(m)

따라서 피라미드의 높이는

$\sqrt{219^2-\left(\dfrac{230\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{21511}=146.66\cdots$(m)

→ 146.7 m

중/단/원 실력 p. 187

1 정삼각형 ABC의 높이는

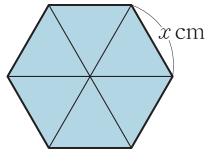
$\overline{AD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$(cm)

따라서 △AED는 한 변의 길이가 $3\sqrt{3}$ cm인 정삼각형이므로 △AED의 높이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 3\sqrt{3}=\dfrac{9}{2}$(cm)

따라서 △AED의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times 3\sqrt{3}\times\dfrac{9}{2}=\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$(cm^2)

2 오른쪽 그림과 같이 정육각형은 합동인 정삼각형 6개로 이루어져 있다.



한편 한 변의 길이가 x cm인 정삼각형의 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}x$ cm이므로

넓이는 $\frac{1}{2}\times x\times\frac{\sqrt{3}}{2}x=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2(\text{cm}^2)$

정육각형의 넓이는 $90\sqrt{3}$ cm^2이므로

$6\times\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=90\sqrt{3}$에서 $x^2=60$

$x>0$이므로 $x=2\sqrt{15}$

3 $\overline{\text{OH}}=12-8=4(\text{cm})$

△OHC에서

$\overline{\text{HC}}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 원뿔 모양의 옥 장식품의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times(4\sqrt{3})^2\times12=192\pi(\text{cm}^3)$

4 $\overline{\text{AF}}=\overline{\text{FC}}=\overline{\text{AC}}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 △AFC는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이므로

△AFC의 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{6}(\text{cm})$

△AFC의 넓이는 $\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times3\sqrt{6}=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

꼭짓점 B에서 밑면 AFC에 내린 수선의 길이를 x cm라고 하면 사면체 B-AFC의 부피는

$\frac{1}{3}\times18\sqrt{3}\times x=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6\times6\times6$

$x=2\sqrt{3}$

따라서 구하는 수선의 길이는 $2\sqrt{3}$ cm이다.

대/단/원 평가 문제 [p. 192~p. 193]

1 ①	**2** ②	**3** ①	**4** ③	**5** ①, ③
6 ⑤	**7** ⑤	**8** ③	**9** ③	**10** ②
11 15 cm	**12** 24 cm^2		**13** 풀이 참조	
14 풀이 참조				

7 $\overline{\text{BD}}=\sqrt{8^2+6^2}=10(\text{cm})$이고,

$\triangle\text{ABD}=\frac{1}{2}\times8\times6=24(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle\text{ABD}=\frac{1}{2}\times\overline{\text{BD}}\times\overline{\text{AH}}$에서

$24=\frac{1}{2}\times10\times\overline{\text{AH}}$

따라서 $\overline{\text{AH}}=\frac{24}{5}(\text{cm})$이다.

9 원기둥의 부피는

$\pi\times15^2\times9=2025\pi(\text{cm}^3)$

원뿔의 높이는

$\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8(\text{cm})$

원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times15^2\times8=600\pi(\text{cm}^3)$

따라서 구하는 입체도형의 부피는

$2025\pi+600\pi=2625\pi(\text{cm}^3)$

10 △EMH는 직각삼각형이므로

$\overline{\text{EM}}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}(\text{cm})$

△AEM은 직각삼각형이므로

$\overline{\text{AM}}=\sqrt{2^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{9}=3(\text{cm})$

12 점 M, N이 각각 $\overline{\text{CG}}$, $\overline{\text{CD}}$의 중점이므로

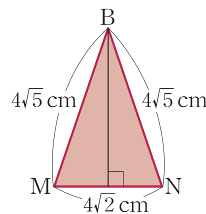
$\overline{\text{CM}}=\overline{\text{CN}}=4(\text{cm})$

△BCM과 △BCN에서

$\overline{\text{BM}}=\overline{\text{BN}}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}(\text{cm})$

△CMN에서

$\overline{\text{MN}}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

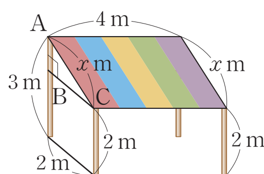


따라서 △BMN은 위의 그림과 같은 이등변삼각형이므로 이 삼각형의 높이는

$\sqrt{(4\sqrt{5})^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

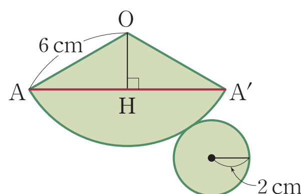
따라서 $\triangle\text{BMN}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times6\sqrt{2}=24(\text{cm}^2)$이다.

13 오른쪽 그림에서



△ABC는 직각삼각형 이고
$\overline{AB}=1$ m, $\overline{BC}=2$ m, $\overline{AC}=x$ m
이므로
$x=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$
따라서 필요한 천의 넓이는 $4\times x=4\sqrt{5}(\mathrm{m}^2)$이다.

14



구하는 최단 거리는 위의 전개도에서 $\overline{AA'}$의 길이와 같다. 한편 $\widehat{AA'}$의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같으므로

$2\pi\times6\times\frac{\angle AOA'}{360^\circ}=2\pi\times2$

$\angle AOA'=120^\circ$

$\angle AOH=\frac{1}{2}\angle AOA'=60^\circ$

한편 $\overline{AH}$는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형의 높이와 같으므로

$\overline{AH}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}$ (cm)

따라서 구하는 최단 거리는 $6\sqrt{3}$ cm이다.

VI 삼각비

1 삼각비

준|비|학|습 p.198

1 (1) 3 : 4 (2) 12 cm

2 △ABC와 △DBE에서
∠ACB=∠DEB=90°, ∠B는 공통
따라서 △ABC와 △DBE는 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로 서로 닮음이다.

3 (1) $a^2+b^2=\boxed{c^2}$
(2) $a=\sqrt{\boxed{c^2-b^2}}$
(3) $b=\sqrt{\boxed{c^2-a^2}}$

1-1 삼각비의 뜻 [p.199~p.202]

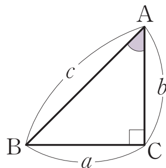
1 (1) $\sin A=\frac{5}{13}$, $\cos A=\frac{12}{13}$, $\tan A=\frac{5}{12}$
$\sin B=\frac{12}{13}$, $\cos B=\frac{5}{13}$, $\tan B=\frac{12}{5}$
(2) $\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos A=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A=1$
$\sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan B=1$

2 (1) $\sin A=\frac{4}{5}$, $\cos A=\frac{3}{5}$, $\tan A=\frac{4}{3}$
$\sin B=\frac{3}{5}$, $\cos B=\frac{4}{5}$, $\tan B=\frac{3}{4}$
(2) $\sin A=\frac{3}{4}$, $\cos A=\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\tan A=\frac{3\sqrt{7}}{7}$
$\sin B=\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\cos B=\frac{3}{4}$, $\tan B=\frac{\sqrt{7}}{3}$

3 $\sin B=\frac{4}{5}$, $\cos B=\frac{3}{5}$

문제해결

오른쪽 그림에서



$\sin A=\frac{a}{c}$, $\cos A=\frac{b}{c}$이고,

$\sin A=\cos A$이므로

$\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$이다.

즉, $a=b$이므로 $\triangle$ABC는 직각이등변삼각형이다.

1-2 삼각비의 값

[p. 203~p. 208]

1 (1) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ (2) 0 (3) 1 (4) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

2 (1) $x=2$, $y=2\sqrt{3}$ (2) $x=3\sqrt{2}$, $y=3\sqrt{2}$

3 (1) $\sin 50^\circ=0.77$
(2) $\cos 50^\circ=0.64$
(3) $\tan 50^\circ=1.19$

4 (1) 1 (2) $-\frac{1}{2}$

5 (1) 삼각비의 표: $\sin 12^\circ=0.2079$
계산기: $\sin 12^\circ=0.2079116\cdots$ ➡ 0.2079
(2) 삼각비의 표: $\cos 47^\circ=0.6820$
계산기: $\cos 47^\circ=0.6819983\cdots$ ➡ 0.6820
(3) 삼각비의 표: $\tan 76^\circ=4.0108$
계산기: $\tan 76^\circ=4.0107809\cdots$ ➡ 4.0108

추론

$\triangle$ABC에서 $\overline{AC}=1$이므로

$\sin x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\overline{BC}$, $\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\overline{AB}$

$0^\circ<x<90^\circ$일 때, x가 커지면 $\sin x$의 값은 점차 커지고, $\cos x$의 값은 점차 작아지는 것을 알 수 있다.

$x=45^\circ$일 때, $\overline{BC}=\overline{AB}$이므로 $\sin x=\cos x$임을 알 수 있다.

따라서 주어진 각 경우에 $\sin x$와 $\cos x$의 값의 대소를 비교하면 다음과 같다.

(1) $x=45^\circ$인 경우 $\sin x=\cos x$
(2) $0^\circ<x<45^\circ$인 경우 $\sin x<\cos x$
(3) $45^\circ<x<90^\circ$인 경우 $\sin x>\cos x$

중/단/원 기초

p. 209

1 (1) $\sin A=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos A=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\tan A=\frac{1}{2}$

$\sin B=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos B=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\tan B=2$

(2) $\sin A=\frac{3}{5}$, $\cos A=\frac{4}{5}$, $\tan A=\frac{3}{4}$

$\sin B=\frac{4}{5}$, $\cos B=\frac{3}{5}$, $\tan B=\frac{4}{3}$

2 (1) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3 (1) $\sin 56^\circ=0.83$
(2) $\cos 56^\circ=0.56$
(3) $\tan 56^\circ=1.48$

4 (1) $\sin 53^\circ=0.7986$
(2) $\cos 66^\circ=0.4067$
(3) $\tan 79^\circ=5.1446$

중/단/원 기본

p. 210

1 $\sin B=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan B=2\sqrt{2}$

2 8 cm

3 $\tan a=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=$(직선의 기울기)$=\frac{5}{8}$

4 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{6}}{6}-\sqrt{3}$

5 $\triangle$ABD에서 $\cos 30^\circ=\frac{9}{x}$이므로

$x=9\div\cos 30^\circ=9\div\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{18}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$

$\triangle$ABD에서 $\tan 30^\circ=\frac{y}{9}$이므로

$y=9\tan 30^\circ=9\times\frac{\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}$

$\triangle$ABC에서 $\tan 30^\circ=\frac{z}{x}=\frac{z}{6\sqrt{3}}$이므로

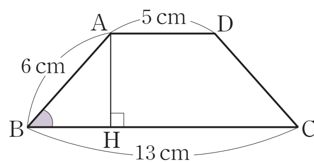
$z=6\sqrt{3}\tan 30^\circ=6\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=6$

중/단/원 실력 p. 211

1 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$이므로 $\angle C = x$
$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{5^2+12^2}=\sqrt{169}=13(\text{cm})$
따라서 $\cos x = \cos C = \frac{5}{13}$이다.

2 $\triangle ADC$에서 $\sin 30^\circ = \frac{2}{\overline{AD}}$이므로
$\overline{AD}=2\div\sin 30^\circ = 2\div\frac{1}{2}=4$
$\overline{DC}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$
$\angle ADC = \angle ABD + \angle BAD$이므로
$30^\circ = 15^\circ + \angle BAD$, $\angle BAD = 15^\circ$
따라서 $\triangle ABD$는 이등변삼각형이므로
$\overline{BD}=\overline{AD}=4$
$\tan 15^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BD}+\overline{DC}}$
$= \frac{2}{4+2\sqrt{3}} = \frac{2(4-2\sqrt{3})}{(4+2\sqrt{3})(4-2\sqrt{3})}$
$= \frac{8-4\sqrt{3}}{4} = 2-\sqrt{3}$

3 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{BH}=\frac{13-5}{2}=4(\text{cm})$
$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$이므로
$\tan B = \frac{\overline{AH}}{\overline{BH}} = \frac{2\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

4 직각삼각형 BCD에서 피타고라스 정리에 의하여
$\overline{BD}=\sqrt{\overline{BC}^2+\overline{CD}^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
직각삼각형 HBD에서 피타고라스 정리에 의하여
$\overline{HB}=\sqrt{\overline{BD}^2+\overline{HD}^2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$
따라서 $\cos x = \frac{\overline{BD}}{\overline{HB}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$이다.

2 삼각비의 활용

준 | 비 | 학 | 습 p. 212

1 (1) 5 cm^2 (2) 6 cm^2

2 (1) 3 (2) 13

3 (1) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ (2) $1-3\sqrt{3}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

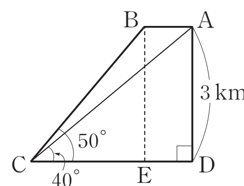
2-1 거리 구하기 [p. 213~p. 215]

1 544.8 m

2 A 지점은 B 지점보다 약 0.42 m 더 높다.

3 $\overline{AC}=136.6$ m
$\overline{BC}=122.5$ m

창의 UP



오른쪽 그림과 같이 처음 경비행기의 위치를 A, 20초 후의 경비행기의 위치를 B, 현우가 있는 지점을 C라고 하자.
$\tan 40^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{CD}} = \frac{3}{\overline{CD}} = 0.8$
이므로 $\overline{CD}=\frac{3}{0.8}=3.75(\text{km})$
$\tan 50^\circ = \frac{\overline{BE}}{\overline{CE}} = \frac{3}{\overline{CE}} = 1.2$
이므로 $\overline{CE}=\frac{3}{1.2}=2.5(\text{km})$
따라서 $\overline{AB}=\overline{DE}=\overline{CD}-\overline{CE}=3.75-2.5$
$=1.25(\text{km})$
이고, $\overline{AB}$를 지나가는 데 걸린 시간이 20초이므로 경비행기의 평균 속력은 $\frac{1.25}{20}=0.0625(\text{km/s})$이다.

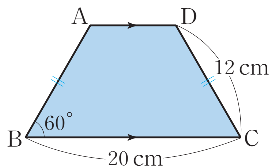
2-2 넓이 구하기 [p. 216~p. 218]

1 (1) $4\sqrt{3}\text{ cm}^2$ (2) $14\sqrt{2}\text{ cm}^2$

2 $\frac{25\sqrt{2}}{2}$ cm^2

3 예시

오른쪽 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서
$\overline{AB}=\overline{CD}=12$ cm,
$\overline{BC}=20$ cm,
$\angle ABC=60^\circ$
일 때, □ABCD의 넓이를 구하여라.

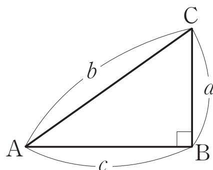


답 $84\sqrt{3}$ cm^2

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(높이)$=\frac{1}{2}ac$

한편 $\angle B=90^\circ$이고, $\sin 90^\circ=1$ 이므로



$S=\triangle ABC=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}ac\sin 90^\circ=\frac{1}{2}ac$

따라서 $\angle B=90^\circ$인 경우에도 삼각형의 넓이 S를

$S=\frac{1}{2}ac\sin B$로 나타낼 수 있다.

중/단/원 기초 p.219

1 $20\sqrt{3}$ m

2 $3\sqrt{2}$ m

3 (1) $20\sqrt{2}$ cm^2 (2) $15\sqrt{3}$ cm^2

4 $10\sqrt{3}$ cm^2

중/단/원 기본 p.220

1 (1) 45° (2) 30° (3) $4\sqrt{3}$ m (4) $4\sqrt{6}$ m

2 △ACB에서

$\tan 45^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$, $1=\frac{20}{\overline{BC}}$이므로 $\overline{BC}=20$(m)

△DCB에서

$\tan 60^\circ=\frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$, $\sqrt{3}=\frac{\overline{BD}}{20}$이므로 $\overline{BD}=20\sqrt{3}$(m)

따라서 국기 게양대의 높이는

$\overline{AD}=\overline{BD}-\overline{AB}=20\sqrt{3}-20$(m)

3 (1) $\frac{63\sqrt{3}}{2}$ cm^2

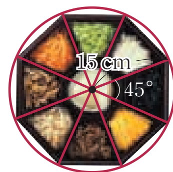
(2) □ABCD는 마름모이므로 △ABD≡△CBD

□ABCD=△ABD+△CBD=2△ABD

$=2\times\left\{\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin(180^\circ-120^\circ)\right\}$

$=8\sqrt{3}$(cm^2)

4 오른쪽 그림과 같이 정팔각형은 합동인 8개의 이등변삼각형으로 나눌 수 있으므로 구하는 넓이는



$8\times\left(\frac{1}{2}\times15\times15\times\sin 45^\circ\right)$

$=450\sqrt{2}$(cm^2)

중/단/원 실력 p.221

1 $\overline{AH}=x$ m라고 하자.

△ACH에서 $\overline{CH}=\overline{AH}=x$ m이므로

△ABH에서 $\tan 30^\circ=\frac{x}{10+x}$

$\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{x}{10+x}$, $3x=\sqrt{3}(10+x)$

$x=\frac{10\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}=\frac{10\sqrt{3}(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}$

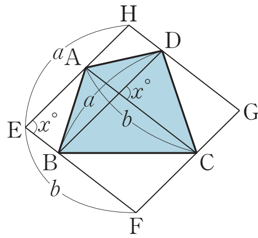
$=5\sqrt{3}+5$(m)

따라서 풍력 발전기의 높이는

$x+1.6=(5\sqrt{3}+5)+1.6$

$=5\sqrt{3}+6.6=15.26\cdots$(m) ➡ 15.3 m

2



위의 그림과 같이 □ABCD에서 대각선 AC, BD에 평행한 직선을 그어 □EFGH를 만들면 이 사각형은 $\overline{EH}=a$, $\overline{EF}=b$, $\angle E=x°$인 평행사변형이고, 그 넓이는 □ABCD의 넓이의 2배이므로

$$\square ABCD=\frac{1}{2}\square EFGH=\frac{1}{2}\times 2\triangle EFH$$
$$=\frac{1}{2}ab\sin x°$$

3 △ABC는 이등변삼각형이므로 $\overline{BD}=3\sqrt{3}$(cm)

$\overline{AB}=3\sqrt{3}\div\cos 30°=6$(cm)

△ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 6\times 6\sqrt{3}\times\sin 30°=9\sqrt{3}$(cm^2)

이고 △ABC=△IAB+△IBC+△ICA이므로

원 I의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$9\sqrt{3}=\frac{1}{2}\times 6\times r+\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times r+\frac{1}{2}\times 6\times r$

$9\sqrt{3}=(6+3\sqrt{3})r$

따라서 $r=\frac{9\sqrt{3}}{6+3\sqrt{3}}=6\sqrt{3}-9$(cm)이다.

4 $\overline{BC}=30\times 291=8730$(cm)

$\tan 35°=\frac{\overline{AC}}{8730}$이므로

$\overline{AC}=8730\times\tan 35°$

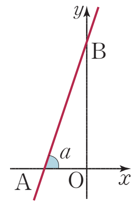
$=8730\times 0.7002$

$=6112.746$(cm)

대/단/원 평가 문제 [p. 226~p. 227]

1 ②	**2** ①	**3** ②	**4** ⑤	**5** ④
6 ③	**7** ④	**8** ③	**9** ①	**10** ③
11 $\sqrt{3}$	**12** $(9-3\sqrt{3})$cm	**13** $\sqrt{7}$ cm		
14 풀이 참조		**15** 풀이 참조		

4 $y=3x+6$의 그래프의 x절편은 -2, y절편은 6이므로 오른쪽 그림에서

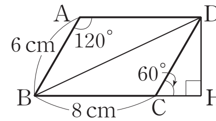


$\overline{OA}=2$, $\overline{OB}=6$

따라서 $\tan a=\frac{6}{2}=3$이다.

5 ④ $\cos y=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\overline{BC}$

9



위의 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △DCH에서

$\sin 60°=\frac{\overline{DH}}{6}$이므로 $\overline{DH}=3\sqrt{3}$(cm)

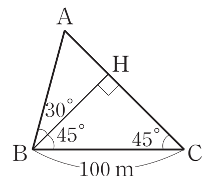
$\cos 60°=\frac{\overline{CH}}{6}$이므로 $\overline{CH}=3$(cm)

따라서 △DBH에서

$\overline{BD}=\sqrt{\overline{BH}^2+\overline{DH}^2}$

$=\sqrt{11^2+(3\sqrt{3})^2}=2\sqrt{37}$(cm)

10 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △BCH에서



$\cos 45°=\frac{\overline{BH}}{100}$이므로

$\overline{BH}=50\sqrt{2}$(m)

△ABH에서

$\cos 30°=\frac{50\sqrt{2}}{\overline{AB}}$이므로 $\overline{AB}=\frac{100\sqrt{6}}{3}$(m)

12 △ABC에서

$\sin 30°=\frac{\overline{AC}}{6\sqrt{3}}$이므로 $\overline{AC}=3\sqrt{3}$(cm)

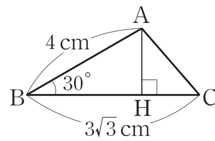
$\cos 30°=\frac{\overline{BC}}{6\sqrt{3}}$이므로 $\overline{BC}=9$(cm)

△ADC에서

$\overline{DC}=\overline{AC}=3\sqrt{3}$(cm)

따라서 $\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{DC}=9-3\sqrt{3}$(cm)이다.

13 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\triangle ABH$에서



$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{4}$이므로 $\overline{AH}=2(\text{cm})$

$\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{BH}}{4}$이므로 $\overline{BH}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{CH}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

$\triangle ACH$에서

$\overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{7}(\text{cm})$

14 $\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{8}$에서 $\overline{AC}=8\sqrt{3}(\text{m})$

따라서 건물의 높이는

$8\sqrt{3}+1.5=8\times1.73+1.5=15.34(\text{m})$

15 색칠한 부분의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\pi\times6^2-\dfrac{1}{2}\times6\times6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=18\pi-18\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=18\pi-9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

VII 원의 성질

1 원과 직선

준 | 비 | 학 | 습 p. 232

1 (1) 직선 l (2) 직선 m (3) 점 T

2 18 cm

3 $\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$, $\overline{PA}=\overline{PB}$, $\overline{PO}$는 공통

따라서 $\triangle PAO\equiv\triangle PBO$이다.

즉, $\triangle PAO$와 $\triangle PBO$는 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같은 직각삼각형이므로 서로 합동이다.

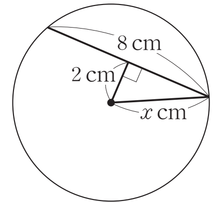
4 (1) 8 (2) $5\sqrt{2}$

1-1 원과 현 [p. 233~p. 236]

1 (1) 6 (2) 16

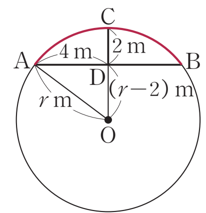
2 예시

오른쪽 그림에서 x의 값을 구하여라.



답 $2\sqrt{5}$

3 원에서 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지난다. 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 원의 반지름의 길이를 r m라고 하면



$\overline{OA}=\overline{OC}=r$ m

$\overline{OD}=(r-2)$ m

$\triangle OAD$는 직각삼각형이므로

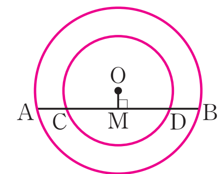
$4^2+(r-2)^2=r^2$, $r^2-4r+20=r^2$

$4r=20$, $r=5$

따라서 원의 반지름의 길이는 5 m이다.

창의 UP

점 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 M이라고 하면 큰 원에서



$\overline{AM}=\overline{BM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}$

작은 원에서

$\overline{CM}=\overline{DM}=\dfrac{1}{2}\overline{CD}$

따라서 $\overline{AC}=\overline{AM}-\overline{CM}=\overline{BM}-\overline{DM}=\overline{BD}$이다.

4 (1) 12 (2) 5

추론

원 O의 중심에서 두 현 AB, BC에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$이다.

따라서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

1-2 원의 접선 [p. 237~p. 240]

1 10

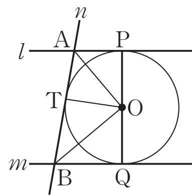
2 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 길이는 같으므로
$\overline{PC}=\overline{PA}=3(cm)$
마찬가지로 $\overline{QC}=\overline{QB}=5(cm)$
따라서
$\overline{PQ}=\overline{PC}+\overline{QC}$
$=3+5=8(cm)$
이다.

3 (1) 8 (2) 13

4 $\overline{AB}:\overline{CD}=3:5$이므로
$5\overline{AB}=3\overline{CD}$, $\overline{CD}=\frac{5}{3}\overline{AB}$
한편 원 O가 □ABCD와 접하므로
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$
$\overline{AB}+\frac{5}{3}\overline{AB}=\frac{8}{3}\overline{AB}=24$
따라서 $\overline{AB}=9$이다.

5 7 cm

창의 UP



△APO와 △ATO에서
∠APO=∠ATO=90°,
$\overline{AO}$는 공통, $\overline{AP}=\overline{AT}$
따라서 △APO≡△ATO
이므로
∠AOP=∠AOT
또 △BQO와 △BTO에서
∠BQO=∠BTO=90°, $\overline{BO}$는 공통, $\overline{BQ}=\overline{BT}$
따라서 △BQO≡△BTO이므로
∠BOQ=∠BOT
∠POT+∠TOQ=2∠AOT+2∠BOT
=180°
∠AOT+∠BOT=90°
따라서 △AOB는 직각삼각형이다.

중/단/원 기초 p. 241

1 (1) 5 (2) 8

2 (1) 10 (2) 5

3 (1) 12 (2) 65

4 8 cm

중/단/원 기본 p. 242

1 (1) 40 (2) $4\sqrt{2}$

2 3 cm

3 60°

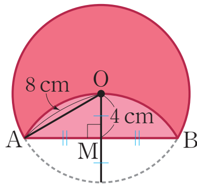
4 (1) $\overline{BE}=\overline{BD}=\overline{BA}-\overline{DA}=14-3=11(cm)$
$\overline{EC}=\overline{FC}=\overline{AC}-\overline{AF}=8-3=5(cm)$
$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=11+5=16(cm)$
따라서 $x=16$이다.
(2) $\overline{AP}=\overline{AS}=7-4=3(cm)$
$\overline{BP}=\overline{BQ}=16-9=7(cm)$
$\overline{AB}=\overline{AP}+\overline{BP}=3+7=10(cm)$
따라서 $x=10$이다.

5 $\overline{CP}=\overline{CA}=8(cm)$
$\overline{DP}=\overline{DB}=12(cm)$
따라서 $\overline{CD}=\overline{CP}+\overline{DP}=8+12=20(cm)$이다.

중/단/원 실력 p. 243

1 $\overline{AM}=\overline{BM}=2\sqrt{3}(cm)$
$\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{MC}=x-2(cm)$
직각삼각형 OAM에서 $(2\sqrt{3})^2+(x-2)^2=x^2$
$4x=16$, $x=4$

2



△OAM에서

$\overline{AM}^2+4^2=8^2$, $\overline{AM}^2=48$

$\overline{AM}>0$이므로

$\overline{AM}=4\sqrt{3}$(cm)

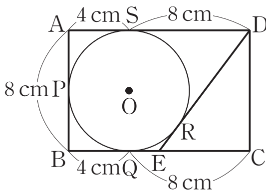
따라서

$\overline{AB}=2\overline{AM}$

$=2\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$(cm)

이다.

3



△DEC의 둘레의 길이는

$\overline{DE}+\overline{EC}+\overline{CD}=(\overline{DR}+\overline{RE})+\overline{EC}+\overline{CD}$

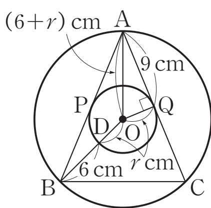
$=(\overline{DS}+\overline{QE})+\overline{EC}+\overline{CD}$

$=\overline{DS}+(\overline{QE}+\overline{EC})+\overline{CD}$

$=\overline{DS}+\overline{QC}+\overline{CD}$

$=8+8+8=24$(cm)

4



작은 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

큰 원의 반지름의 길이는 $(6+r)$ cm이다.

직각삼각형 AOQ에서 $9^2+r^2=(6+r)^2$

$12r=45$, $r=\frac{15}{4}$

따라서 작은 원의 반지름의 길이는 $\frac{15}{4}$ cm이다.

2 원주각

준 | 비 | 학 | 습 p. 244

1 (1) 110 (2) 55

2 60°

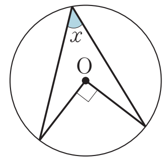
3 (1) 8 (2) 14

2-1 원주각 [p. 245~p. 250]

1 (1) 30° (2) 104°

2 예시

오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.



답 45°

창의 UP

오른쪽 그림에서

$\angle y=2\angle AQB=2\times100^\circ=200^\circ$

이므로

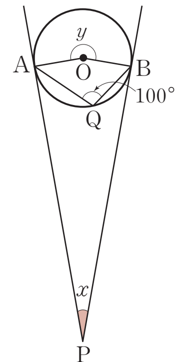
$\angle AOB=360^\circ-200^\circ=160^\circ$

한편

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$

이므로 □APBO에서

$\angle x=360^\circ-(90^\circ+160^\circ+90^\circ)=20^\circ$



추론

삼각형 ABO와 삼각형 ACO는 이등변삼각형이므로

$\angle ABO=\angle BAO$, $\angle ACO=\angle CAO$

한편 삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle ABO+\angle ACO+\angle BAC=180^\circ$

$\angle ABO+\angle ACO+\angle BAO+\angle CAO=180^\circ$

$2\angle BAO+2\angle CAO=180^\circ$

따라서 $\angle BAC=\angle BAO+\angle CAO=90^\circ$이다.

3 (1) 32 (2) 8

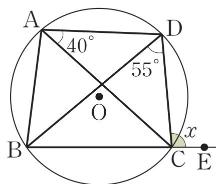
4 한 원에서 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례하므로
$\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 1 : 3$
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle A = 180^\circ \times \frac{2}{6} = 60^\circ$

2-2 원주각의 활용 [p. 251~p. 260]

1 ㉡, ㉣

2 (1) 80° (2) 110°

3 예시
오른쪽 그림에서 □ABCD가 원 O에 내접할 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



답 95°

4 ㉡, ㉢

창의 UP

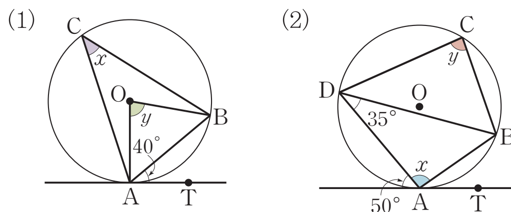
사각형 ABCD의 한 쌍의 대각의 크기의 합이 $120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$이므로 사각형 ABCD는 원에 내접한다. 따라서 사각형 ABCD에 외접하는 원을 그리고 그 원의 중심에 우물을 만들면 네 지점의 꽃밭에서 같은 거리에 우물이 위치할 수 있다.

의사소통

직사각형과 정사각형, 등변사다리꼴은 항상 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°이므로 항상 원에 내접하는 사각형이다.

5 (1) $\angle x = 75^\circ$, $\angle y = 50^\circ$
(2) $\angle x = 90^\circ$, $\angle y = 30^\circ$
(3) $\angle x = 30^\circ$, $\angle y = 40^\circ$
(4) $\angle x = 45^\circ$, $\angle y = 70^\circ$

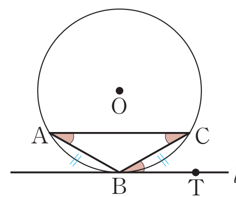
6 예시
다음 그림에서 직선 AT는 원 O의 접선이고 점 A는 접점일 때, $\angle x$, $\angle y$의 크기를 구하여라.



답 (1) $\angle x = 40^\circ$, $\angle y = 80^\circ$ (2) $\angle x = 95^\circ$, $\angle y = 85^\circ$

7 $\angle ACB = x$라고 하자.
$\widehat{AB} : \widehat{AC} = 1 : 2$이므로 $\angle ABC = 2x$
$\overline{BC}$는 지름이므로 $\angle BAC = 90^\circ$
$\triangle ABC$에서 $2x + x + 90^\circ = 180^\circ$이므로 $x = 30^\circ$
따라서 $\angle CAT = \angle ABC = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$이다.

추론



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$를 그으면 $\widehat{AB} = \widehat{BC}$이므로
$\angle ACB = \angle CAB$
직선 l은 접선이므로
$\angle CBT = \angle CAB$
따라서 $\angle ACB = \angle CBT$이다.
즉, 엇각의 크기가 같으므로 직선 l과 현 AC는 서로 평행하다.

8 (1) 6 (2) 4

창의 UP

원 O의 접선 PT와 현 AT가 이루는 각 $\angle PTA$의 크기는 $\widehat{AT}$에 대한 원주각 $\angle PBT$의 크기와 같으므로
$\angle PTA = \angle PBT$ ……①
$\triangle PAT$와 $\triangle PTB$에서
$\angle P$는 공통 ……②
①, ②에서 삼각형의 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로 $\triangle PAT \backsim \triangle PTB$
이다. 이때 두 닮은 삼각형의 대응하는 변의 길이의 비는 일정하므로 $\overline{PA} : \overline{PT} = \overline{PT} : \overline{PB}$
따라서 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$이다.

중/단/원 기초 p.261

1 (1) $60°$ (2) $100°$

2 (1) $30°$ (2) $40°$

3 (1) $110°$ (2) $80°$

4 $\angle x=65°$, $\angle y=55°$

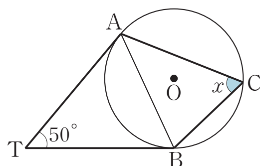
5 15

중/단/원 기본 p.262

1 (1) $70°$ (2) $40°$
(3) $30°$ (4) $60°$

2 (1) $160°$
(2) $\triangle$PCD에서
$\angle DCP+30°=115°$, $\angle DCP=85°$
한편 $\angle BCD+\angle DCP=180°$(평각), $\angle BCD=95°$
$\angle x+\angle BCD=180°$이므로
$\angle x=180°-\angle BCD$
$=180°-95°=85°$

3



$\angle TBA=\angle ACB=\angle x$
선분 AT, BT는 접선이므로 $\overline{AT}=\overline{BT}$
따라서 $\angle TAB=\angle TBA=\angle x$
$\triangle$TAB에서
$50°+\angle x+\angle x=180°$
$\angle x=65°$

4 (1) 4 (2) 4

중/단/원 실력 p.263

1 $\overparen{AB}$의 길이는 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{5}$이므로
$\overparen{AB}$에 대한 중심각의 크기는
$360°\times\frac{1}{5}=72°$
$\overparen{AB}$에 대한 원주각의 크기는
$\angle ACB=\frac{1}{2}\times 72°=36°$
$\overparen{AB} : \overparen{CD}=3 : 4$이므로
$\angle ACB : \angle DBC=3 : 4$
$36° : \angle DBC=3 : 4$, $\angle DBC=48°$
$\triangle$PBC에서
$\angle APB=\angle PCB+\angle PBC=36°+48°=84°$

2 원의 둘레의 길이는 $2\pi\times 6=12\pi$이므로
$\overparen{AC}+\overparen{BD}=3\pi$는 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{4}$이다.
즉, $\angle AOC+\angle BOD=360°\times\frac{1}{4}=90°$이므로
$\angle ABC+\angle DCB=\frac{1}{2}\times 90°=45°$
$\triangle$PBC에서 $\angle BPD=\angle PBC+\angle PCB=45°$

3 $\angle B=x$라고 하자.
$\triangle$PBC에서 $\angle PCQ=x+34°$
$\square$ABCD는 원에 내접하므로
$\angle CDA=180°-x$
$\angle CDQ=180°-\angle CDA=180°-(180°-x)=x$
$\triangle$DCQ에서
$x+(x+34°)+50°=180°$, $2x=96°$, $x=48°$
따라서 $\angle B=48°$이다.

4 $\angle ADB=\angle ABP=30°$
$\angle ADC=\angle ADB+\angle BDC=30°+35°=65°$
따라서 $\angle AOC=2\angle ADC=130°$이다.

5 $\overline{PB}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PC}$이므로
$\overline{PB}^2=8\times(8+10)=144$
$\overline{PB}>0$이므로 $\overline{PB}=12$(cm)
$\triangle APB=\frac{1}{2}\times 8\times 12\times\sin 30°$
$=\frac{1}{2}\times 8\times 12\times\frac{1}{2}=24(\text{cm}^2)$

대/단/원 평가 문제 [p. 268~p. 269]

1 ③	**2** ②	**3** ①	**4** ④	**5** ③
6 ①	**7** ③	**8** ②	**9** ③	**10** ②
11 $35°$		**12** 10 cm		**13** $15°$
14 풀이 참조		**15** 풀이 참조		

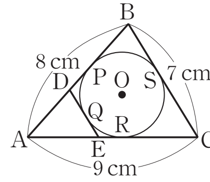
4 △OAP는 직각삼각형이므로
$\overline{AP}^2+2^2=3^2$, $\overline{AP}^2=5$
$\overline{AP}>0$이므로 $\overline{AP}=\sqrt{5}$(cm)
따라서 $\overline{AB}=2\overline{AP}=2\sqrt{5}$(cm)이다.

6 □ABCD는 원에 내접하므로
$\angle x+\angle ADC=180°$
$\angle ADC=180°-76°=104°$이므로
$\angle x=180°-104°=76°$
△ABC에서 $\angle x+60°+\angle y=180°$
$76°+60°+\angle y=180°$, $\angle y=44°$
따라서 $\angle x-\angle y=76°-44°=32°$이다.

7 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하자.
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$4\times(4+2r)=5\times(5+7)$
따라서 $r=\frac{11}{2}$이다.

8 $\overline{CF}=x$ cm, $\overline{BE}=y$ cm라고 하면
직선 AB, AC는 접선이므로
$\overline{AC}=\overline{AB}$, $8+x=10+y$
$x-y=2$ ……①
또한 $\overline{EF}$도 접선이므로
$\overline{CF}=\overline{DF}=x$ cm, $\overline{BE}=\overline{DE}=y$ cm
$\overline{EF}=\overline{DF}+\overline{DE}$
$=x+y=6$ ……②
①, ②를 더하면
$2x=8$에서 $x=4$
$y=2$
따라서 $\overline{BE}=2$(cm)이다.

12



위의 그림에서 △ADE의 둘레의 길이는
$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{AE}$
$=\overline{AD}+(\overline{DQ}+\overline{QE})+\overline{AE}$
$=\overline{AD}+(\overline{DP}+\overline{ER})+\overline{AE}$
$=(\overline{AD}+\overline{DP})+(\overline{ER}+\overline{AE})$
$=\overline{AP}+\overline{AR}$
$=(\overline{AB}-\overline{BP})+(\overline{AC}-\overline{CR})$
$=(\overline{AB}-\overline{BS})+(\overline{AC}-\overline{CS})$
$=\overline{AB}+\overline{AC}-(\overline{BS}+\overline{CS})$
$=\overline{AB}+\overline{AC}-\overline{BC}$
$=8+9-7$
$=10$(cm)

13 $\angle ABC=x$라고 하면
$\angle ADC=\angle ABC=x$
△PCB에서
$\angle BCD=\angle BPC+\angle PBC=20°+x$
△ECD에서
$\angle BED=\angle ECD+\angle EDC$
$50°=(20°+x)+x$, $x=15°$
따라서 $\angle ABC=15°$이다.

14 직선 AT는 접선이므로
$\angle x=\angle BAT=35°$
$\angle DAB=180°-(25°+35°)=120°$
□ABCD는 원에 내접하므로
$\angle C+\angle DAB=180°$
$\angle y+120°=180°$, $y=60°$
따라서 $\angle x+\angle y=95°$이다.

15 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
$6^2=3\times(3+x)$, $3x=27$, $x=9$
$\overline{PT'}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
$y^2=3\times(3+9)$, $y^2=36$
$y>0$이므로 $y=6$

제곱근표

①

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	1.020	1.025	1.030	1.034	1.039	1.044
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	1.068	1.072	1.077	1.082	1.086	1.091
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	1.114	1.118	1.122	1.127	1.131	1.136
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	1.158	1.162	1.166	1.170	1.175	1.179
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	1.200	1.204	1.208	1.212	1.217	1.221
1.5	1.225	1.229	1.233	1.237	1.241	1.245	1.249	1.253	1.257	1.261
1.6	1.265	1.269	1.273	1.277	1.281	1.285	1.288	1.292	1.296	1.300
1.7	1.304	1.308	1.311	1.315	1.319	1.323	1.327	1.330	1.334	1.338
1.8	1.342	1.345	1.349	1.353	1.356	1.360	1.364	1.367	1.371	1.375
1.9	1.378	1.382	1.386	1.389	1.393	1.396	1.400	1.404	1.407	1.411
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	1.428	1.432	1.435	1.439	1.442	1.446
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	1.463	1.466	1.470	1.473	1.476	1.480
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	1.497	1.500	1.503	1.507	1.510	1.513
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	1.530	1.533	1.536	1.539	1.543	1.546
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	1.562	1.565	1.568	1.572	1.575	1.578
2.5	1.581	1.584	1.587	1.591	1.594	1.597	1.600	1.603	1.606	1.609
2.6	1.612	1.616	1.619	1.622	1.625	1.628	1.631	1.634	1.637	1.640
2.7	1.643	1.646	1.649	1.652	1.655	1.658	1.661	1.664	1.667	1.670
2.8	1.673	1.676	1.679	1.682	1.685	1.688	1.691	1.694	1.697	1.700
2.9	1.703	1.706	1.709	1.712	1.715	1.718	1.720	1.723	1.726	1.729
3.0	1.732	1.735	1.738	1.741	1.744	1.746	1.749	1.752	1.755	1.758
3.1	1.761	1.764	1.766	1.769	1.772	1.775	1.778	1.780	1.783	1.786
3.2	1.789	1.792	1.794	1.797	1.800	1.803	1.806	1.808	1.811	1.814
3.3	1.817	1.819	1.822	1.825	1.828	1.830	1.833	1.836	1.838	1.841
3.4	1.844	1.847	1.849	1.852	1.855	1.857	1.860	1.863	1.865	1.868
3.5	1.871	1.873	1.876	1.879	1.881	1.884	1.887	1.889	1.892	1.895
3.6	1.897	1.900	1.903	1.905	1.908	1.910	1.913	1.916	1.918	1.921
3.7	1.924	1.926	1.929	1.931	1.934	1.936	1.939	1.942	1.944	1.947
3.8	1.949	1.952	1.954	1.957	1.960	1.962	1.965	1.967	1.970	1.972
3.9	1.975	1.977	1.980	1.982	1.985	1.987	1.990	1.992	1.995	1.997
4.0	2.000	2.002	2.005	2.007	2.010	2.012	2.015	2.017	2.020	2.022
4.1	2.025	2.027	2.030	2.032	2.035	2.037	2.040	2.042	2.045	2.047
4.2	2.049	2.052	2.054	2.057	2.059	2.062	2.064	2.066	2.069	2.071
4.3	2.074	2.076	2.078	2.081	2.083	2.086	2.088	2.090	2.093	2.095
4.4	2.098	2.100	2.102	2.105	2.107	2.110	2.112	2.114	2.117	2.119
4.5	2.121	2.124	2.126	2.128	2.131	2.133	2.135	2.138	2.140	2.142
4.6	2.145	2.147	2.149	2.152	2.154	2.156	2.159	2.161	2.163	2.166
4.7	2.168	2.170	2.173	2.175	2.177	2.179	2.182	2.184	2.186	2.189
4.8	2.191	2.193	2.195	2.198	2.200	2.202	2.205	2.207	2.209	2.211
4.9	2.214	2.216	2.218	2.220	2.223	2.225	2.227	2.229	2.232	2.234
5.0	2.236	2.238	2.241	2.243	2.245	2.247	2.249	2.252	2.254	2.256
5.1	2.258	2.261	2.263	2.265	2.267	2.269	2.272	2.274	2.276	2.278
5.2	2.280	2.283	2.285	2.287	2.289	2.291	2.293	2.296	2.298	2.300
5.3	2.302	2.304	2.307	2.309	2.311	2.313	2.315	2.317	2.319	2.322
5.4	2.324	2.326	2.328	2.330	2.332	2.335	2.337	2.339	2.341	2.343

제곱근표

②

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	2.345	2.347	2.349	2.352	2.354	2.356	2.358	2.360	2.362	2.364
5.6	2.366	2.369	2.371	2.373	2.375	2.377	2.379	2.381	2.383	2.385
5.7	2.387	2.390	2.392	2.394	2.396	2.398	2.400	2.402	2.404	2.406
5.8	2.408	2.410	2.412	2.415	2.417	2.419	2.421	2.423	2.425	2.427
5.9	2.429	2.431	2.433	2.435	2.437	2.439	2.441	2.443	2.445	2.447
6.0	2.449	2.452	2.454	2.456	2.458	2.460	2.462	2.464	2.466	2.468
6.1	2.470	2.472	2.474	2.476	2.478	2.480	2.482	2.484	2.486	2.488
6.2	2.490	2.492	2.494	2.496	2.498	2.500	2.502	2.504	2.506	2.508
6.3	2.510	2.512	2.514	2.516	2.518	2.520	2.522	2.524	2.526	2.528
6.4	2.530	2.532	2.534	2.536	2.538	2.540	2.542	2.544	2.546	2.548
6.5	2.550	2.551	2.553	2.555	2.557	2.559	2.561	2.563	2.565	2.567
6.6	2.569	2.571	2.573	2.575	2.577	2.579	2.581	2.583	2.585	2.587
6.7	2.588	2.590	2.592	2.594	2.596	2.598	2.600	2.602	2.604	2.606
6.8	2.608	2.610	2.612	2.613	2.615	2.617	2.619	2.621	2.623	2.625
6.9	2.627	2.629	2.631	2.632	2.634	2.636	2.638	2.640	2.642	2.644
7.0	2.646	2.648	2.650	2.651	2.653	2.655	2.657	2.659	2.661	2.663
7.1	2.665	2.666	2.668	2.670	2.672	2.674	2.676	2.678	2.680	2.681
7.2	2.683	2.685	2.687	2.689	2.691	2.693	2.694	2.696	2.698	2.700
7.3	2.702	2.704	2.706	2.707	2.709	2.711	2.713	2.715	2.717	2.718
7.4	2.720	2.722	2.724	2.726	2.728	2.729	2.731	2.733	2.735	2.737
7.5	2.739	2.740	2.742	2.744	2.746	2.748	2.750	2.751	2.753	2.755
7.6	2.757	2.759	2.760	2.762	2.764	2.766	2.768	2.769	2.771	2.773
7.7	2.775	2.777	2.778	2.780	2.782	2.784	2.786	2.787	2.789	2.791
7.8	2.793	2.795	2.796	2.798	2.800	2.802	2.804	2.805	2.807	2.809
7.9	2.811	2.812	2.814	2.816	2.818	2.820	2.821	2.823	2.825	2.827
8.0	2.828	2.830	2.832	2.834	2.835	2.837	2.839	2.841	2.843	2.844
8.1	2.846	2.848	2.850	2.851	2.853	2.855	2.857	2.858	2.860	2.862
8.2	2.864	2.865	2.867	2.869	2.871	2.872	2.874	2.876	2.877	2.879
8.3	2.881	2.883	2.884	2.886	2.888	2.890	2.891	2.893	2.895	2.897
8.4	2.898	2.900	2.902	2.903	2.905	2.907	2.909	2.910	2.912	2.914
8.5	2.915	2.917	2.919	2.921	2.922	2.924	2.926	2.927	2.929	2.931
8.6	2.933	2.934	2.936	2.938	2.939	2.941	2.943	2.944	2.946	2.948
8.7	2.950	2.951	2.953	2.955	2.956	2.958	2.960	2.961	2.963	2.965
8.8	2.966	2.968	2.970	2.972	2.973	2.975	2.977	2.978	2.980	2.982
8.9	2.983	2.985	2.987	2.988	2.990	2.992	2.993	2.995	2.997	2.998
9.0	3.000	3.002	3.003	3.005	3.007	3.008	3.010	3.012	3.013	3.015
9.1	3.017	3.018	3.020	3.022	3.023	3.025	3.027	3.028	3.030	3.032
9.2	3.033	3.035	3.036	3.038	3.040	3.041	3.043	3.045	3.046	3.048
9.3	3.050	3.051	3.053	3.055	3.056	3.058	3.059	3.061	3.063	3.064
9.4	3.066	3.068	3.069	3.071	3.072	3.074	3.076	3.077	3.079	3.081
9.5	3.082	3.084	3.085	3.087	3.089	3.090	3.092	3.094	3.095	3.097
9.6	3.098	3.100	3.102	3.103	3.105	3.106	3.108	3.110	3.111	3.113
9.7	3.114	3.116	3.118	3.119	3.121	3.122	3.124	3.126	3.127	3.129
9.8	3.130	3.132	3.134	3.135	3.137	3.138	3.140	3.142	3.143	3.145
9.9	3.146	3.148	3.150	3.151	3.153	3.154	3.156	3.158	3.159	3.161

제곱근표

3

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	3.162	3.178	3.194	3.209	3.225	3.240	3.256	3.271	3.286	3.302
11	3.317	3.332	3.347	3.362	3.376	3.391	3.406	3.421	3.435	3.450
12	3.464	3.479	3.493	3.507	3.521	3.536	3.550	3.564	3.578	3.592
13	3.606	3.619	3.633	3.647	3.661	3.674	3.688	3.701	3.715	3.728
14	3.742	3.755	3.768	3.782	3.795	3.808	3.821	3.834	3.847	3.860
15	3.873	3.886	3.899	3.912	3.924	3.937	3.950	3.962	3.975	3.987
16	4.000	4.012	4.025	4.037	4.050	4.062	4.074	4.087	4.099	4.111
17	4.123	4.135	4.147	4.159	4.171	4.183	4.195	4.207	4.219	4.231
18	4.243	4.254	4.266	4.278	4.290	4.301	4.313	4.324	4.336	4.347
19	4.359	4.370	4.382	4.393	4.405	4.416	4.427	4.438	4.450	4.461
20	4.472	4.483	4.494	4.506	4.517	4.528	4.539	4.550	4.561	4.572
21	4.583	4.593	4.604	4.615	4.626	4.637	4.648	4.658	4.669	4.680
22	4.690	4.701	4.712	4.722	4.733	4.743	4.754	4.764	4.775	4.785
23	4.796	4.806	4.817	4.827	4.837	4.848	4.858	4.868	4.879	4.889
24	4.899	4.909	4.919	4.930	4.940	4.950	4.960	4.970	4.980	4.990
25	5.000	5.010	5.020	5.030	5.040	5.050	5.060	5.070	5.079	5.089
26	5.099	5.109	5.119	5.128	5.138	5.148	5.158	5.167	5.177	5.187
27	5.196	5.206	5.215	5.225	5.235	5.244	5.254	5.263	5.273	5.282
28	5.292	5.301	5.310	5.320	5.329	5.339	5.348	5.357	5.367	5.376
29	5.385	5.394	5.404	5.413	5.422	5.431	5.441	5.450	5.459	5.468
30	5.477	5.486	5.495	5.505	5.514	5.523	5.532	5.541	5.550	5.559
31	5.568	5.577	5.586	5.595	5.604	5.612	5.621	5.630	5.639	5.648
32	5.657	5.666	5.675	5.683	5.692	5.701	5.710	5.718	5.727	5.736
33	5.745	5.753	5.762	5.771	5.779	5.788	5.797	5.805	5.814	5.822
34	5.831	5.840	5.848	5.857	5.865	5.874	5.882	5.891	5.899	5.908
35	5.916	5.925	5.933	5.941	5.950	5.958	5.967	5.975	5.983	5.992
36	6.000	6.008	6.017	6.025	6.033	6.042	6.050	6.058	6.066	6.075
37	6.083	6.091	6.099	6.107	6.116	6.124	6.132	6.140	6.148	6.156
38	6.164	6.173	6.181	6.189	6.197	6.205	6.213	6.221	6.229	6.237
39	6.245	6.253	6.261	6.269	6.277	6.285	6.293	6.301	6.309	6.317
40	6.325	6.332	6.340	6.348	6.356	6.364	6.372	6.380	6.387	6.395
41	6.403	6.411	6.419	6.427	6.434	6.442	6.450	6.458	6.465	6.473
42	6.481	6.488	6.496	6.504	6.512	6.519	6.527	6.535	6.542	6.550
43	6.557	6.565	6.573	6.580	6.588	6.595	6.603	6.611	6.618	6.626
44	6.633	6.641	6.648	6.656	6.663	6.671	6.678	6.686	6.693	6.701
45	6.708	6.716	6.723	6.731	6.738	6.745	6.753	6.760	6.768	6.775
46	6.782	6.790	6.797	6.804	6.812	6.819	6.826	6.834	6.841	6.848
47	6.856	6.863	6.870	6.877	6.885	6.892	6.899	6.907	6.914	6.921
48	6.928	6.935	6.943	6.950	6.957	6.964	6.971	6.979	6.986	6.993
49	7.000	7.007	7.014	7.021	7.029	7.036	7.043	7.050	7.057	7.064
50	7.071	7.078	7.085	7.092	7.099	7.106	7.113	7.120	7.127	7.134
51	7.141	7.148	7.155	7.162	7.169	7.176	7.183	7.190	7.197	7.204
52	7.211	7.218	7.225	7.232	7.239	7.246	7.253	7.259	7.266	7.273
53	7.280	7.287	7.294	7.301	7.308	7.314	7.321	7.328	7.335	7.342
54	7.348	7.355	7.362	7.369	7.376	7.382	7.389	7.396	7.403	7.409

제곱근표

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7.416	7.423	7.430	7.436	7.443	7.450	7.457	7.463	7.470	7.477
56	7.483	7.490	7.497	7.503	7.510	7.517	7.523	7.530	7.537	7.543
57	7.550	7.556	7.563	7.570	7.576	7.583	7.589	7.596	7.603	7.609
58	7.616	7.622	7.629	7.635	7.642	7.649	7.655	7.662	7.668	7.675
59	7.681	7.688	7.694	7.701	7.707	7.714	7.720	7.727	7.733	7.740
60	7.746	7.752	7.759	7.765	7.772	7.778	7.785	7.791	7.797	7.804
61	7.810	7.817	7.823	7.829	7.836	7.842	7.849	7.855	7.861	7.868
62	7.874	7.880	7.887	7.893	7.899	7.906	7.912	7.918	7.925	7.931
63	7.937	7.944	7.950	7.956	7.962	7.969	7.975	7.981	7.987	7.994
64	8.000	8.006	8.012	8.019	8.025	8.031	8.037	8.044	8.050	8.056
65	8.062	8.068	8.075	8.081	8.087	8.093	8.099	8.106	8.112	8.118
66	8.124	8.130	8.136	8.142	8.149	8.155	8.161	8.167	8.173	8.179
67	8.185	8.191	8.198	8.204	8.210	8.216	8.222	8.228	8.234	8.240
68	8.246	8.252	8.258	8.264	8.270	8.276	8.283	8.289	8.295	8.301
69	8.307	8.313	8.319	8.325	8.331	8.337	8.343	8.349	8.355	8.361
70	8.367	8.373	8.379	8.385	8.390	8.396	8.402	8.408	8.414	8.420
71	8.426	8.432	8.438	8.444	8.450	8.456	8.462	8.468	8.473	8.479
72	8.485	8.491	8.497	8.503	8.509	8.515	8.521	8.526	8.532	8.538
73	8.544	8.550	8.556	8.562	8.567	8.573	8.579	8.585	8.591	8.597
74	8.602	8.608	8.614	8.620	8.626	8.631	8.637	8.643	8.649	8.654
75	8.660	8.666	8.672	8.678	8.683	8.689	8.695	8.701	8.706	8.712
76	8.718	8.724	8.729	8.735	8.741	8.746	8.752	8.758	8.764	8.769
77	8.775	8.781	8.786	8.792	8.798	8.803	8.809	8.815	8.820	8.826
78	8.832	8.837	8.843	8.849	8.854	8.860	8.866	8.871	8.877	8.883
79	8.888	8.894	8.899	8.905	8.911	8.916	8.922	8.927	8.933	8.939
80	8.944	8.950	8.955	8.961	8.967	8.972	8.978	8.983	8.989	8.994
81	9.000	9.006	9.011	9.017	9.022	9.028	9.033	9.039	9.044	9.050
82	9.055	9.061	9.066	9.072	9.077	9.083	9.088	9.094	9.099	9.105
83	9.110	9.116	9.121	9.127	9.132	9.138	9.143	9.149	9.154	9.160
84	9.165	9.171	9.176	9.182	9.187	9.192	9.198	9.203	9.209	9.214
85	9.220	9.225	9.230	9.236	9.241	9.247	9.252	9.257	9.263	9.268
86	9.274	9.279	9.284	9.290	9.295	9.301	9.306	9.311	9.317	9.322
87	9.327	9.333	9.338	9.343	9.349	9.354	9.359	9.365	9.370	9.375
88	9.381	9.386	9.391	9.397	9.402	9.407	9.413	9.418	9.423	9.429
89	9.434	9.439	9.445	9.450	9.455	9.460	9.466	9.471	9.476	9.482
90	9.487	9.492	9.497	9.503	9.508	9.513	9.518	9.524	9.529	9.534
91	9.539	9.545	9.550	9.555	9.560	9.566	9.571	9.576	9.581	9.586
92	9.592	9.597	9.602	9.607	9.612	9.618	9.623	9.628	9.633	9.638
93	9.644	9.649	9.654	9.659	9.664	9.670	9.675	9.680	9.685	9.690
94	9.695	9.701	9.706	9.711	9.716	9.721	9.726	9.731	9.737	9.742
95	9.747	9.752	9.757	9.762	9.767	9.772	9.778	9.783	9.788	9.793
96	9.798	9.803	9.808	9.813	9.818	9.823	9.829	9.834	9.839	9.844
97	9.849	9.854	9.859	9.864	9.869	9.874	9.879	9.884	9.889	9.894
98	9.899	9.905	9.910	9.915	9.920	9.925	9.930	9.935	9.940	9.945
99	9.950	9.955	9.960	9.965	9.970	9.975	9.980	9.985	9.990	9.995

삼각비의 표

각도	사인(sin)	코사인(cos)	탄젠트(tan)	각도	사인(sin)	코사인(cos)	탄젠트(tan)
0°	0.0000	1.0000	0.0000	45°	0.7071	0.7071	1.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175	46°	0.7193	0.6947	1.0355
2°	0.0349	0.9994	0.0349	47°	0.7314	0.6820	1.0724
3°	0.0523	0.9986	0.0524	48°	0.7431	0.6691	1.1106
4°	0.0698	0.9976	0.0699	49°	0.7547	0.6561	1.1504
5°	0.0872	0.9962	0.0875	50°	0.7660	0.6428	1.1918
6°	0.1045	0.9945	0.1051	51°	0.7771	0.6293	1.2349
7°	0.1219	0.9925	0.1228	52°	0.7880	0.6157	1.2799
8°	0.1392	0.9903	0.1405	53°	0.7986	0.6018	1.3270
9°	0.1564	0.9877	0.1584	54°	0.8090	0.5878	1.3764
10°	0.1736	0.9848	0.1763	55°	0.8192	0.5736	1.4281
11°	0.1908	0.9816	0.1944	56°	0.8290	0.5592	1.4826
12°	0.2079	0.9781	0.2126	57°	0.8387	0.5446	1.5399
13°	0.2250	0.9744	0.2309	58°	0.8480	0.5299	1.6003
14°	0.2419	0.9703	0.2493	59°	0.8572	0.5150	1.6643
15°	0.2588	0.9659	0.2679	60°	0.8660	0.5000	1.7321
16°	0.2756	0.9613	0.2867	61°	0.8746	0.4848	1.8040
17°	0.2924	0.9563	0.3057	62°	0.8829	0.4695	1.8807
18°	0.3090	0.9511	0.3249	63°	0.8910	0.4540	1.9626
19°	0.3256	0.9455	0.3443	64°	0.8988	0.4384	2.0503
20°	0.3420	0.9397	0.3640	65°	0.9063	0.4226	2.1445
21°	0.3584	0.9336	0.3839	66°	0.9135	0.4067	2.2460
22°	0.3746	0.9272	0.4040	67°	0.9205	0.3907	2.3559
23°	0.3907	0.9205	0.4245	68°	0.9272	0.3746	2.4751
24°	0.4067	0.9135	0.4452	69°	0.9336	0.3584	2.6051
25°	0.4226	0.9063	0.4663	70°	0.9397	0.3420	2.7475
26°	0.4384	0.8988	0.4877	71°	0.9455	0.3256	2.9042
27°	0.4540	0.8910	0.5095	72°	0.9511	0.3090	3.0777
28°	0.4695	0.8829	0.5317	73°	0.9563	0.2924	3.2709
29°	0.4848	0.8746	0.5543	74°	0.9613	0.2756	3.4874
30°	0.5000	0.8660	0.5774	75°	0.9659	0.2588	3.7321
31°	0.5150	0.8572	0.6009	76°	0.9703	0.2419	4.0108
32°	0.5299	0.8480	0.6249	77°	0.9744	0.2250	4.3315
33°	0.5446	0.8387	0.6494	78°	0.9781	0.2079	4.7046
34°	0.5592	0.8290	0.6745	79°	0.9816	0.1908	5.1446
35°	0.5736	0.8192	0.7002	80°	0.9848	0.1736	5.6713
36°	0.5878	0.8090	0.7265	81°	0.9877	0.1564	6.3138
37°	0.6018	0.7986	0.7536	82°	0.9903	0.1392	7.1154
38°	0.6157	0.7880	0.7813	83°	0.9925	0.1219	8.1443
39°	0.6293	0.7771	0.8098	84°	0.9945	0.1045	9.5144
40°	0.6428	0.7660	0.8391	85°	0.9962	0.0872	11.4301
41°	0.6561	0.7547	0.8693	86°	0.9976	0.0698	14.3007
42°	0.6691	0.7431	0.9004	87°	0.9986	0.0523	19.0811
43°	0.6820	0.7314	0.9325	88°	0.9994	0.0349	28.6363
44°	0.6947	0.7193	0.9657	89°	0.9998	0.0175	57.2900
45°	0.7071	0.7071	1.0000	90°	1.0000	0.0000	

활동지 1 대수 타일(63쪽)

a^2	a^2	a^2

a	a	a	a	a	a	a	a	a

1	1	1	1	1	1	1	1	1

활동지 2

대수 타일(66쪽)

x^2 x^2 x^2

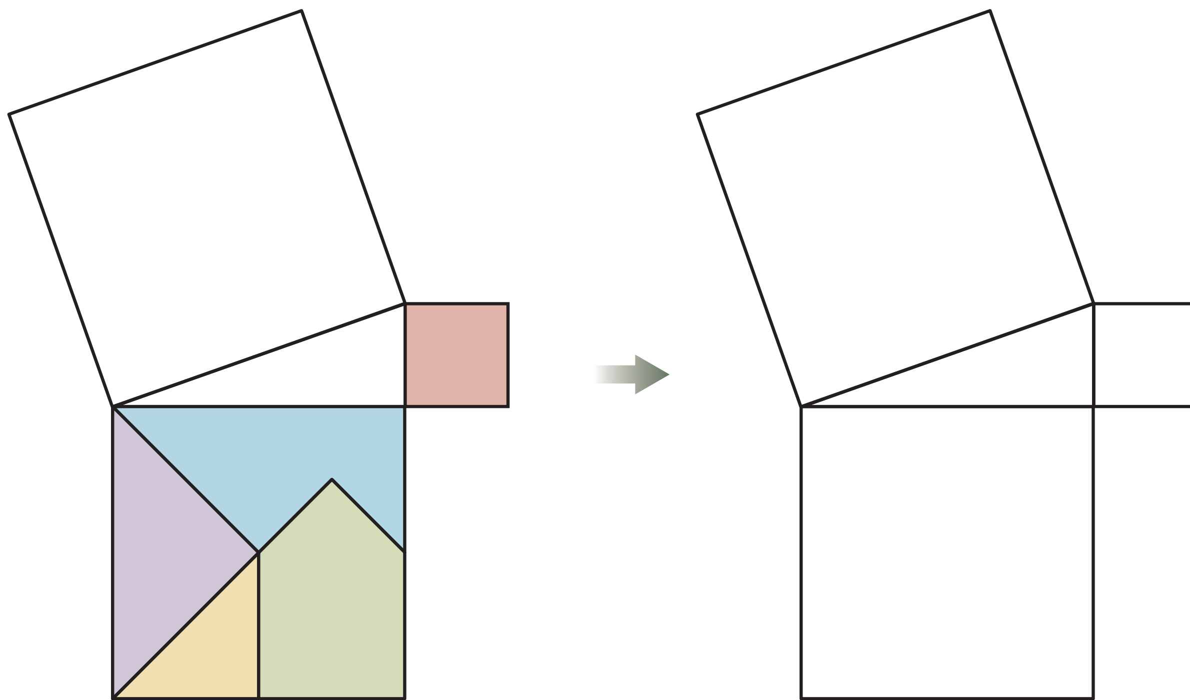
x x x x x x x x x

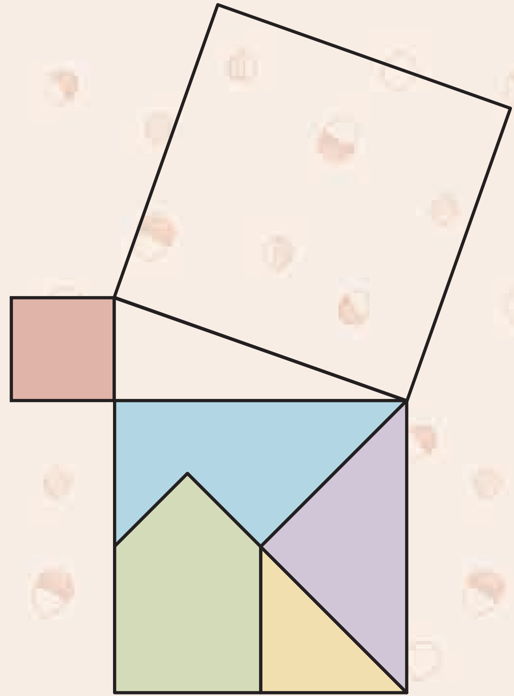
1 1 1 1 1 1 1 1 1

활동지 3

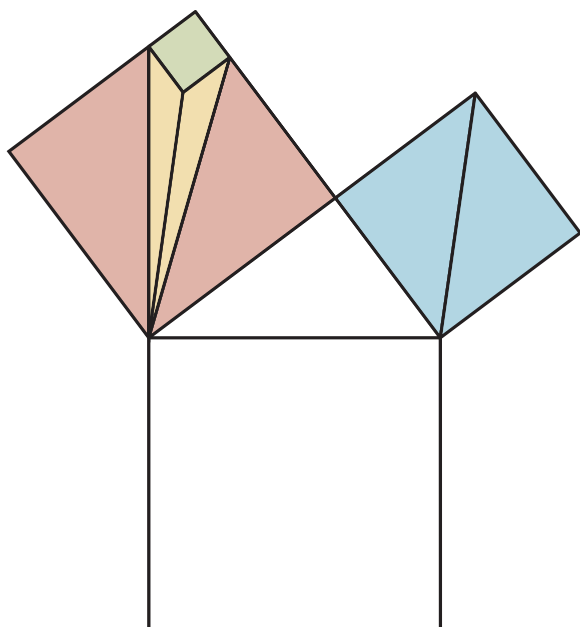
모눈종이(106쪽)

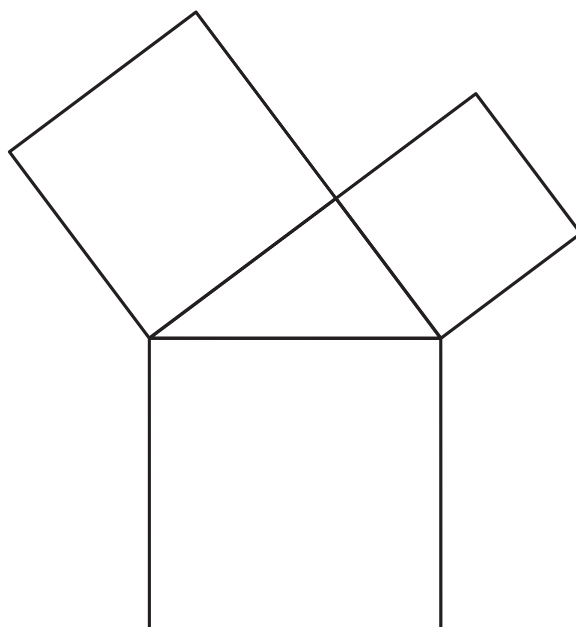
활동지 4 피타고라스 정리 퍼즐(167쪽)

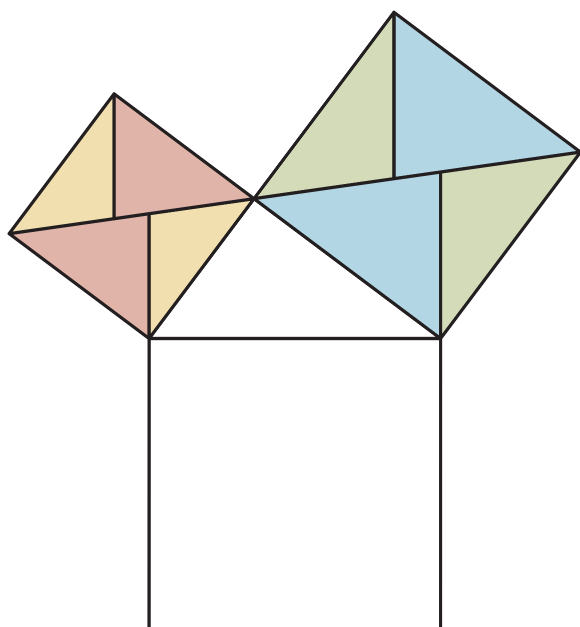


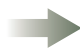


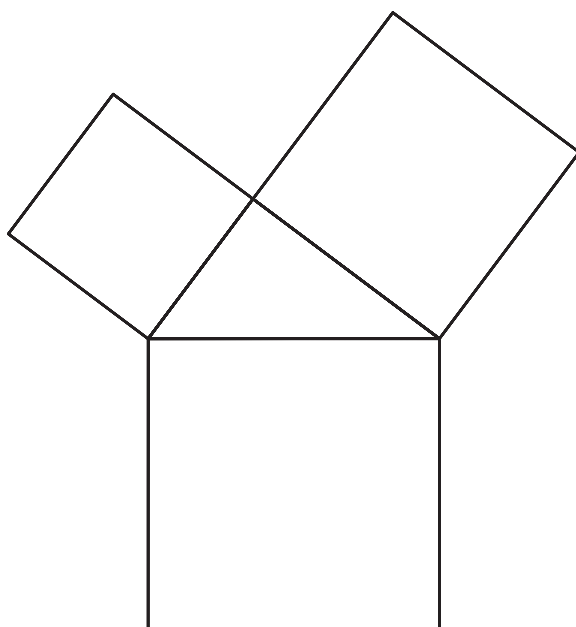
활동지 5 피타고라스 정리 퍼즐(172쪽)

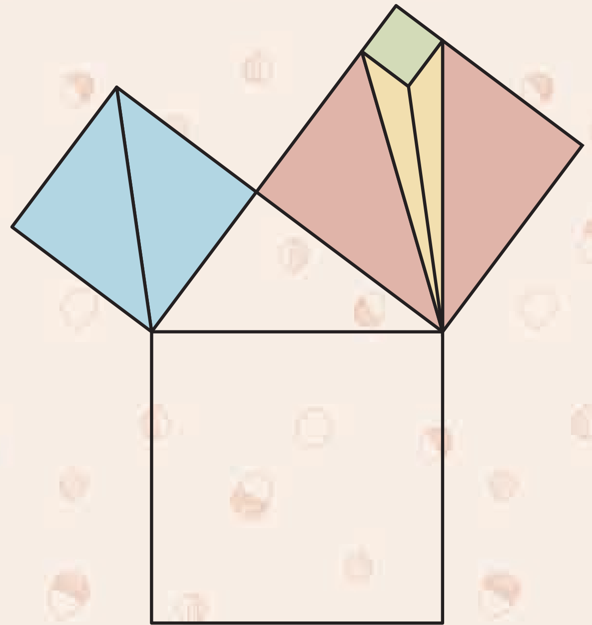


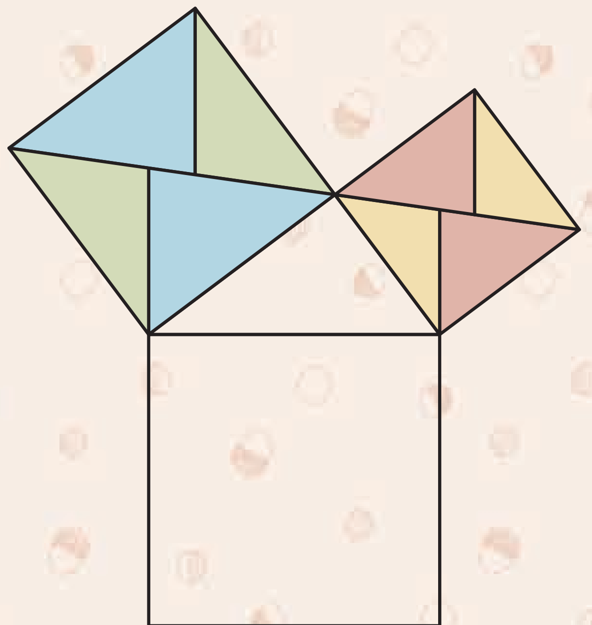












용어

기호

사진 자료 출처

뉴스뱅크 이미지 • • 126쪽, 139쪽, 149쪽, 153쪽
셔터스톡 • • 31쪽, 92쪽, 167쪽, 178쪽, 258쪽
유로크레온 • • 61쪽, 170쪽
이미지클릭 • • 20쪽, 34쪽, 80쪽, 186쪽, 202쪽, 215쪽, 220쪽, 222쪽, 273쪽
토픽이미지 • • 10쪽, 18쪽, 31쪽, 37쪽, 50쪽, 56쪽, 58쪽, 61쪽, 87쪽, 90쪽, 91쪽, 100쪽, 103쪽, 117쪽, 120쪽, 134쪽, 136쪽, 141쪽, 143쪽, 144쪽, 147쪽, 154쪽, 156쪽, 177쪽, 184쪽, 196쪽, 199쪽, 203쪽, 210쪽, 213쪽, 215쪽, 216쪽, 221쪽, 230쪽, 233쪽, 251쪽, 253쪽, 272쪽, 273쪽

* 출처를 밝히지 않은 사진 자료의 저작권은 본 출판사에 있습니다.

인용 자료 출처

김용운, 김용국, 한국 수학사, 살림Math, 2009, p. 165
김종립, 통계로 세상을 구한 나이팅게일, 과학동아, 2월호, 2011, p. 162
박교식, 수학기호 다시보기, 수학사랑, 2004, p. 14
이광연, 멋진 세상을 만든 수학, 문학동네, 2011, p. 272
이광연, 자연의 수학적 열쇠 피보나치 수열, 프로네시스, 2006, p. 20
이광연, 피타고라스가 보여주는 조화로운 세계, 프로네시스, 2006, p. 167
이광연, 피타고라스의 정리, 수학과 교육, 83호, 2010, p. 188
임정택 외 4인, 바퀴와 속도의 문명사, 연세대학교출판부, 2008, p. 231
홍명희, 임꺽정, 사계절, 2008, p. 228
Carl B. Boyer, Uta C. Merzbach(양영오, 조윤동 역), 수학의 역사(상,하), 경문사, 2000, p. 199
H. Eves(이우영, 신항균 역), 수학사, 경문사, 2005, p. 20
John Duncan, Astronomy, Parragon Inc., 2008, p. 56
Lois Edwards 외 6명, Mathpower11, McGraw-Hill, 1998, p. 56
Valerie Hansen, Kenneth R. Curtis, Voyages in World History, Cengage Learning, 2009, p. 197
기상청(http://www.kma.go.kr), p. 134, 154
대한체육회(http://www.sports.or.kr), p. 147
두피디아(http://www.doopedia.co.kr), p. 181
브리태니커 백과사전(http://www.britannica.co.kr), p. 59

집필진

* **신항균** 서울교육대학교 총장
총괄 진행

김화영 공항중학교 교사
① 1 · 4단원, ② 6단원, ③ 4단원 집필

윤기원 용문고등학교 교사
① 2단원, ② 2 · 3 · 4단원, ③ 2단원 집필

황혜정 조선대학교 수학교육과 교수
① 3단원, ② 5단원, ③ 3단원 집필

조준모 선일여자중학교 교사
② 1 · 7 · 8단원 집필

이광연 한서대학교 수학과 교수
① 6단원, ③ 1 · 7단원 집필

최화정 청심국제중학교 교사
① 5 · 7단원, ③ 5 · 6단원 집필

* 표시는 집필진 책임자임

※ 이 도서는 '한국과학창의재단'에서 감수를 실시하였음.

만든 사람들

개발 책임 김영호
편집 김경수, 김화신, 윤준원, 천세규, 최윤정, 김은빛
표지 디자인 박현신
본문 디자인 박현신
표지 그림 김성남
삽화 토리디자인, 김성남
사진 포토라이트
컷 맥컴

인천광역시교육청에서 2012년 8월 31일 인정 승인을 하였음.

중학교 수학 ③

2013. 3. 1. 초판 발행 2015. 3. 1. 3쇄 발행 정가 원

지은이: 신항균 외 6인
발행인: (주)지학사 서울시 마포구 신촌로6길 5
인쇄인: (주)벽호 경기도 파주시 한빛로 43

이 교과서의 본문 용지는 우수 재활용 제품 인증을 받은 재활용 종이를 사용했습니다.

교과서에 대한 문의사항이나 의견이 있는 분은 한국교과서연구재단이 운영하는 **교과서민원바로처리센터**(전화 1566-8572, 누리집 주소 http://www.textbook114.com 또는 http://www.교과서114.com)에 문의하여 주시기 바랍니다.

이 도서에 게재된 저작물에 대한 보상금은 문화체육관광부 장관이 정하는 기준에 따라 **사단법인 한국복제전송저작권협회**(전화 02-2608-2800, 누리집 주소 www.korra.kr)에서 저작재산권자에게 지급합니다.

내용 관련 문의: (주)지학사 콘텐츠본부 수학팀 전화 02-330-5440 전송 02-325-8009
구입 관련 문의: (주)지학사 영업본부 영업관리팀 전화 02-330-5302 전송 02-325-8010
공급 업무 대행: 사단법인 한국검인정교과서 경기도 파주시 조리읍 당재봉로 29-28
개별 구입 안내: 누리집 주소 www.ktbook.com 전화 031-8071-7981~4 (사)한국검인정교과서

ISBN 978-89-05-03968-4 53410

중학교 수학 3

53410
9 788905 039684
ISBN 978-89-05-03968-4